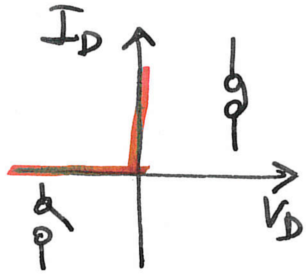
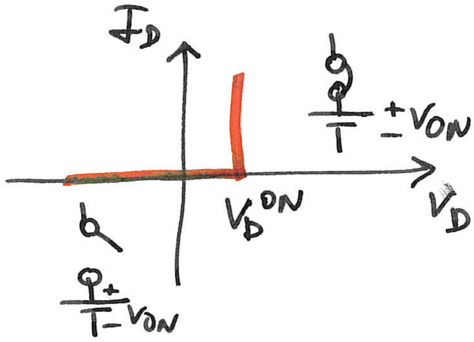
ESERCIZI SUI DIODI

Dato un circuito con dei diodi, è possibile modellarli:

a) come un diodo ideale, con caratteristica sostituendo al diodo un circuito aperto ($V_D<0$) o chiuso ($V_D>0$)

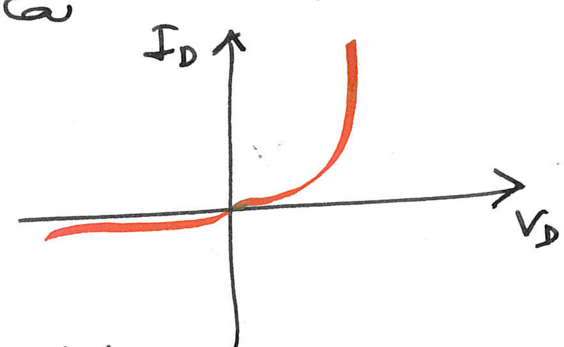


b) come un generatore di tensione costante con caratteristica:



c) con la curva caratteristica esponenziale completa

da usare quando sono necessari calcoli precisi



$$I_D = I_S \left[e^{V_D/V_T} - 1 \right]$$

Solitamente è sufficiente adottare il modello b (generatore di tensione costante), ma per alcuni circuiti è necessario ricorrere all'espressione completa.

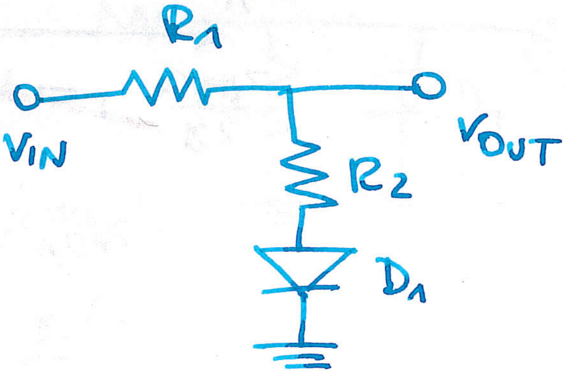
È importante ricordare che:

1) se il diodo si trova nella regione tra l'accensione e la seguente, allora $I_D \sim 0$ e $V_D \sim V_{ON}$

2) se il diodo è ON, la corrente I_D fluisce dall'anodo al catodo.

ESERCIZIO

Disegnare la caratteristica del circuito utilizzando:

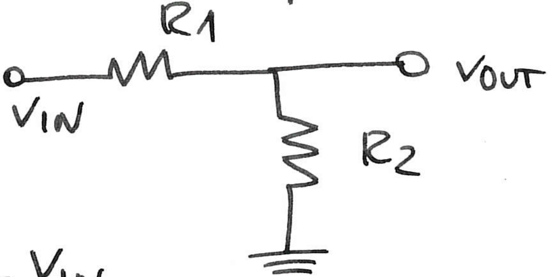


a) il modello ideale

b) il modello con diodo a caduta di tensione costante (constant-voltage model)

a) partiamo da una tensione in ingresso negativa e grande, per es. $V_{IN} = -\infty$, il diodo è spento, e pertanto $V_{OUT} = V_{IN}$

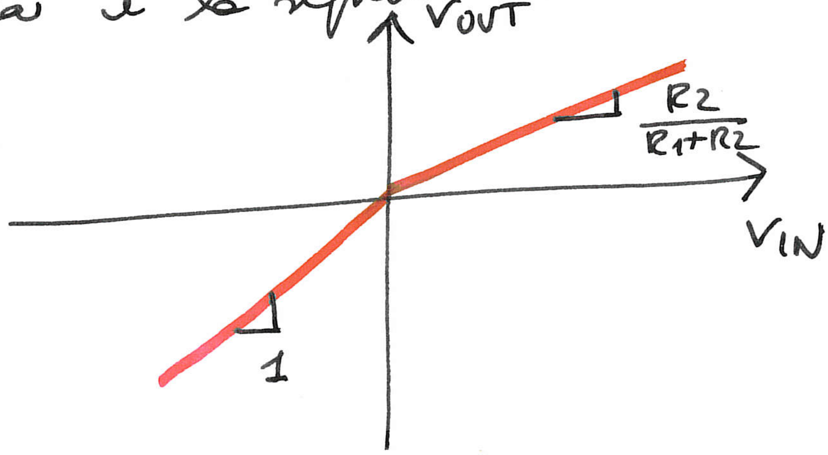
se V_{IN} supera lo zero, allora il diodo conduce ed il circuito si riduce ad un partitore di tensione



quindi

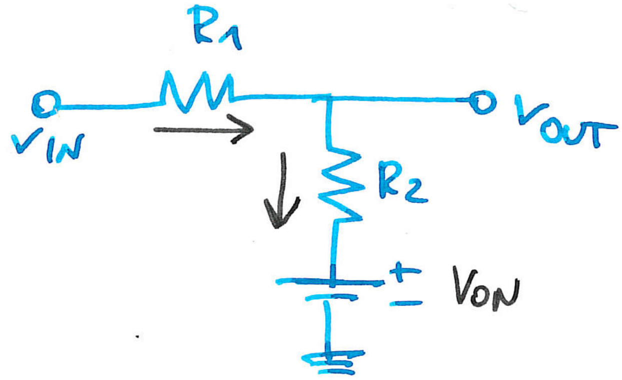
$$V_{OUT} = \frac{R_2}{R_1+R_2} V_{IN}.$$

la caratteristica è la seguente



b) Nel caso di un 'constant-voltage drop model' il diodo è spento fino a quando $V_{IN} < V_{ON}$

Quando $V_{IN} > V_{ON}$ avremo il circuito equivalente



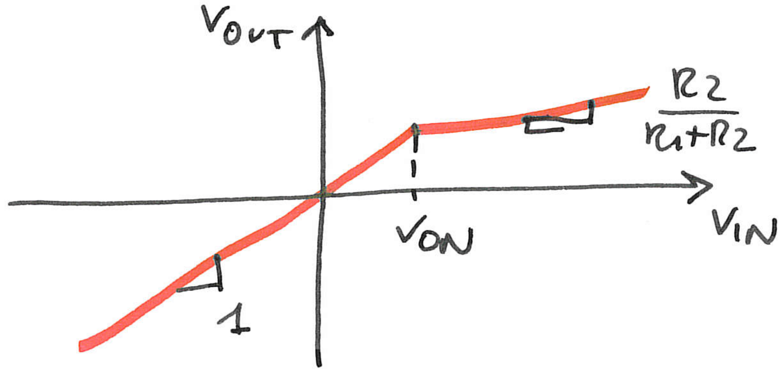
Applicando le leggi di Kichhoff:

$$\frac{V_{IN} - V_{OUT}}{R_1} = \frac{V_{OUT} - V_{ON}}{R_2}$$

$$V_{OUT}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{V_{IN}}{R_1} + \frac{V_{ON}}{R_2}$$

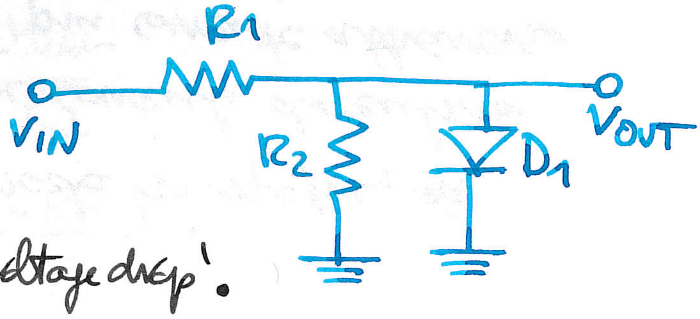
$$V_{OUT} = \frac{V_{ON} + \frac{R_2}{R_1} V_{IN}}{1 + \frac{R_2}{R_1}}$$

Quindi se $V_{IN} = V_{ON} \rightarrow V_{OUT} = V_{ON}$

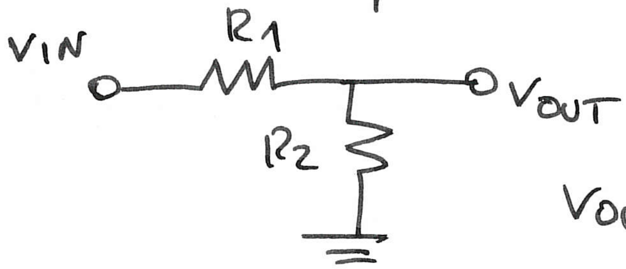


ESERCIZIO

Studiare la caratteristica del circuito assumendo per il diodo un modello 'constant-voltage drop'.



Partiamo da valori di V_{IN} negativi grandi, $V_{IN}=-\infty$
Il diodo è polarizzato inversamente, i.e. $D_1 = OFF$.
Il circuito equivalente è pertanto

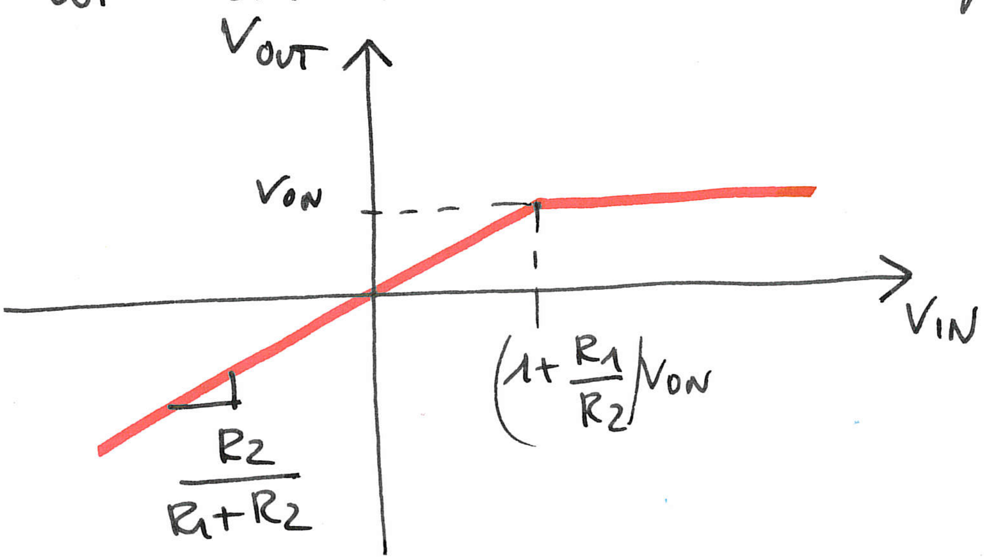


$$V_{OUT} = \frac{R_2}{R_1+R_2} V_{IN}$$

Il diodo si accende se $V_{OUT} = V_{ON}$, che significa

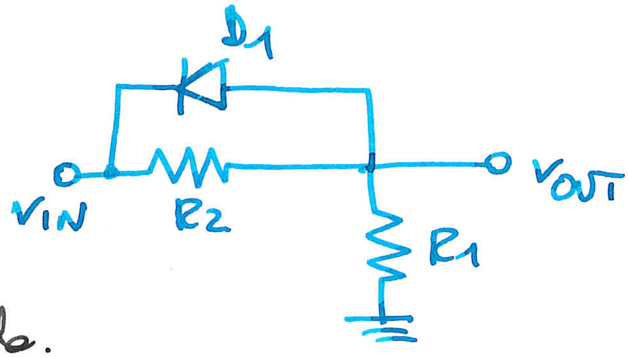
$$V_{OUT} = \frac{R_2}{R_1+R_2} V_{IN} = V_{ON} \Rightarrow V_{IN} = \left(1+\frac{R_1}{R_2}\right) V_{ON}$$

Se $V_{IN} > \left(1+\frac{R_1}{R_2}\right) V_{ON}$, il diodo rimane ON e pertanto $V_{OUT} = V_{ON}$. La caratteristica è la seguente:

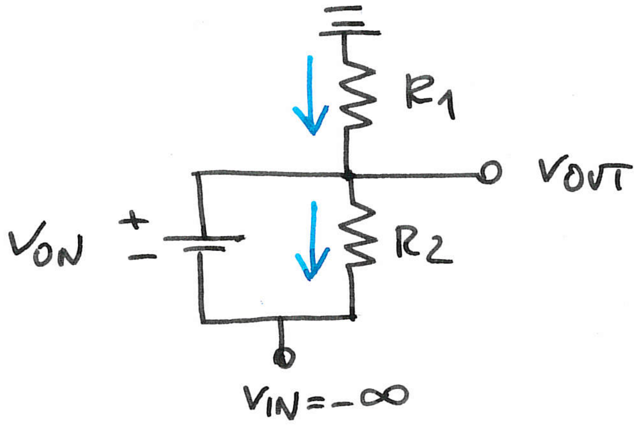


ESERCIZIO

Determinare la caratteristica del circuito in figura, assumendo un modello a tensione costante per il diodo.



Per valori negativi e molto grandi di V_{IN} ($V_{IN} = -\infty$), avremo:



Il diodo è polarizzato direttamente con

$$V_{OUT} = V_{IN} + V_{ON}$$

le correnti che fluiscono nelle due resistenze saranno

$$I_1 = \frac{-V_{OUT}}{R_1} = -\frac{V_{IN}+V_{ON}}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{V_{ON}}{R_2}$$

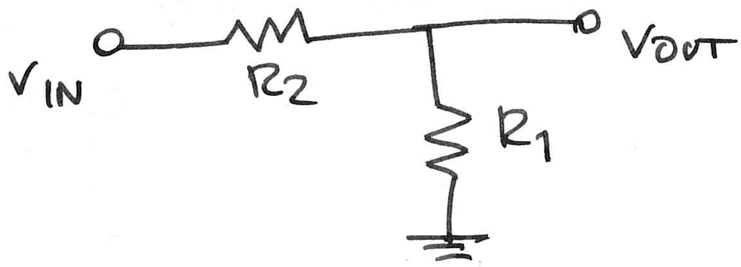
Per valutare quando il diodo si spegne, ~~s~~ calcoliamo quando le due correnti diventano uguali (e quindi non passa più corrente attraverso il diodo):

$$i_x = i_2 \quad \text{se}$$

$$-\frac{V_{IN}+V_{ON}}{R_1} = \frac{V_{ON}}{R_2}$$

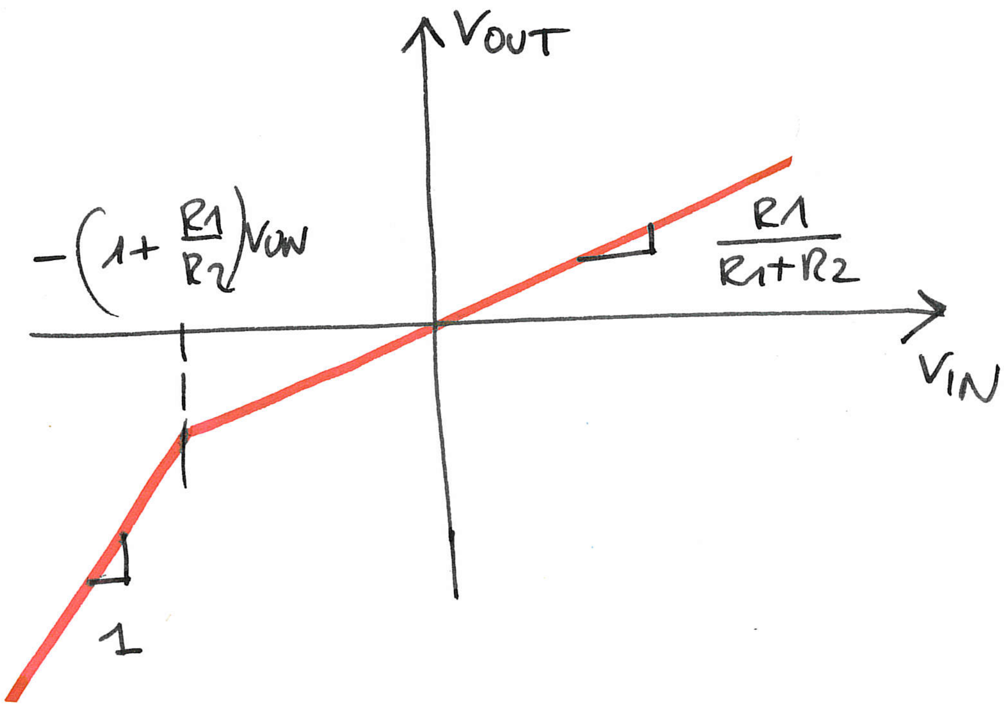
$$V_{IN} = -V_{ON}\left(1+\frac{R1}{R2}\right)$$

Quando $V_{IN} > -V_{ON}\left(1+\frac{R1}{R_2}\right)$, il diodo sarà OFF e pertanto il circuito equivalente diventa



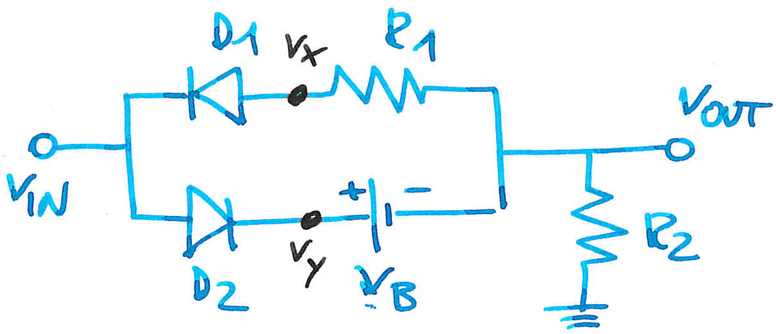
con $V_{OUT} = \frac{R1}{R_1+R_2} V_{IN}$

La caratteristica è quindi la seguente:



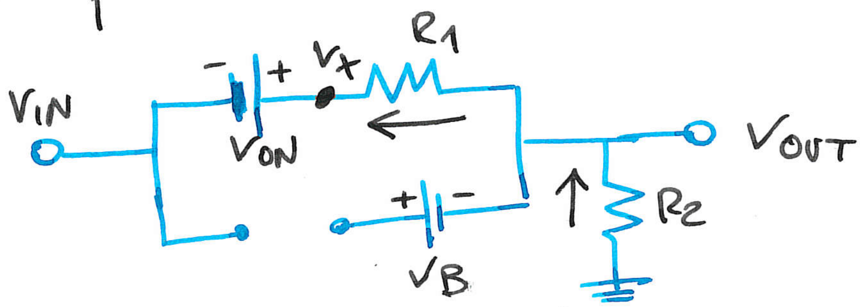
ESERCIZIO

Studiare la caratteristica del circuito in figura.



Partiamo con valori molto grandi di V_{IN} e negativi $V_{IN} = -\infty$; D_1 è ON mentre D_2 è OFF.

Il circuito equivalente è



$$V_x = V_{IN} + V_{ON}$$

La corrente che fluisce in R_2 andrà in R_1

$$-\frac{V_{OUT}}{R_2} = \frac{V_{OUT} - (V_{IN} + V_{ON})}{R_1}$$

$$V_{OUT}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{V_{IN} + V_{ON}}{R_1}$$

$$V_{OUT} = \frac{V_{IN} + V_{ON}}{\cancel{R_1}} \cdot \frac{\cancel{R_1} R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}(V_{IN} + V_{ON})$$

Aumentando il valore di V_{IN}, arriveremo allo spegnimento di D_1 e poi all'accensione di D_2

Quando D_1 si spegne, avremo $V_x = 0$ (perché il diodo si trasforma in un circuito aperto).

Ma $$V_x = V_{IN} + V_{ON} = 0 \Rightarrow V_{IN} = -V_{ON}$$

Se $V_{IN} > -V_{ON} \Rightarrow V_{OUT} = 0$

Verifichiamo che D_2 rimanga OFF:

$$V_Y = V_{OUT} + V_B = V_B$$

e

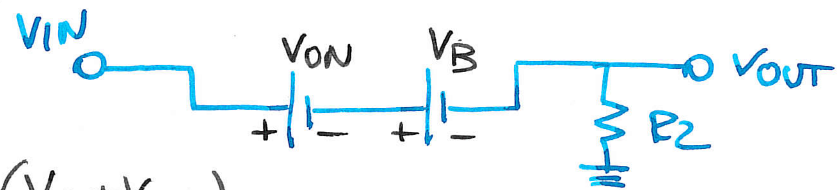
$$V_{IN} - V_Y = -V_{ON} - V_B = -(V_{ON} + V_B)$$

lascia D_2 in polarizzazione inversa.

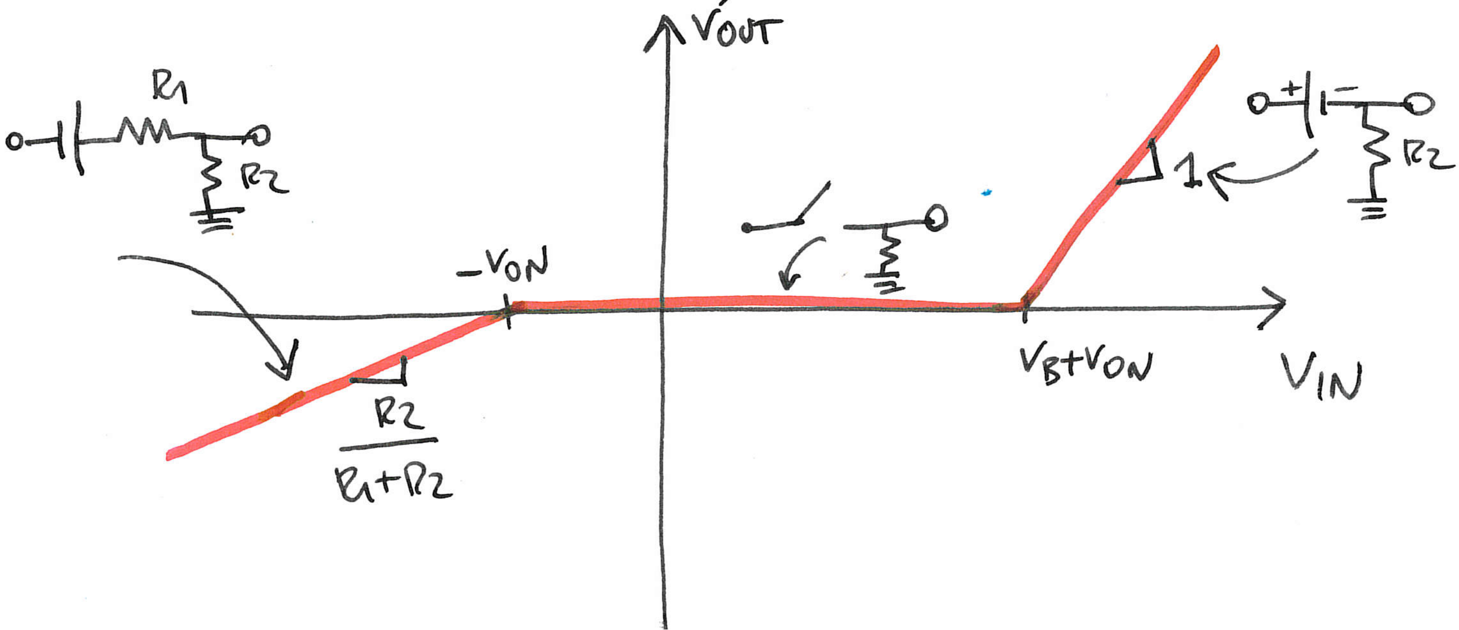
L'accensione di D_2 avverrà quando

$$V_{IN} - V_Y = V_{ON} \Rightarrow V_{IN} = V_B + V_{ON}$$

Il circuito diventa

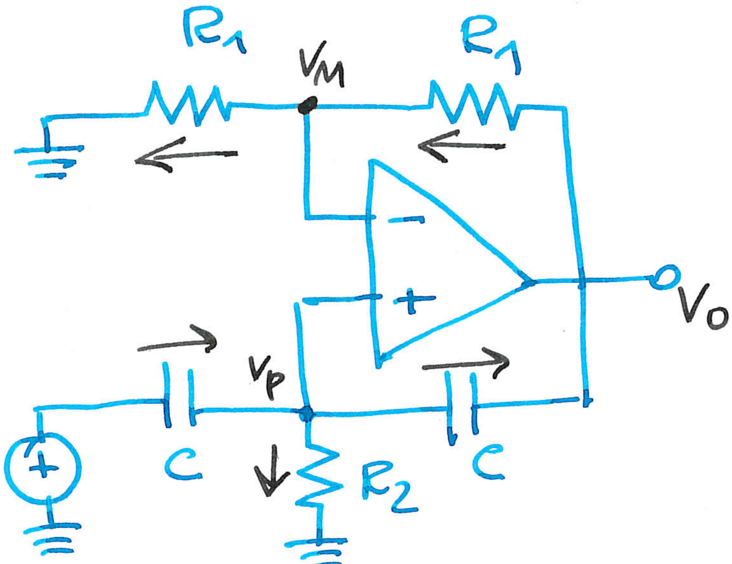


e $V_{OUT} = V_{IN} - (V_B + V_{ON})$



ESERCIZIO

Il circuito in figura si comporta come un differenziatore non invertente.



Calcolare la funzione di trasferimento e la tensione V_{OUT} quando in ingresso abbiamo un impulso quadrato $V_{IN}(t) = V_A[u(t) - u(t-T_A)]$

Calcoliamo la funzione di trasferimento nel dominio delle frequenze

$$\frac{V_O - V_M}{Z_{R_1}} = \frac{V_M}{Z_{R_1}} \Rightarrow V_O = 2V_M$$

$$\hookrightarrow V_M = \frac{V_O}{2}$$

$$\frac{V_1 - V_P}{Z_C} = \frac{V_P}{Z_{R_2}} + \frac{V_P - V_O}{Z_C}$$

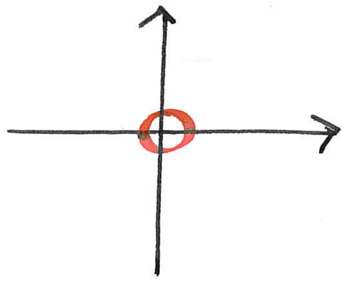
$$\frac{V_1}{Z_C} = V_P\left(\frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_{R_2}} + \frac{1}{Z_C}\right) - \frac{V_O}{Z_C}$$

$$= V_O\left[\cancel{\frac{1}{Z_C}} + \frac{1}{2Z_{R_2}} - \cancel{\frac{1}{Z_C}}\right]$$

$$V_1 = \frac{Z_C}{2Z_{R_2}} \cdot V_O$$

$$H(s) = \frac{V_0(s)}{V_1(s)} = \frac{2Z_{R_2}}{Z_C} = \frac{2R_2}{\frac{1}{sC}} = 2R_2Cs$$

La funzione ha uno zero nell'origine:



Trasformiamo il segnale in ingresso

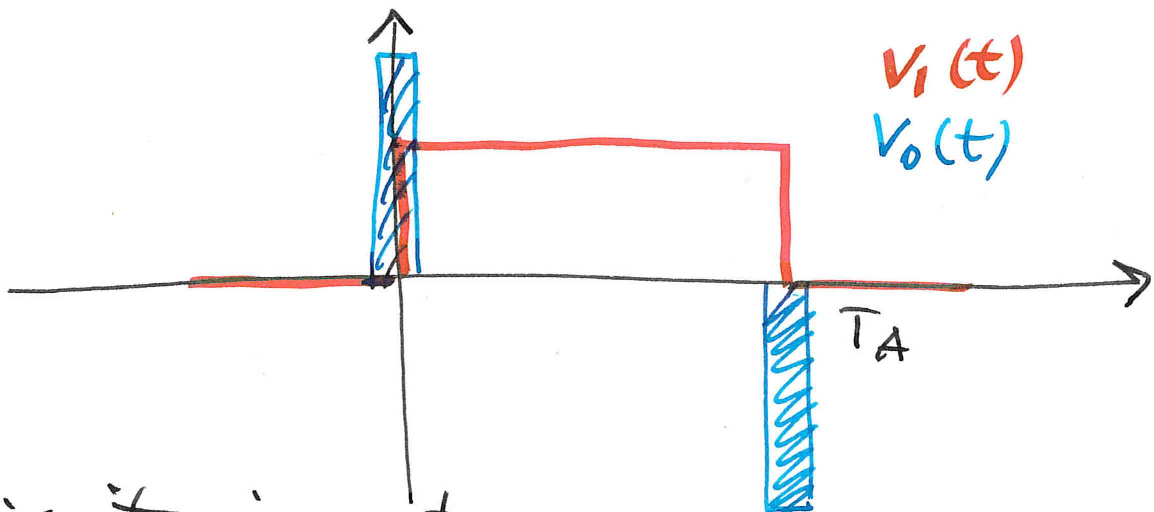
$$V_1(s) = \mathcal{L}\{V_A u(t) - V_A u(t-T_A)\}$$
$$= \frac{V_A}{s} - \frac{V_A}{s} e^{-T_A s}$$

$$V_0(s) = H(s) V_1(t) = 2R_2CV_A \left[1 - e^{-T_A s}\right]$$

$$\mathcal{L}^{-1}\{1\} = \delta(t) \qquad \mathcal{L}^{-1}\{e^{-as}F(s)\} = u(t-a)\, f(t-a)$$

con $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$

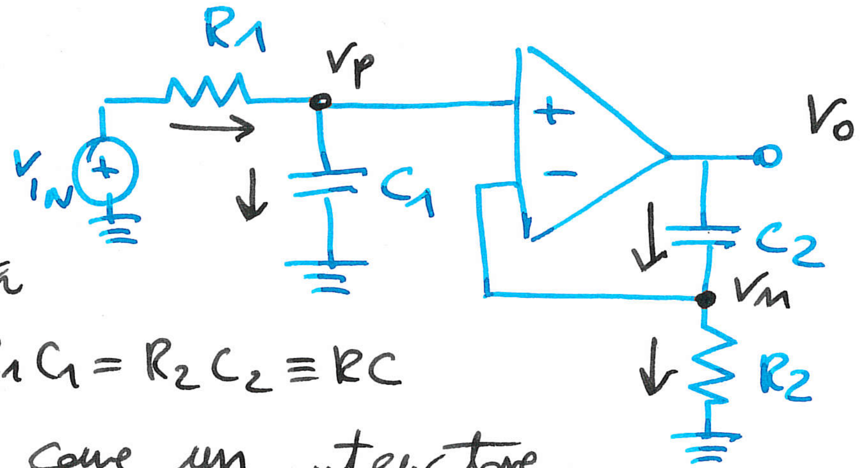
$$V_0(t) = \mathcal{L}^{-1}\{V_0(s)\} = 2R_2CV_A\{\delta(t) - \delta(t-T_A)\}$$



Il circuito si comporta

ESERCIZIO

Studiare la funzione di trasferimento del circuito in figura e verificare che se $R_1 C_1 = R_2 C_2 \equiv RC$ il circuito si comporta come un integratore non invertente.



Al polo non invertente

$$\frac{V_{IN} - V_P}{Z_{R1}} = \frac{V_P}{Z_{C1}} \Rightarrow V_P = \frac{Z_{C1}}{Z_{R1}+Z_{C1}} V_{IN}$$

al polo invertente

$$\frac{V_o - V_M}{Z_{C2}} = \frac{V_M}{Z_{R2}} \Rightarrow V_o = \left(1 + \frac{Z_{C2}}{Z_{R2}}\right) V_M$$

Combinandole

$$V_o = \left(1 + \frac{Z_{C2}}{Z_{R2}}\right)\left(\frac{Z_{C1}}{Z_{R1}+Z_{C1}}\right) V_{IN}$$

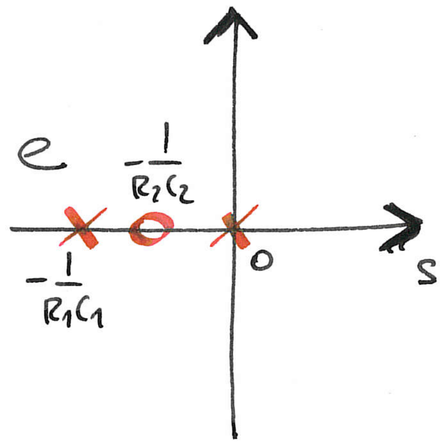
$$H(s) \equiv \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{Z_{R2}+Z_{C2}}{Z_{R2}} \cdot \frac{Z_{C1}}{Z_{R1}+Z_{C1}}$$

$$= \frac{R_2 + \frac{1}{sC_2}}{R_1 + \frac{1}{sC_1}} \cdot \frac{\frac{1}{sC_1}}{R_2}$$

$$H(s) = \frac{1}{sR_2\cancel{C_1}} \cdot \frac{1+R_2C_2s}{1+R_1C_1s} \cdot \frac{s\cancel{C_1}}{sC_2}$$

$$= \frac{1}{R_2C_2s} \cdot \frac{1+R_2C_2s}{1+R_1C_1s}$$

La funzione ha uno zero in $-\frac{1}{R_2C_2}$ e due poli in $s=0$ e $s=-\frac{1}{R_1C_1}$



Imponiamo $R_1C_1 = R_2C_2 = RC$

$$H(s) = \frac{1}{RCs}$$

Calcoliamo la tensione in uscita

$$V_o(s) = H(s)V_1(s) \quad \text{con } V_1(s) = \frac{V_A}{s} - \frac{V_A}{s}e^{-T_As}$$

$$= \frac{V_A}{RC}\left[\frac{1}{s^2} - \frac{1}{s^2}e^{-T_As}\right]$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\right\} = t$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{e^{-as}F(s)\right\} = f(t-a)\cdot u(t-a)$$

$$V_{OUT}(t) = \frac{V_A}{RC}\left[t\,u(t) - (t-T_A)u(t-T_A)\right]$$

per $t = T_A$ $\quad V_{OUT}(T_A) = \frac{V_A}{RC}T_A$

per $t > T_A$ $\quad V_{out}(t) = \cancel{\frac{V_A}{RC}t} - \cancel{\frac{V_A}{RC}t} + \frac{V_A}{RC}T_A$