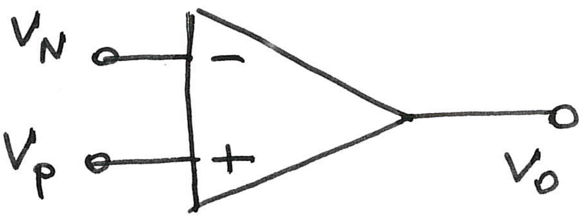
GLI AMPLIFICATORI OPERAZIONALI

Il termine 'amplificatore operazionale' venne coniato negli anni '40 del secolo scorso, prima dell'invenzione del transistor e dei circuiti integrati. Gli amplificatori operazionali, (OP-AMP), erano realizzati con valvole e svolgevano la funzione di realizzare 'operazioni' come l'integrazione o la differenziazione di un segnale. Dal momento che ogni op-amp implementava una operazione matematica, venne coniato il termine amplificatore operazionale. Al giorno d'oggi sono dispositivi realizzati in circuiti integrati e implementano un amplificatore di tensione ad altissimo guadagno.

Un op. amp può essere considerato, dal punto di vista circuitale, come un dispositivo con due ingressi ed una uscita.

I due ingressi, denominati di seguito, V_N e V_P, prendono il nome di ingresso invertente (V_N) e non invertente (V_P)

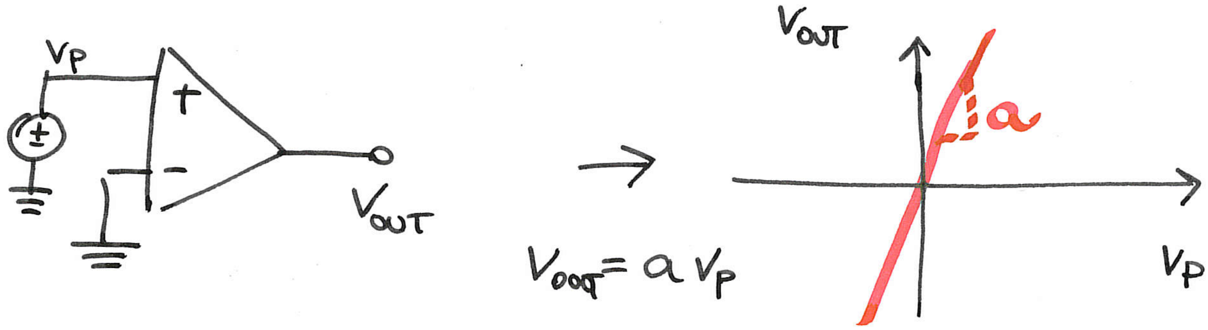


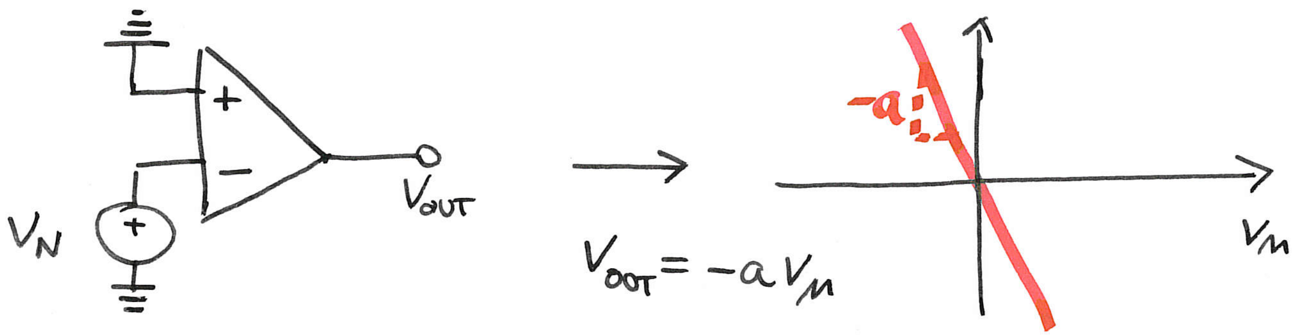
Il dispositivo amplifica la differenza di tensione agli ingressi

$$v_O = a\,(v_P - v_N) = a\,v_D$$

Con un guadagno a, chiamato guadagno a circuito aperto molto grande (tipicamente 10^5–10^6 V/V)

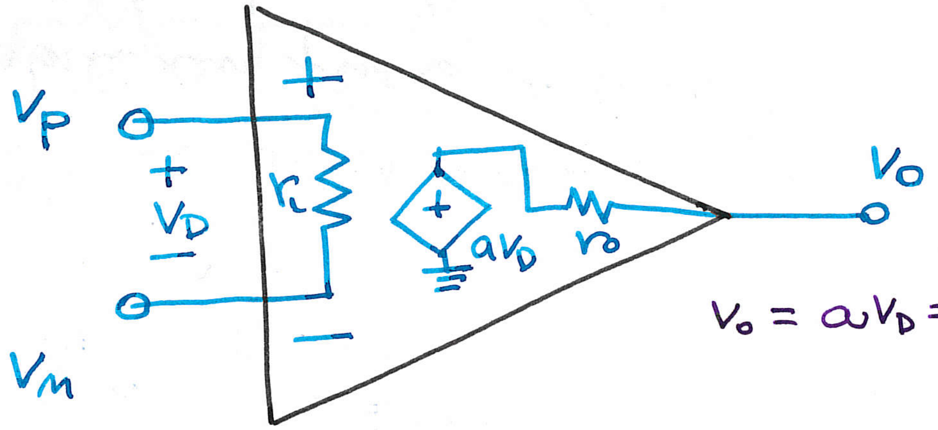
Per studiarne il comportamento è utile porre uno dei due ingressi a massa e fornire una tensione di prova all'altro ingresso.





Per poter funzionare, l'op-amp ha bisogno di due tensioni di alimentazioni chiamate V_{CC} e V_{EE}. La tensione in uscita, v_O, può assumere valori compresi tra gli estremi V_{EE} e V_{CC}: $V_{EE} \leq v_O \leq V_{CC}$.

L'amplificatore operazionale può essere modellato dal seguente circuito:



$$v_o = av_D = a(v_P - v_M)$$

Dove r_i è l'impedenza di ingresso del circuito, r_o l'impedenza in uscita e a il guadagno in tensione a circuito aperto (UNLOADED VOLTAGE GAIN).
Come valori di riferimento consideriamo l'op-amp 741 i cui valori tipici sono:

$$a = 2 10^5 \ V/V \ , \quad r_i = 2M\Omega \ \text{ e } \ r_o = 75\Omega$$

ESERCIZIO

Un op-amp della famiglia 741 fornisce una tensione in uscita $v_O = 5V$ con $V_P = 1V$.
Considerando il carico trascurabile, determinare V_D e V_N

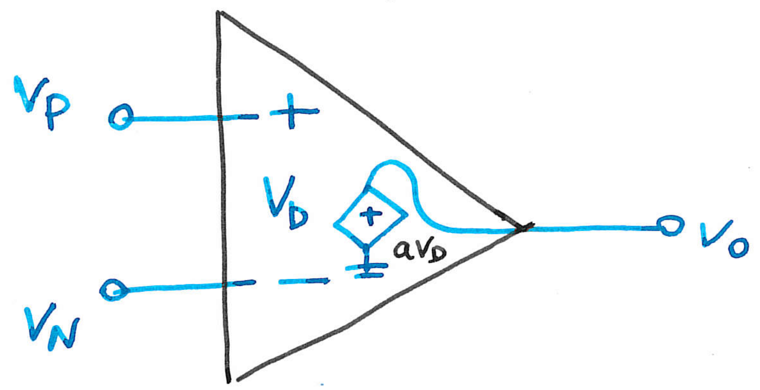
$$V_O = aV_D = a(V_P - V_M)$$

$$v_D = \frac{v_O}{a} = \frac{5V}{2 10^5 V/V} = 25\mu V \ ;$$

$$V_N = V_P - V_D = 1 - 25 10^{-6} = 0{,}999975V$$

Come abbiamo appena visto, un operazionale può sostenere una tensione in uscita v_o con una differenza di tensione molto piccola ai terminali di ingresso. Dall'esercizio svolto risulta che sono sufficienti $25\mu V$ di differenza di potenziale in ingresso per sostenere una tensione $V_o = 5V$.

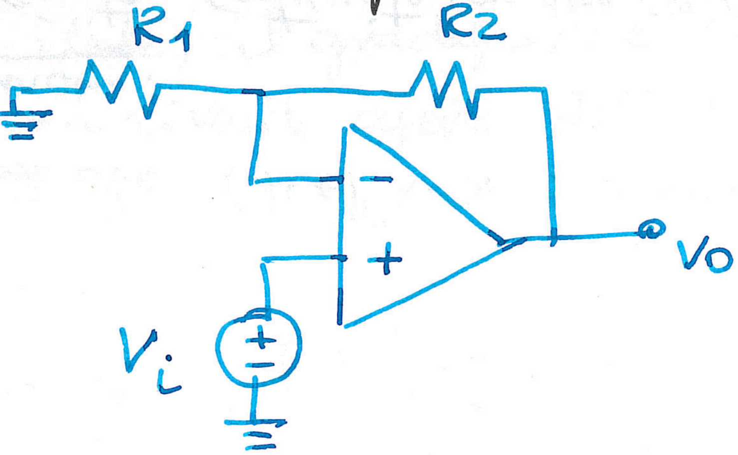
Nei circuiti che studieremo di seguito considereremo l'operazionale come dispositivo ideale con impedenza in ingresso infinita ($r_i \to \infty$), impedenza in uscita nulla ($r_o \to 0$) e guadagno a circuito aperto molto grande ($a \to \infty$)



Poiché l'impedenza d'ingresso è infinita, non è possibile un flusso di corrente attraverso i terminali d'ingresso (ovvero $i_P = i_N = 0$)

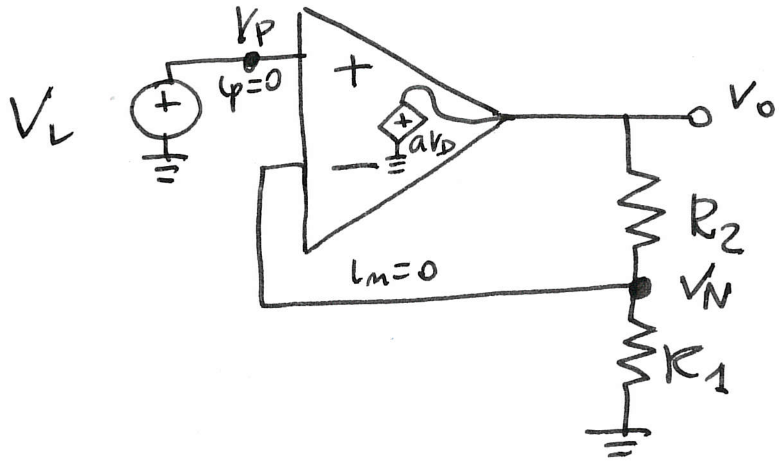
L'OP AMP in configurazione NON INVERTENTE

Consideriamo il seguente circuito:



La resistenza R_2, collegata tra il terminale di output e l'ingresso invertente è chiamata resistenza di feedback.

Ridisegniamo il circuito sostituendo il modello di opamp ideale



$$v_0 = a v_D = a(v_p - v_n) = a\left(v_i - \frac{R_1}{R_1+R_2} v_0\right)$$

$$v_0 = a v_i - a v_0 \frac{1}{1+\frac{R_2}{R_1}}$$

$$v_0\left[1+\frac{a}{1+\frac{R_2}{R_1}}\right]=a\,v_i$$

Definiamo guadagno in tensione il rapporto

$$A\equiv\frac{v_0}{v_i}=\frac{a}{1+\frac{a}{1+\frac{R_2}{R_1}}}=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{a}{a+1+\frac{R_2}{R_1}}$$

$$\boxed{A=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{1+\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{a}}}$$

Poiché $a\to\infty$, nel limite di op amp ideale avviene

$$\lim_{a\to\infty}A=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Nel limite finito di a possiamo riscrivere il guadagno del circuito come

$$A=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\left[1-\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{a}\right]$$

(ricordando che $(1+\epsilon)^{-1}\sim1-\epsilon$, con $\epsilon\ll1$).

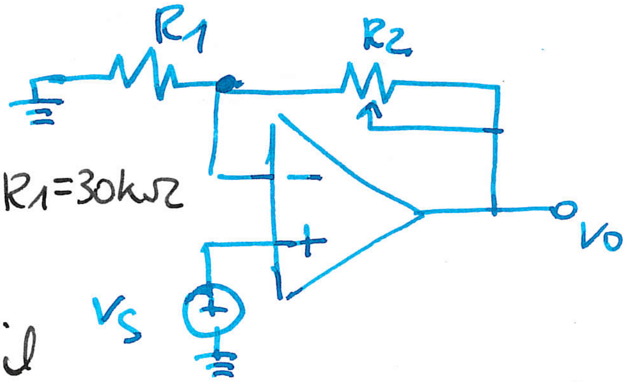
<u>Osservazioni:</u>

1) Il circuito, costruito con un op. amp. e un partitore di tensione è ancora un amplificatore di tensione. Prende il nome di AMPLIFICATORE NON

INVERTENTE perché il guadagno è positivo (v_o ha la stessa polarità di v_i).

2) Nel caso ideale, il guadagno A è indipendente dal guadagno a circuito aperto dell'operazionale. È semplicemente determinato dalla rete resistiva R_1/R_2 ad esso collegata. A prende anche il nome di guadagno a circuito chiuso.

ESERCIZIO



Dato il circuito che implementa un op. amp in configurazione non invertente, determinare il valore del potenziometro R_2 (range in kΩ) in modo da ottenere valori di amplificazione:

a) $A = 2\ V/V$; b) $A = 5\ V/V$

c) valori continui nell'intervallo $1\ V/V < A < 10\ V/V$ usando un potenziometro da $180k\Omega$

Il guadagno, nel caso ideale, è $A = 1 + \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow R_2 = R_1(A-1)$

a) $A = 2V/V \rightarrow R_2 = 30k\Omega \times 1 = 30k\Omega$

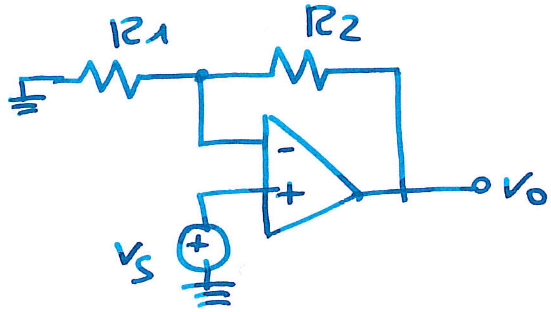
b) $A = 5V/V \rightarrow R_2 = 30k\Omega \times 4 = 120k\Omega$

c) $A = 1 + \frac{R_2}{R_1}$. ponendo $R_2 = 0$ si ottiene $A = 1$

$$R_1 = \frac{R_2}{A-1} = \frac{180k\Omega}{10-1} = \frac{180}{9} k\Omega = 20k\Omega$$

ESERCIZIO

Dato un amplificatore operazionale in configurazione non invertente con $R_1 = 10\,k\Omega$, $R_2 = 20\,k\Omega$ e $a_0 = 10^5\,V/V$, calcolare la funzione di trasferimento nel caso ideale ($a \to \infty$) e reale.



1) Caso ideale

$$A = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 1 + 2 = 3\,V/V$$

2) caso reale

$$A = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{a}} = 3 \cdot \frac{1}{1 + \frac{3}{a}} = 3\,\frac{a}{a+3}$$

$$= 3\,\frac{10^5}{10^5 + 3} = 3 \cdot \frac{100000}{100003}$$

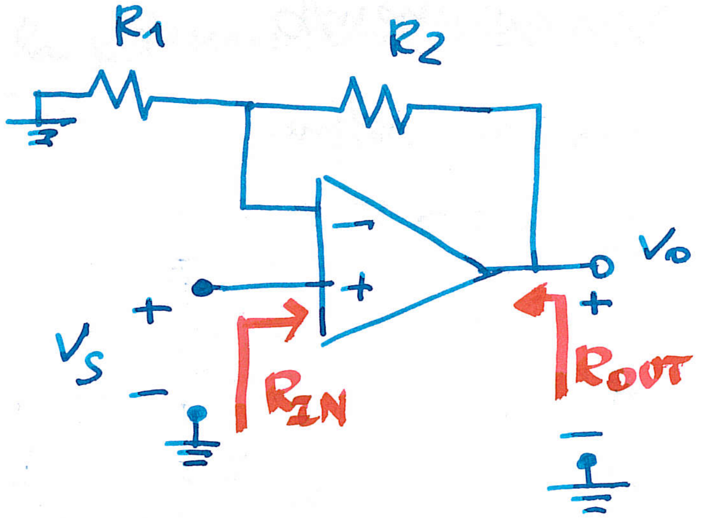
$$= 3 \times 0{,}99997$$

$$\frac{A_{ideale} - A_{reale}}{A_{ideale}} = \frac{3 - 2{,}99991}{3} = 0{,}003\ \%$$

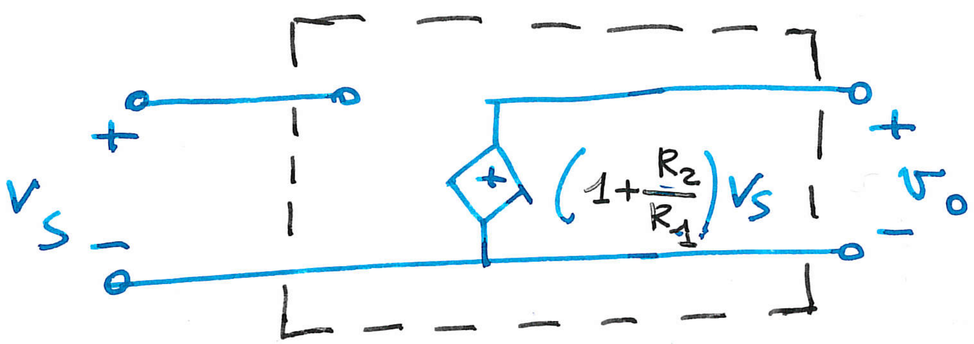
Quindi considerare l'op amp ideale (con $a \to \infty$) è un'ottima approssimazione per tantissime applicazioni.

Per completare la caratterizzazione dell'amplificatore operazionale in configurazione non invertente, oltre al guadagno, dobbiamo valutare le impedenze di ingresso e uscita del circuito.

Analizziamo il circuito e valutiamo la resistenza vista dalla sorgente ai terminali di ingresso e quella in uscita vista dal carico.



Dal momento che non scorre corrente attraverso i terminali in ingresso, avremo $R_{IN} = \infty$.
Inoltre l'output è modellato con un generatore di tensione dipendente, ma ideale; pertanto $R_{OUT} = 0$
Il circuito equivalente è il seguente:



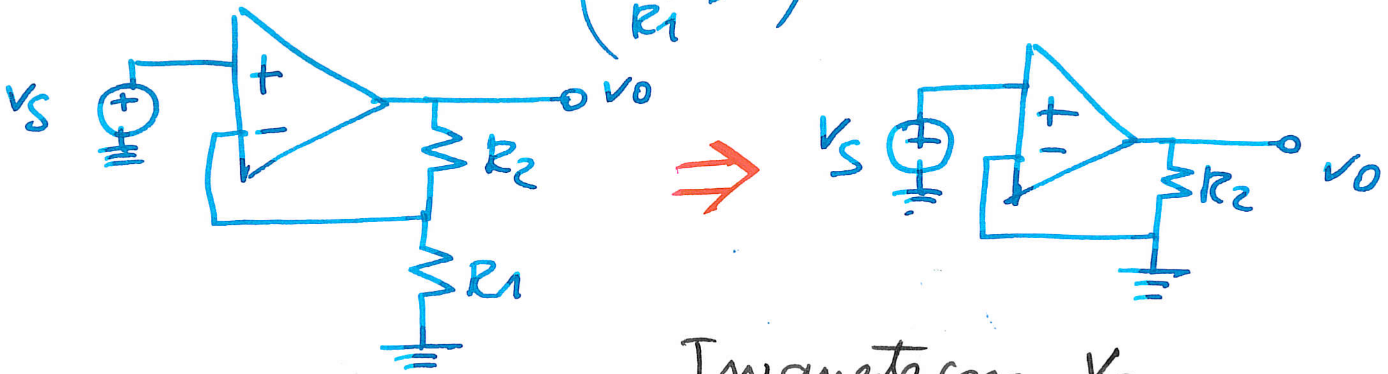
Analizziamo ora due interessanti limiti del circuito non invertente:

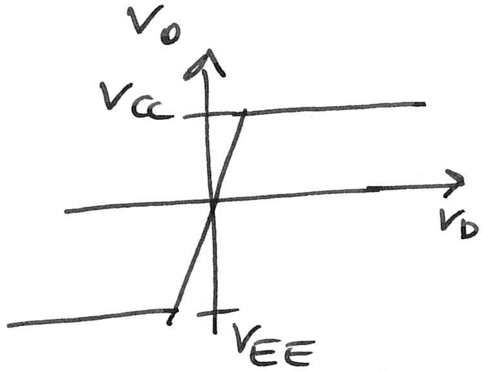
a) $\frac{R_2}{R_1} \to \infty$, cioè $R_1 = 0$

b) $\frac{R_2}{R_1} \to 0$, cioè $R_2 = 0$

Nel caso a) il circuito si riduce a:

$\left(\frac{R_2}{R_1} \to \infty\right)$

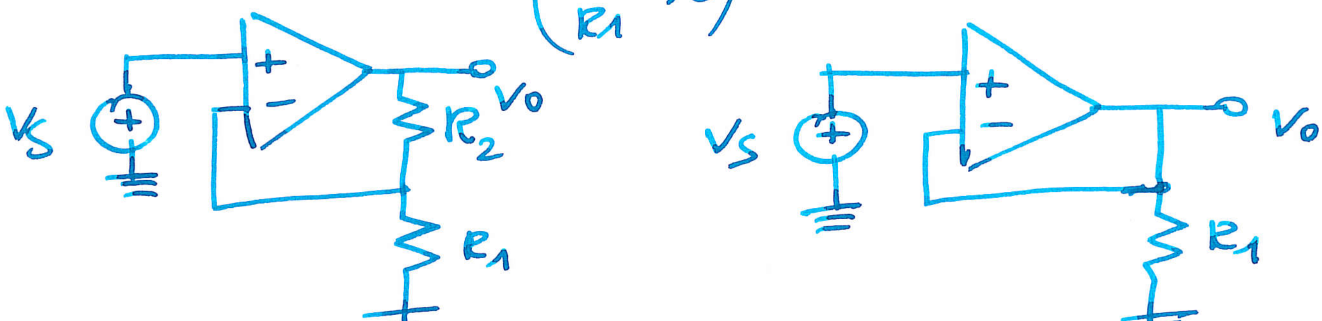




In questo caso $\frac{V_o}{V_S} \to \infty$, la tensione v_o satura al valore della tensione positiva di alimentazione.

Per il caso b) invece avviene:

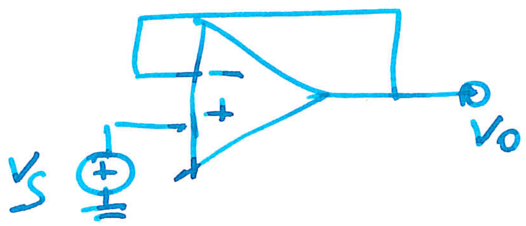
$\left(\frac{R_2}{R_1} \to 0\right)$



Il circuito, chiamato anche buffer, produce $\frac{V_o}{V_S} = 1$

quindi $v_o = V_S$.

E normalmente si utilizza rimuovendo l'inutile resistenza R1



$A = 1\,V/V$

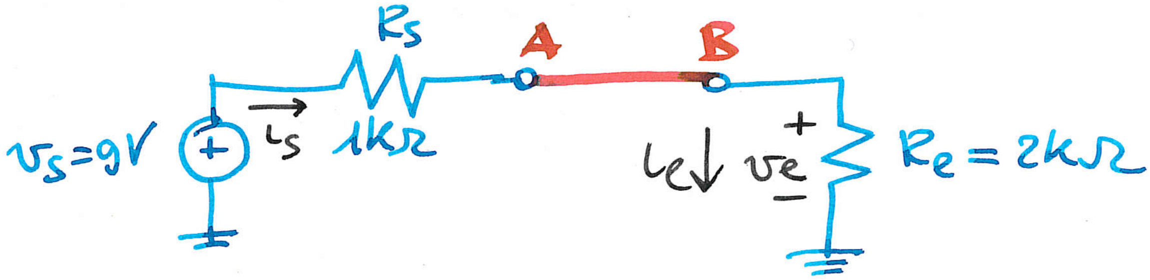
con

$R_i = \infty$ e $R_o = 0$

ESERCIZIO

Data una sorgente di tensione $v_s = 9V$ con resistenza interna $R_s = 1k\Omega$, si deve alimentare un carico $R_e = 2k\Omega$. Calcolare la caduta di tensione ai capi del carico, la potenza assorbita e la potenza fornita dal generatore.

Colleghiamo direttamente sorgente e carico:



Grazie alla regola del partitore di tensione, avremo:

$$v_e = \frac{R_e}{R_e+R_s} \cdot v_s = \frac{2}{\cancel{3}} \cancel{9}^{3} = 6V$$

Quindi, a causa della resistenza in serie alla sorgente, avremo

$$v_e < v_s$$

Poiché

$$i_s = i_e = \frac{v_s}{R_s+R_e} = \frac{9V}{3k\Omega} = 3mA$$

le potenze dissipate e fornite saranno:

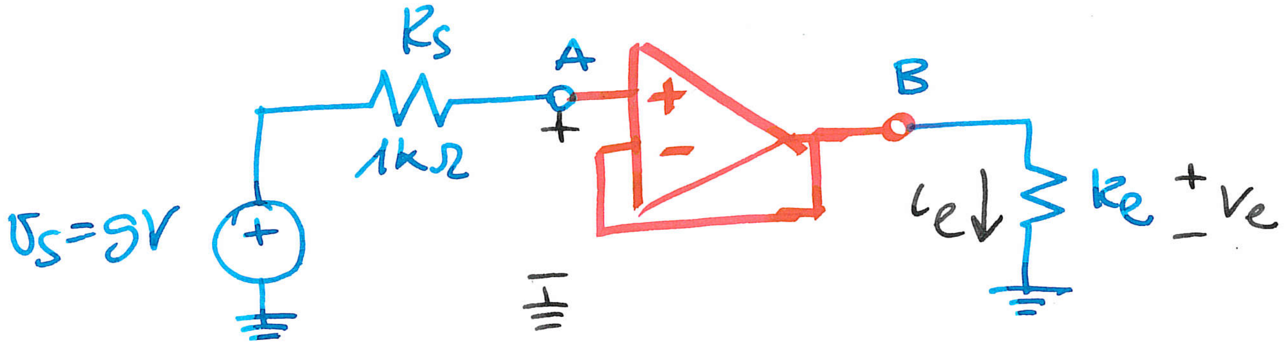
$$P_e = v_e i_e = 6V \times 3mA = 18mW$$

$$P_s = v_s i_s = 9V \times 3mA = 27mW$$

la potenza dissipata nella resistenza in serie alla sorgente è

$$P_{R_s} = R_s i_s^2 = 1k\Omega \times 9 (mA)^2 = 9mW$$

Inseriamo ora tra i punti A e B del circuito precedente un opamp in configurazione 'buffer' (detto anche 'inseguitore di tensione') e ristudiamo il circuito



Dato che non fluisce corrente attraverso il terminale non invertente dell'opamp, avrò

$$v_A = v_S$$

inoltre, $v_B = v_A = v_S = v_e$

$$i_e = \frac{v_o}{R_e} = \frac{9V}{2k\Omega} = 4.5\,mA$$

La potenza trasferita al carico è

$$P_e = R_e i_e^2 = 2k\Omega \times (4.5\,mA)^2 = 40.5\,mW$$

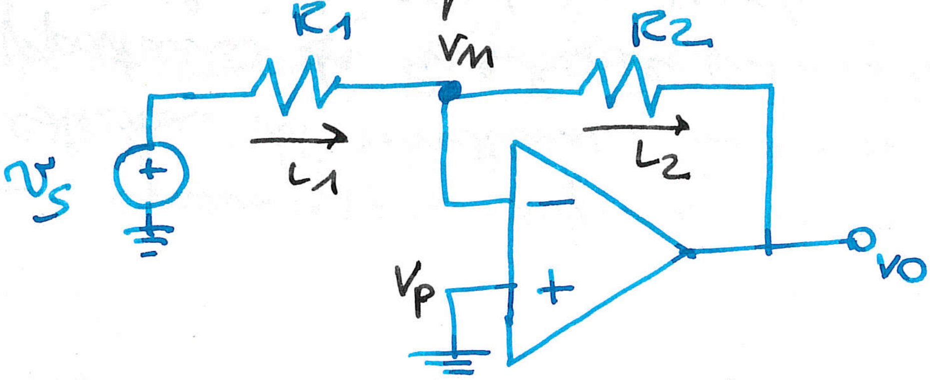
mentre quella trasferita dalla sorgente è

$$P_S = R_S i_S^2 = 1k\Omega \times (0\,mA)^2 = 0\,W$$

Il buffer sente la tensione della sorgente e la trasferisce al carico. La resistenza R_e è alimentata dalle alimentazioni dell'op. amp. e non dalla sorgente.

L'OP AMP in configurazione INVERTENTE

Consideriamo il seguente circuito:



La corrente che fluisce attraverso R_1 deve necessariamente proseguire in R_2, pertanto

$$i_1 = \frac{v_S - v_N}{R_1} = i_2 = \frac{v_N - v_O}{R_2}$$

Inoltre

$$v_O = a v_D = a(v_P - v_N) \underset{\substack{\uparrow \\ v_P \text{ è a GND}}}{=} -a v_N$$

$$\frac{v_S}{R_1} = v_N\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{a}{R_2}\right]$$

$$v_S = a v_N R_1\left[\frac{1}{R_2} + \frac{1}{a}\left(\frac{R_1+R_2}{R_1 R_2}\right)\right]$$

$$= a v_N \frac{R_1}{R_2}\left[1 + \frac{R_1+R_2}{a R_1}\right]$$

Ma $v_O = -a v_N$, e pertanto

$$\frac{v_O}{v_S} = -\frac{R_2}{R_1}\cdot\left[\frac{1}{1+\frac{R_1+R_2}{aR_1}}\right]$$

che può anche essere riscritta come

$$\frac{v_o}{v_s} = -\frac{R_2}{R_1}\left[1 + \frac{1}{a}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\right]^{-1}$$

Nel limite di op amp ideale avremo

$$A = \lim_{a\to\infty} \frac{v_o}{v_s} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Inoltre, ricordando che $(1+\epsilon)^{-1} \simeq 1-\epsilon$ quando $\epsilon \ll 1$, possiamo anche riscriverla come

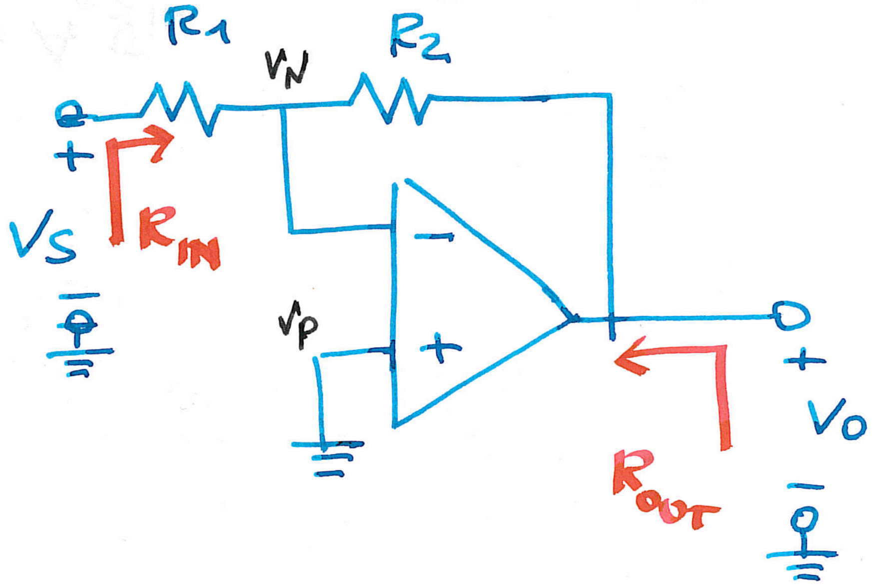
$$A = -\frac{R_2}{R_1}\left[1 - \frac{1}{a}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\right]$$

Osservazioni:

1) Il guadagno a circuito chiuso è negativo: il circuito ha quindi il nome corretto di AMPLIFICATORE INVERTENTE. Un guadagno negativo significa che v_o ha polarità invertita rispetto a v_s

2) Il guadagno è definito solamente dalla rete esterna di resistenze. Con una scelta opportuna di R_1 e R_2 è possibile ottenere vari valori di guadagno, incluso un valore nullo (mentre il guadagno dell'amplificatore non invertente è sempre ≥ 1!)

Analizziamo infine il circuito e valutiamo le resistenze in ingresso e uscita, viste rispettivamente dalla sorgente e dal carico.



L'output, v_o, è fornito da un generatore di tensione dipendente ideale con $r_o = 0$, pertanto $\boxed{R_{OUT} = 0}$.

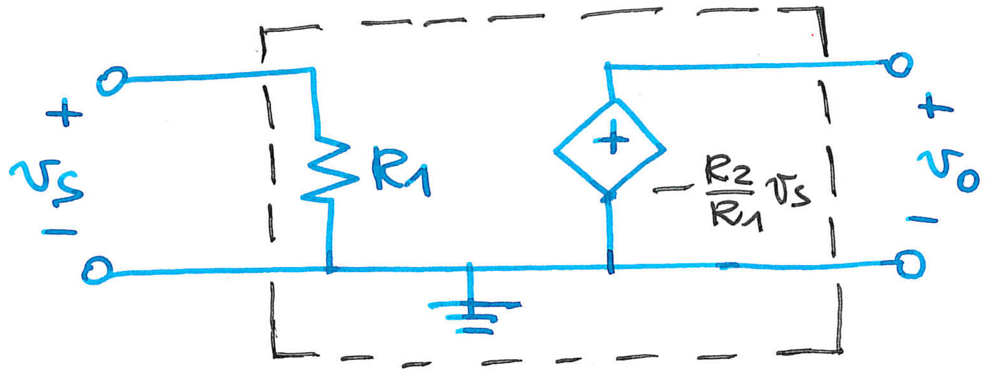
Per calcolare R_{IN}, notiamo che

$$v_o = a v_D = a(v_P - v_N) = -a v_N$$

Poiché $a \to \infty$, per mantenere v_o ad un valore finito, dovremo avere $\lim_{a \to \infty} v_N = 0$. E quindi possiamo dire che l'op. amp. mantiene anche V_N a massa. Pertanto la resistenza che vede la sorgente è R_1:

$$\boxed{R_{IN} = R_1}$$

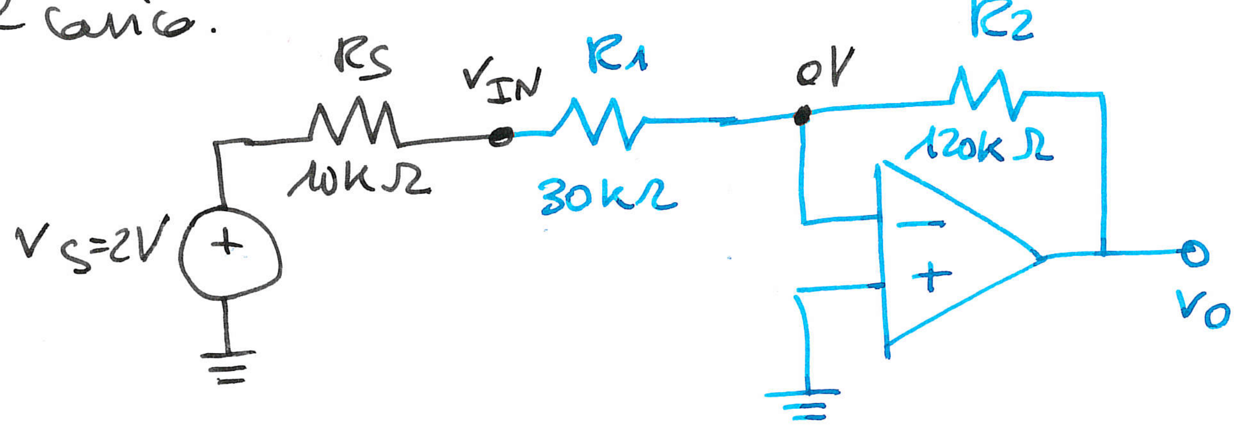
Il circuito equivalente è:



ESERCIZIO

Una sorgente da 2V, riferita a massa, e con resistenza interna $R_S = 10k\Omega$ è collegata ad un amplificatore invertente con $R_1 = 30k\Omega$ e $R_2 = 120k\Omega$ in modo che il guadagno sia $A = -\frac{R_2}{R_1} = -4\ V/V$.

Calcolare v_O e la perdita di segnale dovuta al carico.



$$v_O = A\, v_{IN}$$

ma $v_{IN} = \frac{R_1}{R_S + R_1} v_S = \frac{3}{4} \times 2V = 1{,}5V$

$$v_O = -\frac{R_2}{R_1} v_{IN} = -4 \times 1{,}5V = -6V$$

la perdita di segnale in ingresso è

$$\frac{v_S - v_{IN}}{v_S} = \frac{2V - 1.5V}{2V} = \frac{0.5}{2} = 25\%$$

Senza la resistenza in ingresso ($R_S = 0$) avremmo avuto

$$v_O = A v_{IN} = A v_S = -4 \times 2V = -8V$$

Ridimensioniamo la rete dell'op. amp scegliendo un nuovo valore per R_2 in modo da ottenere $v_O = -8V$

$$A = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$v_O = -\frac{R_2}{R_1} v_{IN} = -\frac{R_2}{\cancel{R_1}} \frac{\cancel{R_1}}{R_S + R_1} v_S$$

$$R_2 = -\frac{v_O}{v_S}(R_S + R_1)$$

$$= -\left(\frac{-\cancel{8}^{4}\cancel{V}}{\cancel{2}\cancel{V}}\right)(10k + 30k) = 4 \times 40k$$

$$= 160k\Omega$$