ANALISI di CIRCUITI con AMPLIFICATORI OPERAZIONALI IDEALI

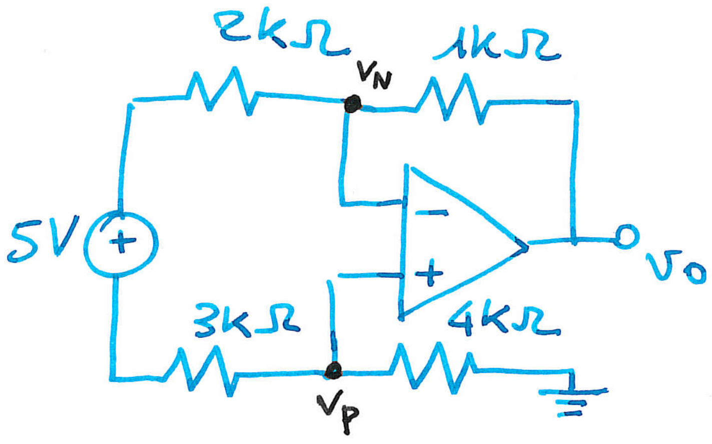
L'analisi di circuiti elettrici con amplificatori operazionali può essere velocizzata in modo considerevole se si sfrutta il fatto che quando si utilizza un op amp con feedback negativo, la differenza di potenziale ai terminali di ingresso è nulla:

$$\lim_{a\to\infty} v_D = \lim_{a\to\infty} \frac{v_O}{a} = 0$$

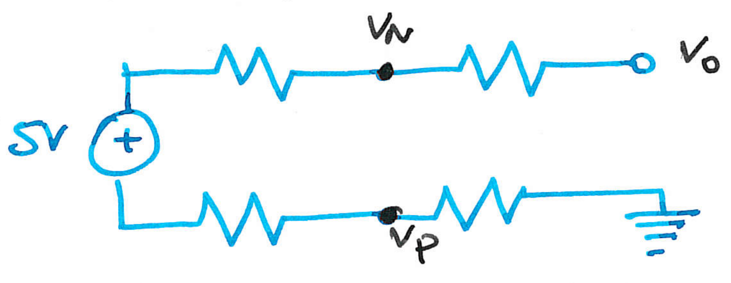
La regola del 'virtual short' afferma che: un op. amp. ideale con feedback negativo modificherà la tensione (e la corrente) in uscita in modo da portare v_D a zero, o equivalentemente in modo da rendere $v_N = v_P$.

ESERCIZIO

Determinare tutte le tensioni ai nodi del circuito in figura, considerando l'op. amp. ideale.

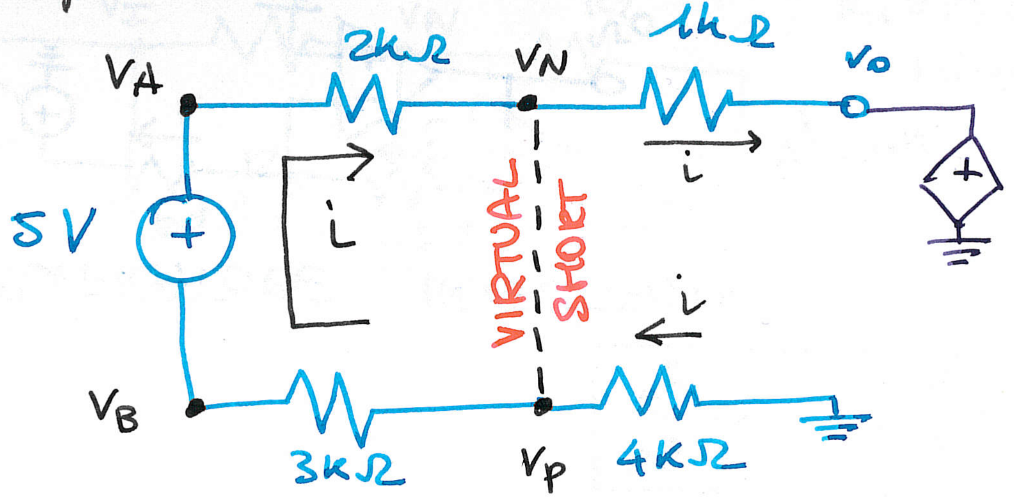


- Se togliamo l'op. amp, non circola corrente nel circuito



$$\boxed{\begin{aligned} V_N &= 5\,V \\ V_P &= 0\,V \end{aligned}}$$

- Inserendo l'op. amp., questo farà in modo da portare v_P e v_N allo stesso valore di tensione, modificando v_o



Dal momento che V_N e V_P sono alla stessa tensione (sono in 'virtual short'), nella maglia di sinistra fluisce una corrente

$$i = \frac{V}{R} = \frac{5V}{2k\Omega + 3k\Omega} = 1mA$$

Ma la corrente non può fluire attraverso il 'virtual short' e quindi deve provenire dalla massa

$$v_P = -4k\Omega \times 1mA = -4V$$

Poichè

$$v_P - v_B = Ri \rightarrow v_B = v_P - Ri = -4V - 3V = -7V$$

Proseguendo

$$v_A = v_B + 5V = -2V$$

$$v_N = v_P = -4V$$

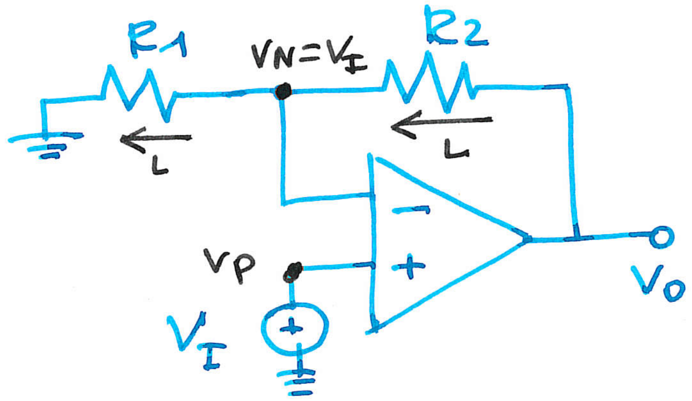
e infine

$$v_o = v_o - Ri = -4V - 1V = -5V$$

ESERCIZIO

Utilizzando il concetto di 'virtual short', ricavare l'espressione del guadagno per un amplificatore operazionale in configurazione non invertente e invertente

AMPLIFICATORE NON INVERTENTE



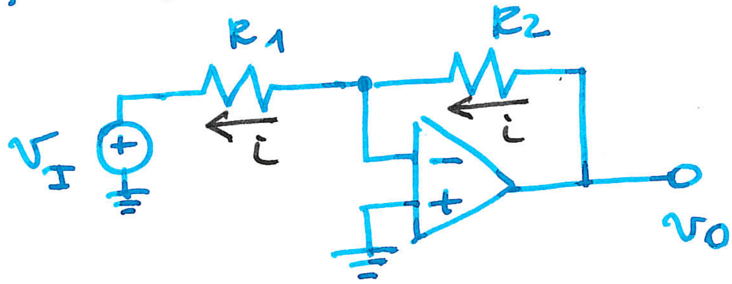
$$V_P = V_I = V_N$$

Scriviamo l'espressione della corrente al ramo superiore e la legge di Kirchhoff al nodo V_N

$$\frac{v_0 - v_I}{R_2} = \frac{v_I}{R_1} \rightarrow \frac{v_0}{R_2} = v_I\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right)$$

$$\boxed{\frac{v_0}{v_I} = 1 + \frac{R_2}{R_1}}$$

AMPLIFICATORE INVERTENTE



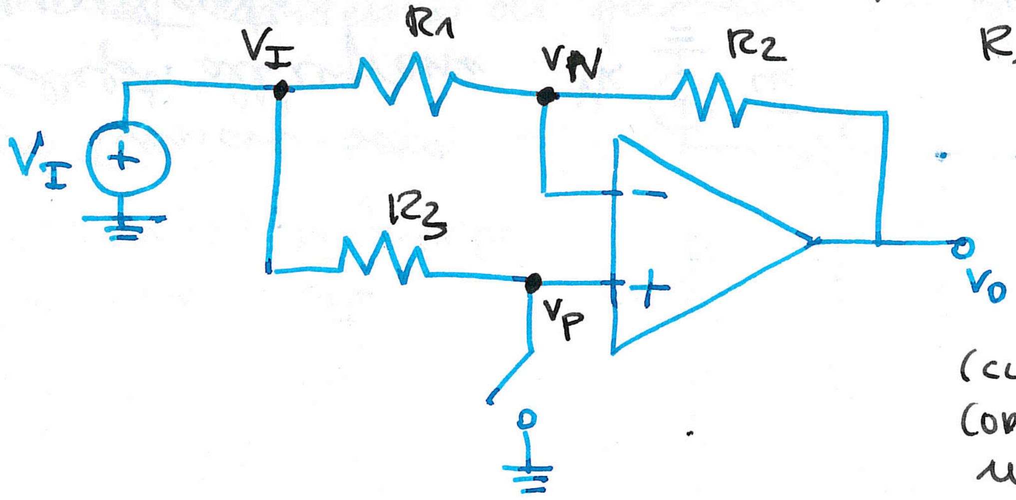
$$V_P = V_N = 0V$$

In analogia al caso precedente

$$\frac{v_0}{R_2} = -\frac{v_I}{R_1} \qquad \boxed{\frac{v_0}{v_I} = -\frac{R_2}{R_1}}$$

APPLICAZIONE: GAIN POLARITY CONTROL

Consideriamo il circuito in figura, con



$R_1 = R_2 = R_3 = 10\,k\Omega$

DIMOSTRARE che, a seconda della posizione dello switch, si comporta come amplificatore invertente (CLOSED) o non invertente (OPEN) con guadagno unitario.

Al polo non invertente è collegato un interruttore. Sono possibili due configurazioni:

a) SWITCH chiuso:

v_P è collegato a massa, pertanto $v_P = v_N = 0V$

Il circuito è un amplificatore invertente con

$$A = -\frac{R_2}{R_1} = -1\,V/V$$

b) SWITCH aperto:

Attraverso R_3 non fluisce corrente ($i_{R_3} = 0$), pertanto $v_P = v_I$ ($v_P = v_I - R_3 i_3$)

ma dato che $v_N = v_P \rightarrow v_N = v_I$ e pertanto anche $i_{R_1} = 0$. Ne consegue che anche attraverso R_2 non fluisce corrente e pertanto $v_O = v_I$

Il guadagno sarà

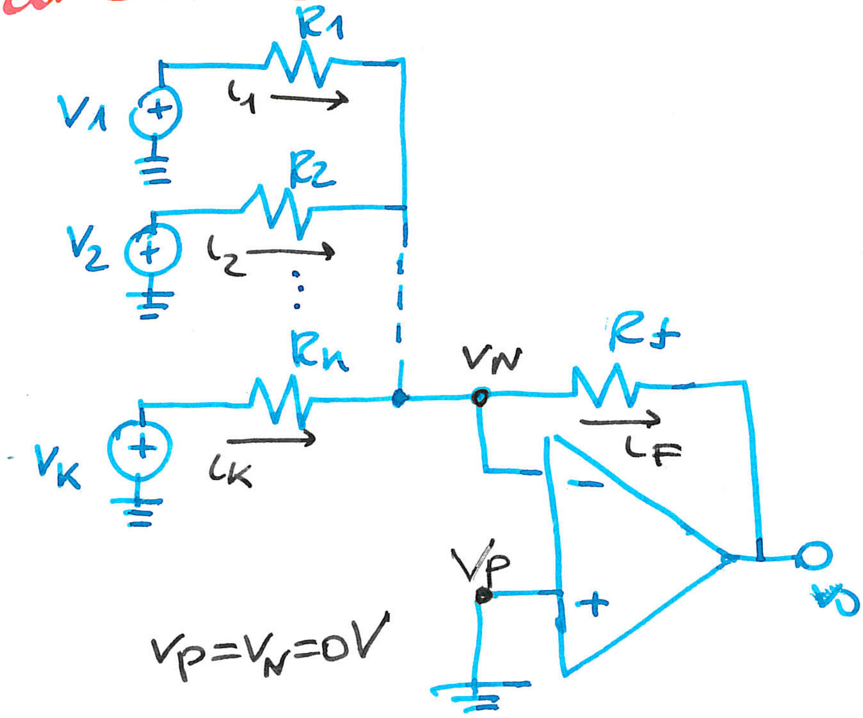
$$A = \frac{v_O}{v_I} = +1\,V/V$$

AMPLIFICATORI di SOMME e DIFFERENZE

Oltre ad amplificare un segnale, gli operazionali permettono di sommare e sottrarre segnali in ingresso. Queste tipologie di operazioni sono fornite da due categorie di circuiti che sono chiamati 'summing amplifiers' e 'difference amplifiers'. La necessità di sommare segnali in tensione è tipica della registrazione audio, quando si vogliono 'sommare' i segnali provenienti da vari strumenti musicali e quindi da microfoni. (AUDIO MIXING). Un altro tipo di applicazione è quella delle cuffie con soppressione del rumore, dove segnale ambientale viene inviato prima ad un amplificatore invertente e quindi sommato al segnale stesso in modo da eliminarlo.

L'AMPLIFICATORE di SOMME

Consideriamo il circuito in figura, dove un certo numero, K, di generatori di tensione sono collegati all'ingresso invertente.



$v_P = v_N = 0V$

Tutte le correnti che attraversano le resistenze in serie ai generatori di tensione, convogliano nella resistenza di feedback R_F:

$$i_F = i_1 + i_2 + \dots i_K$$

Pertanto

$$\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \dots + \frac{v_K}{R_K} = -\frac{v_0}{R_f}$$

quindi

$$\boxed{v_0 = -\left[\frac{R_F}{R_1} v_1 + \frac{R_F}{R_2} v_2 + \dots + \frac{R_F}{R_K} v_K\right]}$$

la tensione in uscita dell'operazionale è una somma pesata delle tensioni in ingresso.

ESERCIZIO

Utilizzando resistenze con valori nella regione dei $k\Omega$ disegnare un circuito che accetti tre tensioni in ingresso e fornisca $v_0 = -(2v_1 + 3v_2 + v_3)$

Poiché

$$v_0 = -\left(\frac{R_F}{R_1} v_1 + \frac{R_F}{R_2} v_2 + \frac{R_F}{R_3} v_3\right)$$

scegliamo $R_F = R_3 = 30 k\Omega$ e avremo

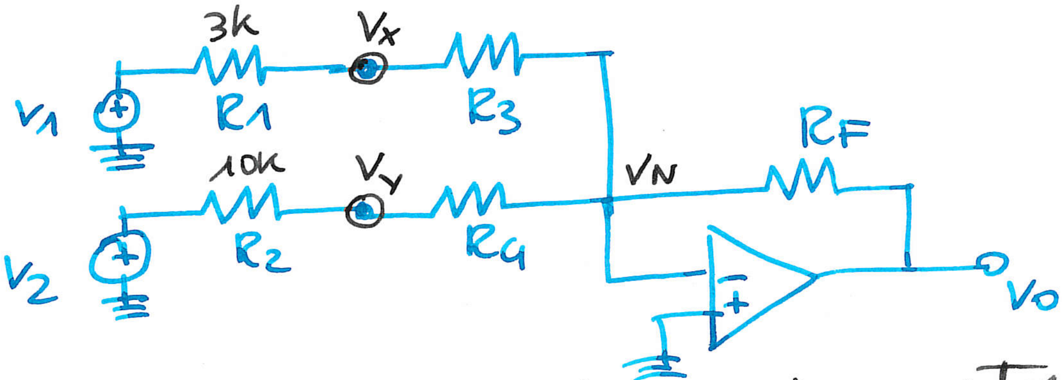
$$\frac{R_F}{R_1} = 2 \rightarrow R_1 = \frac{R_F}{2} = 15 k\Omega \quad e \quad \frac{R_F}{R_2} = 3 \rightarrow R_2 = \frac{R_F}{3} = 10 k\Omega$$

ESERCIZIO

Sono dati due generatori di tensione, v_1 e v_2 con resistenze interne $R_1 = 3k\Omega$ e $R_2 = 10k\Omega$. Disegnare un amplificatore sommatore che fornisca

$v_o = -(20 v_1 + 10 v_2)$. Disegnare il circuito finale.

Il circuito dal quale partiamo è il seguente



Considerando le resistenze interne dei generatori nell'amplificatore di somme avremo:

$$v_o = -\left(\underbrace{\frac{R_F}{R_1+R_3}}_{20} V_1 + \underbrace{\frac{R_F}{R_2+R_4}}_{10} V_2\right)$$

Da specifica avremo:

$$\frac{R_F}{R_1+R_3} = 20 \quad e \quad \frac{R_F}{R_2+R_4} = 10$$

$$\begin{cases} R_F - 20R_3 = 20R_1 = 60k\Omega \\ R_F - 10R_4 = 10R_2 = 100k\Omega \end{cases}$$

Una soluzione possibile è

$R_4 = 0 \rightarrow R_F = 100k\Omega$ e $R_3 = \frac{R_F - 60k}{20} = 2k\Omega$

Riprendendo il guadagno dell'amplificatore di somme, se tutte le resistenze sono uguali ($R_1 = R_2 = \dots = R_n = R$), la formula del guadagno si riduce a

$$v_o = -\frac{R_F}{R}(v_1 + v_2 + \dots + v_n)$$

Ponendo la resistenza di feedback un potenziometro con valori continui tra 0 e R_F, avremo

$$v_o = A(v_1 + v_2 + \dots + v_n)$$

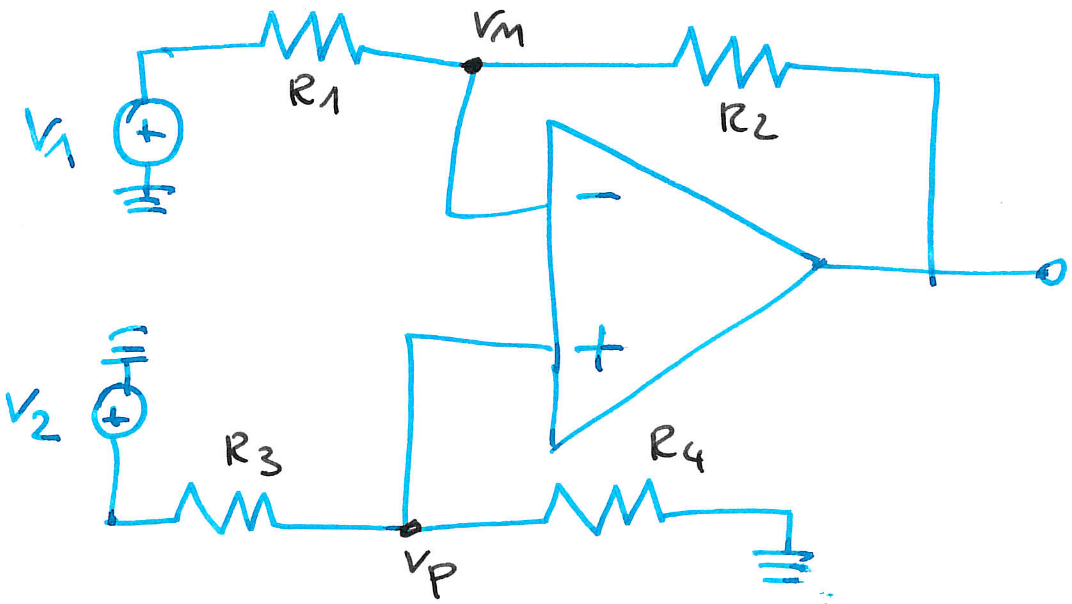
con

$$-\frac{R_F}{R} \leq A \leq 0$$

Una tipica applicazione sono i mixer audio analogici.

L'AMPLIFICATORE di DIFFERENZE

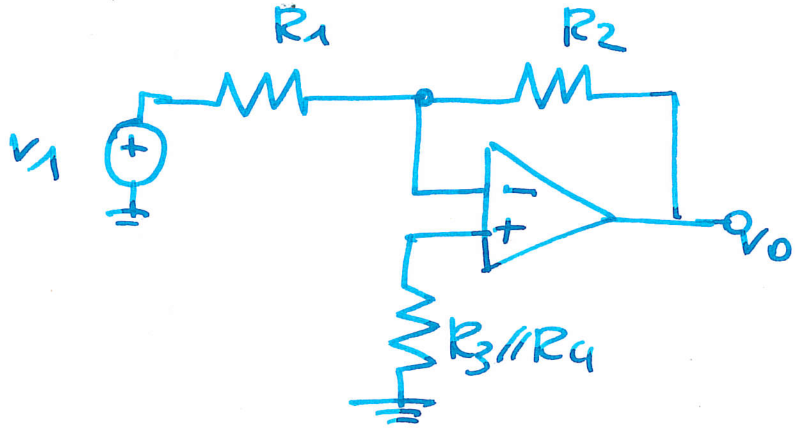
Consideriamo un circuito con amplificatore operazionale nel quale applichiamo una tensione sia al ramo invertente che non invertente:



Per ricavare la funzione di trasferimento applichiamo il principio di sovrapposizione e consideriamo separatamente i contributi di v_1 e v_2.

a) $v_1 \neq 0$ e $v_2 = 0$

Il circuito equivalente diventa

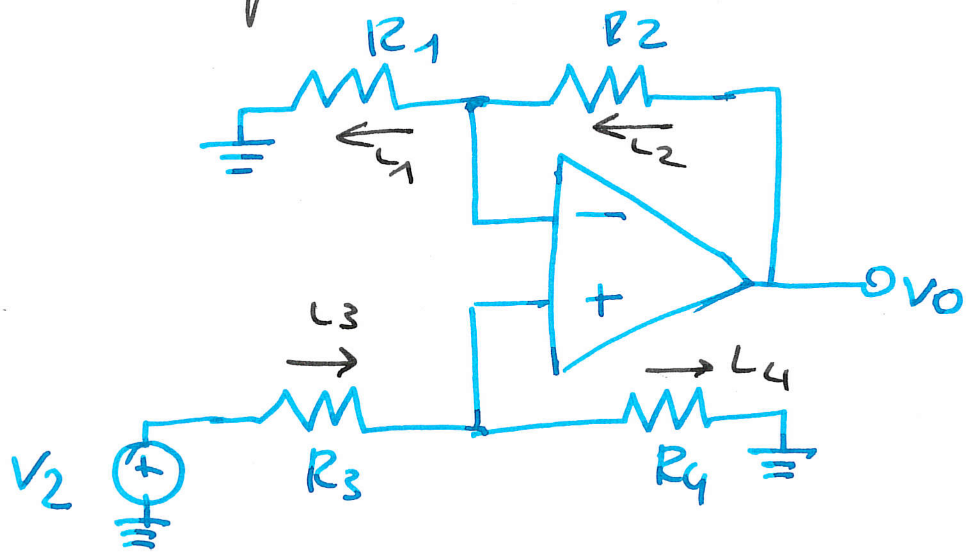


Ma $v_P = 0$ e quindi $v_N = v_P = 0$. Siamo nel caso di amplificatore invertente:

$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_1$$

b) $v_1 = 0$ e $v_2 \neq 0$

Il circuito equivalente diventa



Al nodo invertente avremo

$$\frac{v_o - v_N}{R_2} = \frac{v_N}{R_1} \rightarrow v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_N$$

mentre al nodo non-invertente:

$$\frac{v_2 - v_p}{R_3} = \frac{v_p}{R_4} \rightarrow v_2 = v_p \left(1 + \frac{R_3}{R_4}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$v_p = \frac{v_2}{1 + \frac{R_3}{R_4}}$$

Combinando le due equazioni, dato che $v_p = v_n$,

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{v_2}{1 + \frac{R_3}{R_4}} = v_2 \, \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_3}{R_4}}$$

Combinando i due contributi (a e b), possiamo scrivere

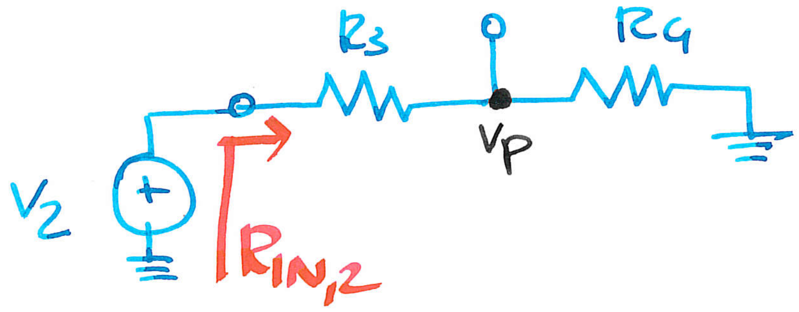
$$v_o = - \frac{R_2}{R_1} v_1 + \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} v_2$$

$$= \frac{R_2}{R_1} \left[\frac{1 + \frac{R_1}{R_2}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} v_2 - v_1 \right]$$

Pertanto v_o è una differenza pesata dei due ingressi.

Desideriamo ora valutare le resistenze viste, in ingresso, dai segnali v_1 e v_2

Sappiamo che l'ingresso non invertente dell'op. amp. non fa passare corrente; pertanto il circuito equivalente visto da v_2 è:



con $$\boxed{R_{IN,2} = R_3 + R_4}$$

Studiamo ora il nodo invertente. L'effetto del feedback negativo è di portare la tensione v_N a v_P (che però è a massa).

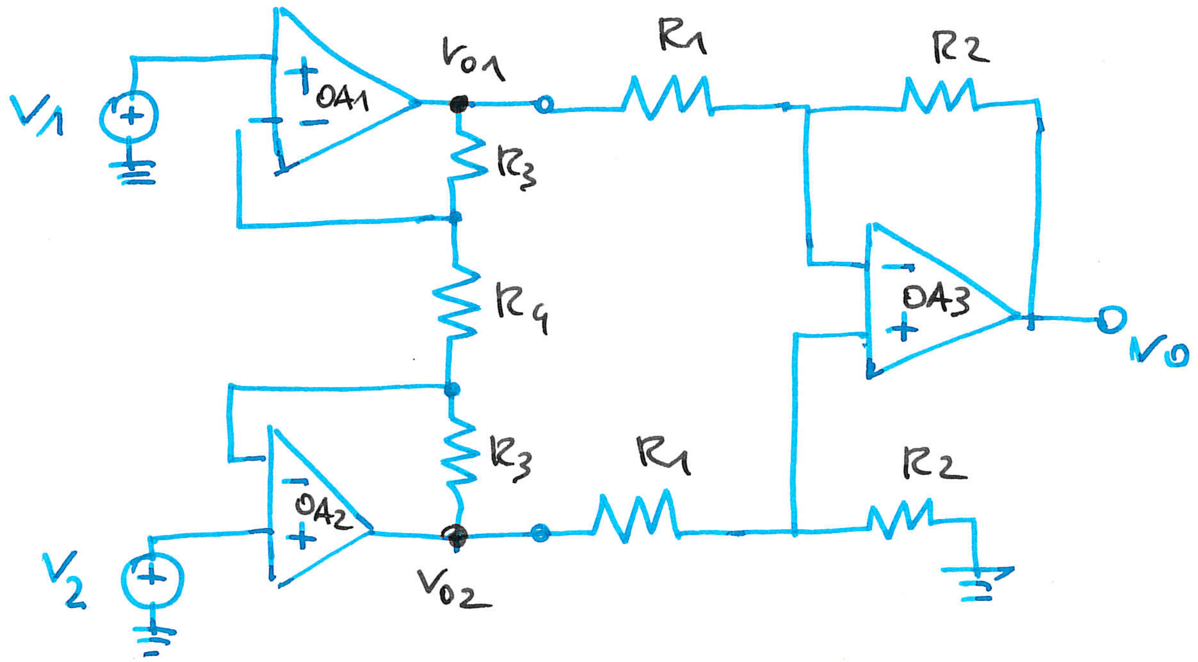
Pertanto $$\boxed{R_{IN,1} = R_1}$$

Riprendendo ora l'espressione calcolata in precedenza per v_0, se $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$, otteniamo

$$v_0 = \frac{R_2}{R_1}(v_2 - v_1)$$

L'AMPLIFICATORE di STRUMENTAZIONE

Una tipica esigenza della strumentazione per misure di laboratorio è la necessità di amplificare una differenza di tensione tra due nodi di un circuito senza perturbare le tensioni stesse. L'amplificatore alle differenze appena introdotto non soddisfa la richiesta in quanto le resistenze equivalenti $R_{IN,1}$ e $R_{IN,2}$ abbassano la tensione dei segnali in ingresso. Vorremmo pertanto un amplificatore con $R_{IN,1} = R_{IN,2} = \infty$.
Una possibile soluzione è precedere lo stadio di ingresso dell'amplificatore alle differenze con due amplificatori invertenti, in modo che i due segnali vedano una impedenza infinita.
Il risultato è il circuito di figura:

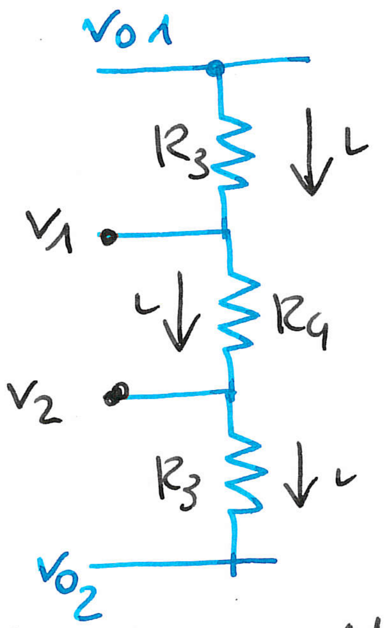


OA3 funziona come un amplificatore alle differenze:

$$v_o = \frac{R_2}{R_1}\left(v_{o2} - v_{o1}\right)$$

dove v_{o2} e v_{o1} sono, rispettivamente, i segnali in uscita da OA2 e OA1.

La rete resistiva tra v_{o1} e v_{o2} è percorsa da una corrente i:



$$v_{o1} - v_{o2} = (2R_3 + R_4)\, i$$

ma $v_1 - v_2 = i R_4$

pertanto

$$v_{o1} - v_{o2} = (2R_3 + R_4)\frac{v_1 - v_2}{R_4}$$

Sostituendo nell'espressione di partenza

$$v_o = \frac{R_2}{R_1}\left(v_{o2} - v_{o1}\right) = \frac{R_2}{R_1}\left(\frac{2R_3}{R_4} + 1\right)\left(v_2 - v_1\right)$$

Il circuito amplifica la differenza $v_2 - v_1$ ed il guadagno è dato da

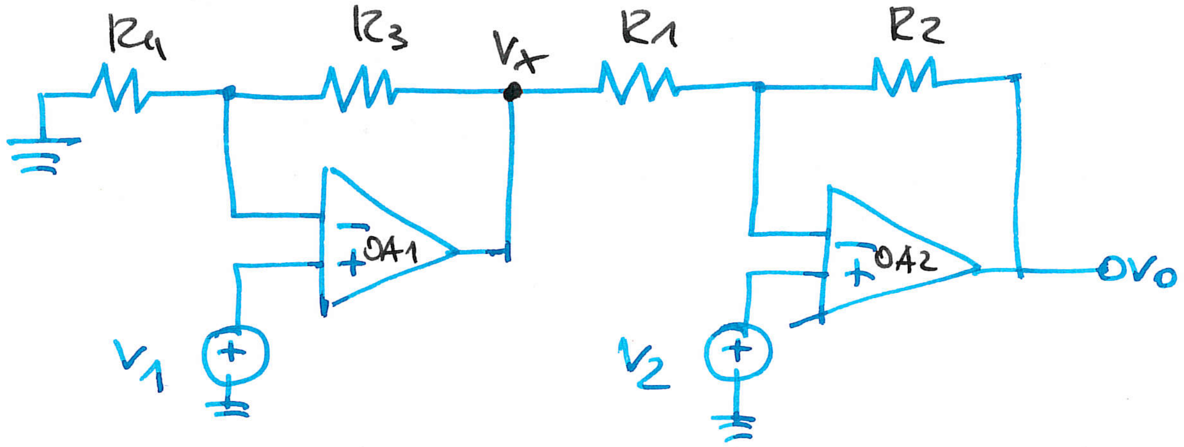
$1 + \frac{2R_3}{R_4}$: guadagno fornito da OA1 e OA2 (primo stadio)

e

$\frac{R_2}{R_1}$: guadagno dell'amplificatore alle differenze (secondo stadio)

AMPLIFICATORE di STRUMENTAZIONE con DUE AMPLIFICATORI OPERAZIONALI

Il circuito in figura è un altro tipo di amplificatore strumentale.

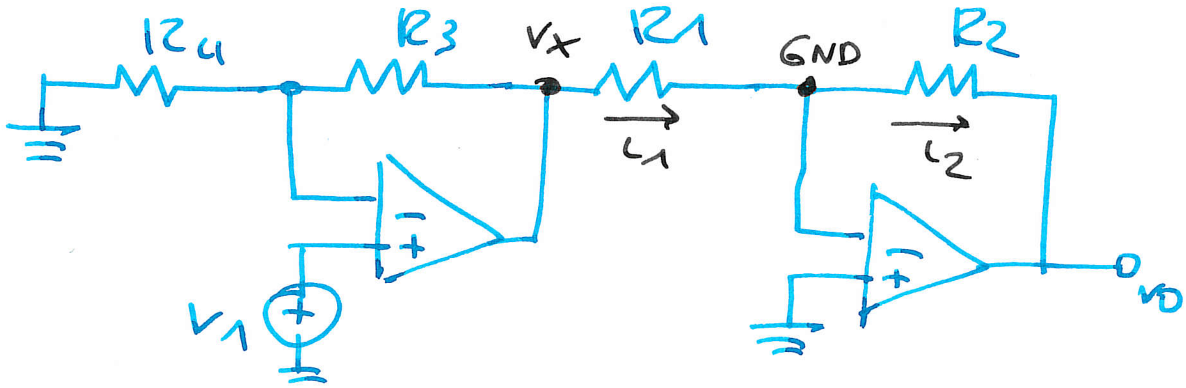


OA1 è un amplificatore non invertente, perciò

$$v_x = \left(1 + \frac{R_3}{R_4}\right) v_1$$

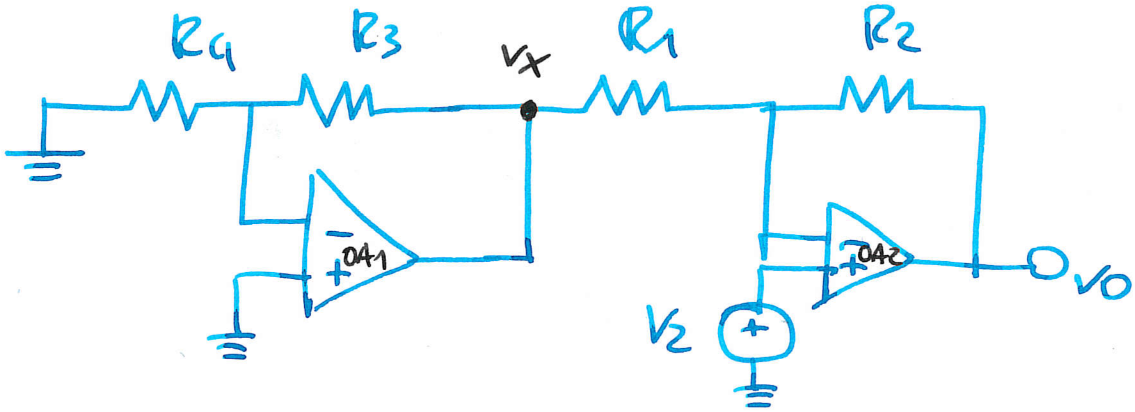
Per ricavare la tensione v_o usiamo il principio di sovrapposizione e studiamo, separatamente, i contributi di v_1 e v_2.

a) $v_1 \neq 0$ e $v_2 = 0$



$$i_1 = \frac{v_x}{R_1} = \frac{-v_o}{R_2} = i_2 \quad ; \quad v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_x = -\frac{R_2}{R_1}\left(1 + \frac{R_3}{R_4}\right) v_1$$

b) $v_1 = 0$ e $v_2 \neq 0$



$V_x = 0$ e quindi OA2 si comporta come un amplificatore non invertente:

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_2$$

Sommando i contributi a e b otteniamo:

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_2 - \frac{R_2}{R_1}\left(1 + \frac{R_3}{R_4}\right) v_1$$

$$= \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\left[V_2 - \frac{1 + \frac{R_3}{R_4}}{1 + \frac{R_1}{R_2}} v_1\right]$$

Nel caso in cui $\frac{R_3}{R_4} = \frac{R_1}{R_2}$, si otterrà

$$\boxed{v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)(v_2 - v_1)}$$