FACOLTA' DI INGEGNERIA

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale,
Meccanica- Meccatronica
Canale ....
Compito dell' 8 luglio 2009

GIALLO

Su un piano scabro, inclinato di un angolo θ=25° rispetto all'orizzontale, è posto in quiete un corpo (assimilabile a un punto materiale) di massa m_1=1.5 kg. Il coefficiente di attrito dinamico tra il corpo e il piano è μ_{1d}=0.3. Un altro corpo di massa m_2=m_1 è lanciato dalla base del piano verso m_1 con velocità iniziale v_0=5.5 m/s (parallela al piano stesso). Il coefficiente di attrito dinamico tra il corpo m_2 e il piano è μ_{2d}=0.2. Dopo un tempo t=0.5 s il corpo 2 urta in modo completamente anelastico il corpo 1.
Si determinino:

1. La forza di attrito statico tra corpo m_1 e piano.
2. La distanza percorsa lungo il piano da m_2 prima di urtare m_1.
3. La velocità comune alle due masse subito dopo l'urto.
4. L'accelerazione con cui le due masse unite si muovono dopo l'urto.

F_{Att} [N]	4.90	1.23	8.79	6.21
d [m]	2.01	1.1	0.75	1.32
v [m/s]	1.02	1.27	0.87	0.45
|a| [m/s^2]	0.62	6.36	4.32	1.83

1-Il corpo m_1 è in equilibrio statico, la sua equazione del moto è:

$$0 = m_1 a_1 = m_1 g sen\alpha - F_{att} \Rightarrow F_{att} = m_1 g sen\alpha = 6.21N$$

2- Il moto del corpo 2 lungo il piano inclinato è decelerato, il modulo dell'accelerazione è dato da:

$$m_2 a_2 = m_2 g sen\alpha + \mu_{2d} m_2 g \cos\alpha \Rightarrow a_2 = g sen\alpha + \mu_{2d} g \cos\alpha = 5.918 m/s^2$$

$$\Rightarrow d = v_0 t - \frac{1}{2} a_2 t^2 = 2.01m$$

$$v = v_o - at = 2.541 m/s$$

3- nell'urto la quantità di moto del sistema si conserva, prima dell'urto solo la massa m_2 ha quantità di moto diversa da 0 quindi:

$$m_2 v = (m_1 + m_2) v_{CM} \qquad v_{CM} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v = \frac{v}{2} = 1.27 m/s$$

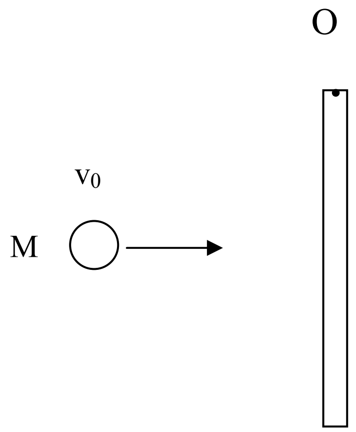
4- La forza F è interna al sistema, e l'accelerazione con cui i corpi si muovono è quella del CM del sistema. Le equazioni del moto di 1 e 2 si possono scrivere:

$$\begin{cases} m_1 a = m_1 g sen\alpha + \mu_{1d} m_1 g \cos\alpha + F \\ m_2 a = m_2 g sen\alpha + \mu_{2d} m_2 g \cos\alpha - F \end{cases} \Rightarrow a = g sen\alpha + g \cos\alpha \frac{\mu_{2d} + \mu_{1d}}{2} = 6.36 m/s^2$$

L'accelerazione è diretta verso il basso.

Un'asta sottile di lunghezza L=0.5m e massa m=1kg, posata su un piano orizzontale liscio, ruota senza attrito in senso orario attorno a un asse verticale passante per il suo estremo O, con velocità angolare ω_0=1.5rad/s.
Ad un certo istante, un proiettile di massa M=2kg con velocità v_0=2.5m/s colpisce perpendicolarmente l'asta nella posizione del centro di massa di quest'ultima e vi rimane conficcato.
Determinare:

1) La velocità angolare del sistema costituito dall'asta e dal proiettile dopo l'urto;
2) L'energia dissipata durante l'urto;
3) La reazione vincolare che si esplica nel punto O immediatamente dopo l'urto.



$\|\omega\|$ [rad/s]	4.7	5.4	2.1	6.7
E_{diss} [J]	3.31	4.56	12.5	21.3
R [N]	45.2	21.9	4.21	59.3

L'asta è vincolata a ruotare attorno al punto O in un piano orizzontale liscio. Nell'urto si conserva il momento angolare rispetto al vincolo.

$$\vec{L}_O = cost. \qquad L_{o,i} = -I\omega_0 + Mv_0\frac{L}{2} \qquad L_{o,f} = I'\omega'$$

$$I = \frac{mL^2}{3} = 0.0833kgm^2 \qquad I' = \frac{mL^2}{3} + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = 0.2083kgm^2$$

$$\omega' = \frac{-I\omega_0 + Mv_0\frac{L}{2}}{I'} = 5.4rad/s$$

Dopo l'urto il sistema ruota in verso antiorario.
Per calcolare l'energia dissipata nell'urto:

$$\Delta E = E_f - E_i \qquad E_i = \frac{1}{2}I\omega_0^2 + \frac{1}{2}mv_o^2 = 6.35J \qquad E_f = \frac{1}{2}I'\omega'^2 = 3.04J$$

$$|\Delta E| = 3.31J$$

A seguito dell'urto il CM del sistema compie un moto circolare di raggio L/2. La reazione vincolare è la forza che permette questo moto.

$$(M+m)a_{CM} = (M+m)\omega'^2\frac{L}{2} = R \qquad R = 21.87N$$

ESERCIZIO DI TERMODINAMICA PER STUDENTI IMMATRICOLATI NELL'A.A. 2008-2009 (Legge 270)

Una mole di gas ideale monoatomico si trova inizialmente alla pressione p_A=3.0 10^5 Pa. Tramite una trasformazione isoterma reversibile, in cui la variazione di entropia e' ΔS_{AB}=3.371 J/K, si porta in uno stato di equilibrio in cui V_B= 2.70 10^{-2} m^3.
Successivamente il gas effettua una trasformazione adiabatica reversibile raggiungendo un nuovo stato di equilibrio in cui la temperatura vale T_C=491.6 K. Da questo stato il sistema ritorna alle condizioni iniziali prima effettuando una trasformazione isobara reversibile in cui cede il calore Q_{CD} = -5730 J, poi, tramite un'ulteriore trasformazione reversibile DA.

1) Si determini la temperatura iniziale T_A.
2) Si determini la pressione, p_B nel nuovo stato di equilibrio.
3) Si calcoli il volume nello stato D.

T_A [K]	1020	650	730	590
P_B [Pa]	2.92×10^5	1.32×10^5	3.31×10^5	2.00×10^5
V_D [m^3]	32.1×10^{-3}	22.6×10^{-3}	18.0×10^{-3}	57.1×10^{-3}

Considerando la formula della variazione di entropia del gas in una trasformazione isoterma e l'equazione di stato si ha:

$$\Delta S_{AB} = nR\,ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) \quad \Rightarrow \quad V_A = \frac{V_B}{exp\left(\frac{\Delta S_{AB}}{nR}\right)} = 18.0 \cdot 10^{-3} m^3$$

$$T_A = \frac{p_A V_A}{nR} = 649.5K \qquad p_B = \frac{nRT_B}{V_B} = 2.0 \cdot 10^5\,Pa$$

La trasformazione adiabatica reversibile è descritta dalle equazioni di Poisson, per cui:

$$pT^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = cost. \qquad \frac{\gamma}{1-\gamma} = -2.5$$

$$p_C = p_B\left(\frac{T_B}{T_C}\right)^{-2.5} = 0.997 \cdot 10^5\,Pa = p_D$$

La trasformazione CD è una trasformazione isobara, da cui:

$$Q_{CD} = nC_p(T_D - T_C) \quad \Rightarrow \quad T_D = T_C + \frac{Q_{CD}}{nC_p} = 215.9K$$

$$V_D = \frac{nRT_D}{p_D} = 18.0 \cdot 10^{-3} m^3$$

ESERCIZIO DI TERMODINAMICA PER STUDENTI IMMATRICOLATI PRIMA DELL'A.A. 2008-2009 (Legge 509)

Una quantità n=1.1 moli di gas ideale biatomico si trova in uno stato di equilibrio termodinamico A caratterizzato dalla pressione p_A e dal volume V_A= 8 x10^{-3} m^3. Il gas compie una trasformazione reversibile A -> B, rappresentata nel piano pV dalla retta

$$p = a + b\,V$$

con $a = 1.95 \times 10^5$ Pa $b = 2.28 \times 10^7$ Pa/m^3, fino a che raggiunge il volume $V_B = 1.4V_A$.

Si determinino

1. La variazione di energia interna del gas nella trasformazione A->B.
2. Il lavoro fatto dal gas nella trasformazione.
3. Il calore scambiato dal gas nella trasformazione.

ΔU_{AB} [J]	5062	1386	4662	3785
W_{AB} [J]	838	534	1324	912
Q_{AB} [J]	6386	6975	5596	4412

Il gas si trova all'equilibri termodinamico sia in A che in B, sfruttando l'equazione di stato e l'equazione della trasformazione si ottiene:

$$A:\begin{cases} n = 1.1 \\ p_A = 3.77 \cdot 10^5\,Pa \\ V_A = 8 \cdot 10^{-3}\,m^3 \\ T_A = \dfrac{p_A V_A}{nR} = 330.1K \end{cases} \qquad B\begin{cases} n = 1.1 \\ p_B = 4.504 \cdot 10^5\,Pa \\ V_B = 1.4V_A = 1.12 \cdot 10^{-3}\,m^3 \\ T_B = \dfrac{p_B V_B}{nR} = 551.5K \end{cases}$$

$$\underline{\Delta U_{AB} = nc_V\left(T_B - T_A\right) = 5062\,J}$$

La trasformazione è reversibile per cui si ottiene:

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} pdV = \int_{V_A}^{V_B} (p + aV)dV = a(V_B - V_A) + \frac{b}{2}\left(V_B^2 - V_A^2\right) = 1324\,J$$

Dal primo principio della termodinamica si ottiene:

$$Q_{AB} = W_{AB} + \Delta U_{AB} \qquad Q_{AB} = 6386\,J$$