FACOLTA' DI INGEGNERIA

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale,
Meccanica- Meccatronica
Canale ....
Compito del 2 settembre 2009

Compito A

Un blocco di massa M=5.0 kg, disposto su un piano orizzontale liscio, è connesso ad un estremo di una molla ideale di costante elastica K=500 N/m, vincolata all'altro estremo. Un proiettile di massa m=60 g colpisce orizzontalmente il blocco alla velocità di 170 m/s e rimane conficcato.
Determinare:

1. La velocità del sistema immediatamente dopo l'urto.
2. La pulsazione del moto armonico risultante.
3. L'ampiezza del moto armonico risultante.
4. Assumendo che sia il blocco che il proiettile siano di alluminio (calore specifico 880 J/kg/K) calcolare di quanto si è scaldato l'insieme blocco/proiettile nell'urto.

v_1 [m/s]	2.02	1.23	8.79	6.21
ω [rad/s]	12.01	9.94	2.75	21.32
A [m]	0.203	1.27	0.87	0.45
T [K]	0.062	1.36	4.32	0.192

L'urto è anelastico, nell'istante in cui esso avviene la molla non è nè compressa nè allungata, per cui la massa M si può considerare libera. Si conserva, pertanto, la quantità di moto del sistema.

$$\vec{p}_{in} = \vec{p}_f \Rightarrow mv = (M+m)V \qquad V = \frac{m}{M+m}v = 2.016\,m/s$$

La pulsazione del moto armonico risultante si trova immediatamente ricordando che:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}} = 9.94\,rad/s$$

Considerando l'equazione generale del moto e le condizioni iniziali si ha:

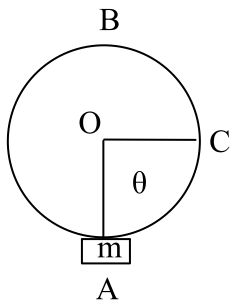
$$\begin{aligned} x(t) &= Asen(\omega t + \varphi) \\ v(t) &= A\omega\cos(\omega t + \varphi_0) \end{aligned} \qquad \begin{cases} x(0) = 0 \Rightarrow \varphi_0 = 0 \\ v(0) = V \Rightarrow A = \dfrac{V}{\omega} = 0.203m \end{cases}$$

L'energia meccanica dissipata nell'urto va ad aumentare l'energia interna del sistema e viene immagazzinata come calore:

$$|\Delta E| = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}(m+M)V^2 = 856.72J = Q \qquad Q = (m+M)c\Delta T \qquad \Delta T = \frac{\Delta E}{(m+M)c} = 0.192K$$

Un disco di massa M=10 kg e raggio R=1 m può ruotare attorno a un asse orizzontale passante per il suo centro O. Al disco e' vincolato un punto materiale di massa m=5 kg come in figura. All'istante iniziale il punto m si trova nella posizione A e il corpo rigido ruota con velocità angolare ω_A=5 rad/s in senso orario. Si determini:

1) La velocità angolare ω_B del corpo nell'istante in cui il punto materiale m passa per la posizione B;
2) Il modulo dell'accelerazione tangenziale del punto m quando esso si trova nella posizione C
3) Nell'istante in cui il punto m passa per la posizione C (θ=90°) viene applicato all'asse un momento frenante costante τ_f. Determinare il valore di τ_f sapendo che il corpo rigido si ferma, dopo un quarto di giro, con m nella posizione A.



ω_B [rad/s]	1.9	2.32	4.79	0.21
a_T [m/s^2]	4.9	1.1	0.75	6.32
τ_F [Nm]	34.1	79.6	9.87	321.3

Se il sistema ruota e l'asse è liscio, vale la conservazione dell'energia meccanica. Ponendo il riferimento per l'energia potenziale gravitazionale nella posizione A si ha:

$$\frac{1}{2}I_{tot}\omega_A^2 = \frac{1}{2}I_{tot}\omega_B^2 + 2mgR$$

$$I_{tot} = \frac{1}{2}MR^2 + mR^2 = \left(\frac{M}{2} + m\right)R^2 = 10kgm^2 \qquad \omega_B = \sqrt{\omega_A^2 - \frac{4mgR}{I_{tot}}} = 2.32rad/s$$

L'accelerazione tangenziale nel moto circolare è uguale al modulo dell'accelerazione angolare per la distanza dall'asse di rotazione. La seconda equazione cardinale della dinamica permette di calcolare l'accelerazione tangenziale:

$$M_O = I_{tot}\alpha \qquad M_O = mgR \Rightarrow \alpha = \frac{mgR}{I_{tot}} = 4.9rad/s^2 \Rightarrow a_T = \alpha R = 4.9m/s^2$$

Fino all'istante in cui la massa m passa per la posizione C l'energia meccanica del sistema si conserva, essa viene dissipata nel moto tra C ed A. L'energia dissipata va in lavoro del momento di attrito.

$$\Delta E = \frac{1}{2}I_{tot}\omega_A^2 = \tau\frac{\pi}{2} \qquad \tau = \frac{I_{tot}\omega_A^2}{\pi} = 79.577Nm$$

Un recipiente munito di un pistone mobile di massa trascurabile, contiene una grande quantità di vapore saturo d'acqua a temperatura T_2 = 373 K, mantenuto a pressione atmosferica. Utilizzando il recipiente come serbatoio termico a temperatura costante di una macchina ciclica che produce 13 kJ di lavoro utile per ciclo e che ha rendimento η = 10%, si fa condensare una parte del vapore all'interno del recipiente.

Il calore latente di evaporazione dell'acqua è λ = 2256 J/g. La macchina funziona con due soli serbatoi e cede calore ad un serbatoio a temperatura T_1 = 308 K.

Si dica se la macchina è reversibile o no e si giustifichi la risposta.

Si calcolino, in un ciclo di funzionamento della macchina:

1. la massa di liquido prodotto
2. la variazione d'entropia dell'universo a seguito del ciclo.

reversibile	SI	NO		
$M_{liquido}$ [g]	89.4	31.2	57.5	9.32
$\Delta S_{universo}$ [J/K]	3.45	0	31.34	47.82

Una macchina termica che funziona tra due soli serbatoi esegue un ciclo di Carnot. Se la macchina è reversibile il suo rendimento è quello della macchina di Carnot a gas ideale:

$$\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 0.174 = 17.4\%$$

Dal momento che il rendimento della macchina in oggetto è minore di quello della macchina di Carnot, la macchina è irreversibile.

La macchina assorbe calore dal serbatoio a T=373 K per cui si ha:

$$\eta = \frac{W}{Q_a} \quad Q_a = \frac{W}{\eta} = \frac{1.3 \cdot 10^4}{10^{-1}} = 1.3 \cdot 10^5\, J$$

Il calore ceduto dal serbatoio porta alla condensazione di vapore acqueo:

$$Q_a = m\lambda \quad m = \frac{Q_a}{\lambda} = 57.6g$$

Il calore ceduto dalla macchina termica al serbatoio a temperatura più bassa è dato da:

$$W = Q_a + Q_c \Rightarrow Q_c = W - Q_a = -1.17 \cdot 10^5\, J$$

La variazione di entropia dei due serbatoi e quella dell'universo sono, di conseguenza:

$$\Delta S_H = -\frac{1.3 \cdot 10^5}{373} = -348.52\, J/K \quad \Delta S_L = \frac{1.17 \cdot 10^5}{308} = 379.87\, J/K \quad \Delta S_U = \Delta S_H + \Delta S_L = 31.34\, J/K$$

la variazione di entropia della sostanza che fa funzionare la macchina è nulla nel ciclo.