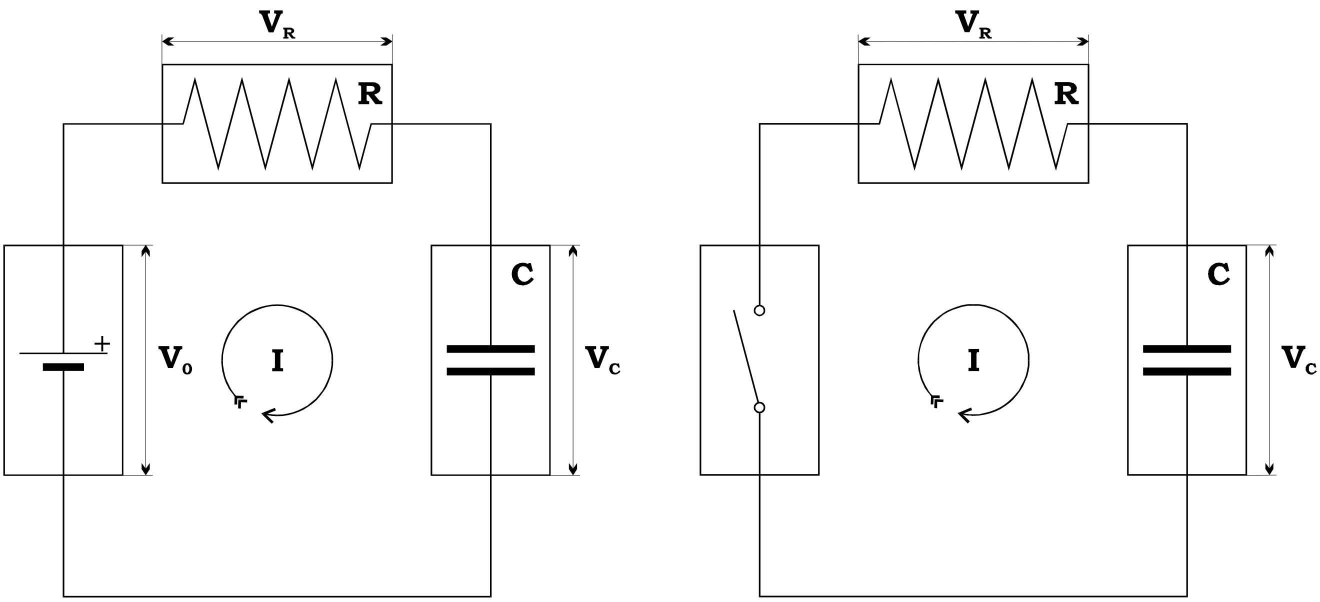
ESPERIENZA N.2: RC

SCOPO: Misura della capacità del condensatore C attraverso lo studio della carica e scarica in un circuito RC.

Richiami di teoria



L'equazione del circuito con il generatore inserito (carica del condensatore) è:

$$V_0 = V_R(t) + V_C(t) = Ri(t) + \frac{q(t)}{C} = R\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} \tag{1.1}$$

Questa è un'equazione differenziale che ha come soluzione:

$$\begin{aligned} q(t) &= CV_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \\ V_C(t) &= \frac{q(t)}{C} = V_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \end{aligned} \tag{1.2}$$

Analogamente, se a condensatore carico (a tensione V_0) si chiude il circuito in modo da farlo scaricare sulla resistenza si avrà:

$$0 = V_R(t) + V_C(t) = Ri(t) + \frac{q(t)}{C} = R\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} \tag{1.3}$$

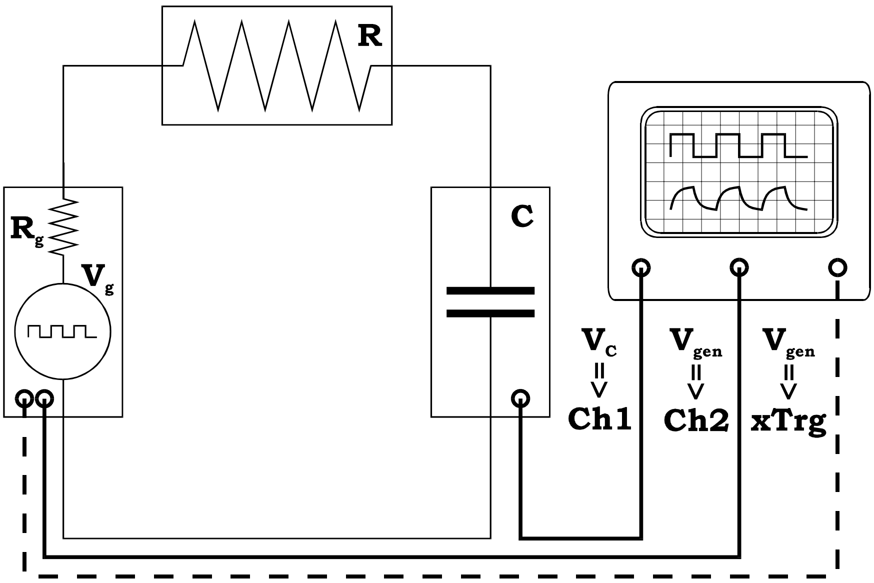
da cui

$$\begin{aligned} q(t) &= CV_0 e^{-\frac{t}{RC}} \\ V_C(t) &= \frac{q(t)}{C} = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} \end{aligned} \tag{1.4}$$

In entrambi i casi il tempo caratteristico di carica e scarica è $\tau = RC$.

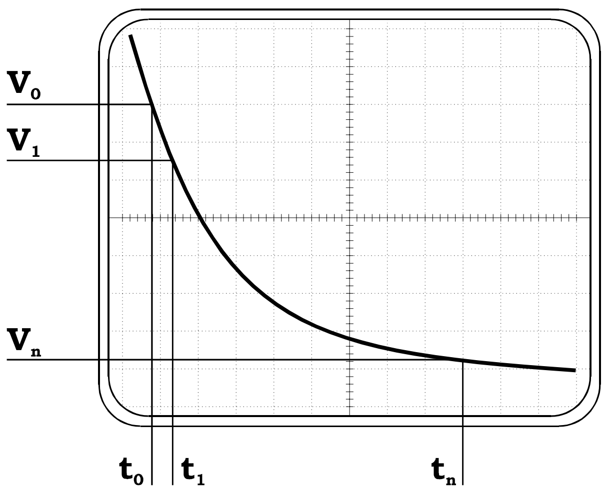
Il circuito

Per produrre ripetutamente i cicli di carica e scarica del condensatore si utilizza un generatore di forme d'onda che inietta un'onda quadra nel circuito facendo oscillare la tensione tra due valori fissati (0 e V_0). Il condensatore si carica quando la tensione si porta a V_0 e poi si scarica quando la tensione si riporta a 0. Naturalmente, è essenziale che il periodo di ripetizione dell'onda quadra sia molto maggiore del tempo caratteristico RC, per dare tempo al condensatore di caricarsi e scaricarsi completamente. La misura verrà fatta posizionando l'oscilloscopio ai capi del condensatore, regolando opportunamente l'asse dei tempi e delle tensioni per visualizzare gli esponenziali di carica o scarica. Si dovranno misurare sullo schermo dell'oscilloscopio almeno dieci coppie ($V_C(t), t$) sia sulla curva di carica che in quella di scarica. Per avere un trigger preciso, conviene connettere il secondo canale dell'oscilloscopio al generatore; in questo modo si potrà porre il trigger sul fronte di salita dell'onda quadra (per la misura della carica) e poi sul fronte di discesa (per la misura della scarica). Fare molta attenzione al fatto che i cavi coassiali connessi al generatore di funzioni e all'oscilloscopio hanno una polarità: la parte esterna (calza) del cavo, corrispondente alle boccole nere sulla cassetta, è connessa a massa (corrispondente alla terra della connessione di rete per motivi di sicurezza) in entrambi i casi. Quindi è necessario montare il circuito con le connessioni a massa disposte in modo coerente.



La misura delle curve di carica e scarica e il calcolo di C

Le misure di V,t vanno effettuate sullo schermo dell'oscilloscopio, eventualmente utilizzando i cursori mobili di cui lo strumento è dotato. Come sempre, ad ogni misura va associato il suo errore sperimentale. Nel caso dell'oscilloscopio può essere opportuno variare la base dei tempi e la sensibilità verticale in modo da minimizzare l'errore per ciascun punto. Le due serie di misure (carica e scarica) devono essere riportate, con i loro errori in due grafici.



Una volta effettuate le misure si ricaverà la costante di tempo τ (e quindi la capacità C nota la resistenza). E' conveniente linearizzare le relazioni (1.2) e (1.4). Per la fase di carica si scriverà quindi:

$$y = -\ln\left(1 - \frac{V}{V_0}\right) = \frac{t}{\tau} \tag{1.5}$$

che è una relazione lineare in y,t. E' da notare che il valore V_0 si riferisce al valore più alto della tensione, ovvero al valore a cui la curva satura a tempo grande. Il valore di τ si può ricavare con una regressione lineare (metodo dei minimi quadrati) oppure con una media pesata. Con quest'ultimo metodo si troveranno N valori $\tau_i = t_i / y_i$ (uno per ogni punto V,t misurato sullo schermo). Per ciascun valore andrà valutato l'errore $\Delta\tau_i$, che dipenderà da Δt_i e da Δy_i. In questo caso le relazioni sono molto semplici usando gli errori relativi:

$$\frac{\Delta\tau}{\tau} = \frac{\Delta t}{t} \oplus \frac{\Delta y}{y} \equiv \sqrt{\left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2} \tag{1.6}$$

Δt_i è l'errore sperimentale sulla misura del tempo t_i, Δy_i si ricava dagli errori ΔV_i e ΔV_0:

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial V}\Delta V\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial V_0}\Delta V_0\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{V_0 - V}\Delta V\right)^2 + \left(\frac{V}{V_0\left(V_0 - V\right)}\Delta V_0\right)^2} \tag{1.7}$$

Una volta ricavate tutte le stime della costante di tempo e i loro errori, se ne ricava la miglior stima con la media pesata. Infine, nota la resistenza R utilizzata nel circuito, si ricaverà

$$\begin{gathered} C = \frac{\langle\tau\rangle}{R} \\ \frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta\tau}{\tau} \oplus \frac{\Delta R}{R} \end{gathered} \tag{1.8}$$

Analogamente, per la fase di scarica:

$$y = -\ln\left(\frac{V}{V_0}\right) = \frac{t}{\tau} \tag{1.9}$$

In questo caso V_0 è il valore corrispondente a t=0. Per il resto si procede come sopra, con la differenza che nel calcolo dell'errore sulle quantità y_i si ha:

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial V}\Delta V\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial V_0}\Delta V_0\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{V}\Delta V\right)^2 + \left(\frac{1}{V_0}\Delta V_0\right)^2} \tag{1.10}$$

Esperienza n°2 **Data dell'esperienza** ....

Giorno/ora inizio turno ....

Gruppo n° ....

Cassetta n° ....

Cognome......................................**Nome** ....**Matr**.........................

Cognome......................................**Nome** ....**Matr**.........................

Cognome......................................**Nome** ....**Matr**.........................

RC: le misure.

Scarica	Resistenza: .... ± .... Ω		
V ± ΔV (Volt)	**t ± Δt (…sec)**	**y ± Δy**	**τ ± Δτ (…sec)**
±	±	±	±
±	±	±	±
±	±	±	±
±	±	±	±
±	±	±	±
±	±	±	±
±	±	±	±
±	±	±	±
±	±	±	±
±	±	±	±

Carica	Resistenza: .... ± .... Ω		
V ± ΔV (Volt)	**t ± Δt (…sec)**	**y ± Δy**	**τ ± Δτ (…sec)**
±	±	±	±
±	±	±	±
±	±	±	±
±	±	±	±
±	±	±	±
±	±	±	±
±	±	±	±
±	±	±	±
±	±	±	±
±	±	±	±

RC: i risultati.

Fase di scarica:	C := .... ± .... F
Fase di carica:	C := .... ± .... F
Valore finale:	C := .... ± .... F

NB allegare i grafici delle curve di carica e scarica.