

Università degli Studi di Padova: Corso di Laurea in Matematica
Compitino di Meccanica 24 Maggio 2006

STUDENTE (Cognome e Nome):

N. matricola:

anno di immatricolazione:

In ottemperanza alla Legge n. 675 del 31/12/1996, con la presente **autorizzo/non autorizzo** il docente a rendere pubblico il risultato di questa prova. (*cancellare ciò che non interessa*)

Domanda 1. La relazione

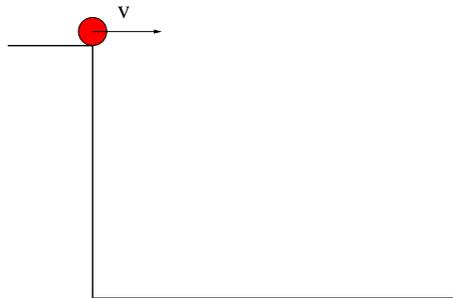
$$GM^2 + kr^3 = Mv^2r \quad , \quad (1)$$

dove M è una massa, r è una lunghezza, G è la costante di gravitazione universale, k è una costante elastica e v una velocità è dimensionalmente

A corretta **SI**

B non corretta

Domanda 2. Un cannone spara un proiettile dalla sommità di un dirupo. La velocità iniziale del proiettile è parallela al terreno sottostante, perfettamente piano. Nel corso del moto la resistenza dell'aria è trascurabile ed il proiettile è soggetto alla sola forza peso.



Nell'istante iniziale in cui il proiettile esce dalla bocca del cannone la sua accelerazione è

A solo centripeta **SI**

B solo tangenziale

C mista, con entrambe le componenti tangenziale e centripeta diverse da zero

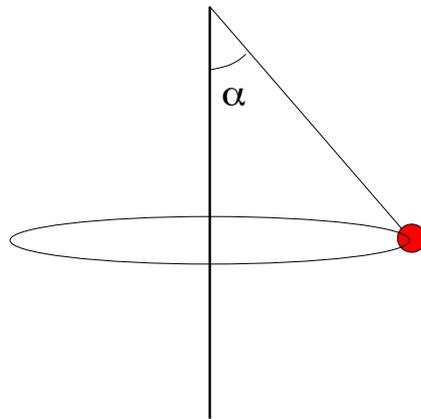
Domanda 3. Siamo nella foresta, dove Tarzan si serve di liane per spostarsi velocemente. Ad un certo punto si aggrappa ad una liana di lunghezza l . Quando passa per il punto più basso dell'arco di circonferenza descritto, con la liana cioè esattamente in verticale, la velocità di Tarzan è pari a v . Quanto vale in questo punto la tensione della fune? Si schematizzi il sistema come un pendolo semplice di massa m e lunghezza l .

A mg

B mv^2/l

C $mg + mv^2/l$ **SI**

Domanda 4. Un palo verticale ruota con una velocità angolare ω intorno al proprio asse. Un filo inestensibile di massa trascurabile e lunghezza l è attaccato alla sommità del palo e sostiene un corpo di dimensioni trascurabili di massa m [$\omega^2 l > g$]. A regime il corpo ruota in un piano orizzontale con velocità angolare ω e il filo forma un angolo α con il palo. Quanto vale tale angolo?

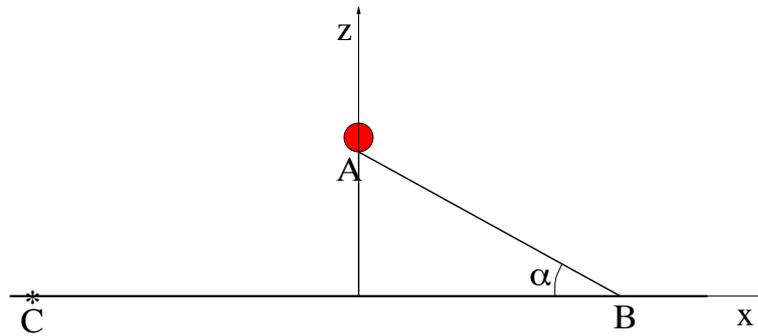


A $\cos \alpha = \frac{g}{\omega^2 l}$ **SI**

B $\sin \alpha = \frac{g}{\omega^2 l}$

C $\sin \alpha = \frac{\omega^2 l}{g}$

Problema. Un punto materiale di massa $m = 1$ Kg scivola su un piano inclinato che forma un angolo $\alpha = 30$ gradi rispetto al piano orizzontale, partendo in quiete dalla sommità A del piano, posta ad una quota $h = 2$ m. I coefficienti di attrito dinamico e statico tra il corpo e la superficie valgono $\mu_d = 0.3$, $\mu_s = 0.5$.



A Con che velocità v il punto materiale arriva alla base del piano?

Un dispositivo posto alla base del piano (punto B in figura) imprime una velocità v' al punto materiale in senso inverso a quello di discesa, facendolo risalire lungo il piano inclinato.

B Assumendo che l'inversione del movimento avvenga in uno spazio trascurabile posto alla base del piano (punto B in figura), si determini la minima velocità $v'(A)$ affinché il punto possa raggiungere nuovamente la sommità A.

C Qual'è il modulo dell'impulso impartito dal dispositivo al punto materiale in B, se $v' = v'(A)$?

D Qual'è la velocità $v'(C)$ che il dispositivo deve imprimere al punto materiale affinché colpisca il bersaglio C in figura? [coordinate di C nel riferimento in figura: $(-l_C, 0)$, $l_C = 3$ m.]

Riportare le risposte nel quadro seguente

$$A \quad v^2 = 2gh \left(1 - \frac{\mu_d}{\tan \alpha} \right) = (4.3 \text{ msec}^{-1})^2$$

$$B \quad v'(A)^2 = 2gh \left(1 + \frac{\mu_d}{\tan \alpha} \right) = (7.7 \text{ msec}^{-1})^2$$

$$C \quad |I| = mv + mv'(A) = 12.1 \text{ Nsec}$$

$$D \quad v'(C)^2 = v'(A)^2 + \frac{gl_c}{2 \cos^2 \alpha} \frac{1}{h/l_c + \tan \alpha} = (8.7 \text{ msec}^{-1})^2$$