Università degli Studi di Padova: Corso di Laurea in Matematica

Compitino di Meccanica *24 Maggio 2006*

STUDENTE (Cognome e Nome):

N. matricola:

anno di immatricolazione:

In ottemperanza alla Legge n. 675 del 31/12/1996, con la presente **autorizzo/non autorizzo** il docente a rendere pubblico il risultato di questa prova. (*cancellare ciò che non interessa*)

Domanda 1. La relazione

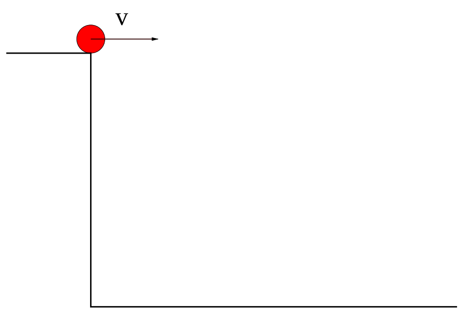
$$GM^2 + kr^3 = Mv^2r \quad , \tag{1}$$

dove M è una massa, r è una lunghezza, G è la costante di gravitazione universale, k è una costante elastica e v una velocità è dimensionalmente

A corretta **SI**

B non corretta

Domanda 2. Un cannone spara un proiettile dalla sommità di un dirupo. La velocità iniziale del proiettile è parallela al terreno sottostante, perfettamente piano. Nel corso del moto la resistenza dell'aria è trascurabile ed il proiettile è soggetto alla sola forza peso.



Nell'istante iniziale in cui il proiettile esce dalla bocca del cannone la sua accelerazione è

A solo centripeta **SI**

B solo tangenziale

C mista, con entrambe le componenti tangenziale e centripeta diverse da zero

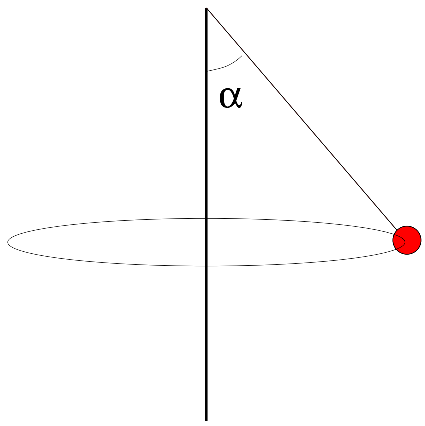
Domanda 3. Siamo nella foresta, dove Tarzan si serve di liane per spostarsi velocemente. Ad un certo punto si aggrappa ad una liana di lunghezza l. Quando passa per il punto più basso dell'arco di circonferenza descritto, con la liana cioè esattamente in verticale, la velocità di Tarzan è pari a v. Quanto vale in questo punto la tensione della fune? Si schematizzi il sistema come un pendolo semplice di massa m e lunghezza l.

A mg

B mv^2/l

C $mg + mv^2/l$ **SI**

Domanda 4. Un palo verticale ruota con una velocità angolare ω intorno al proprio asse. Un filo inestensibile di massa trascurabile e lunghezza l è attaccato alla sommità del palo e sostiene un corpo di dimensioni trascurabili di massa m [$\omega^2 l > g$]. A regime il corpo ruota in un piano orizzontale con veocità angolare ω e il filo forma un angolo α con il palo. Quanto vale tale angolo?

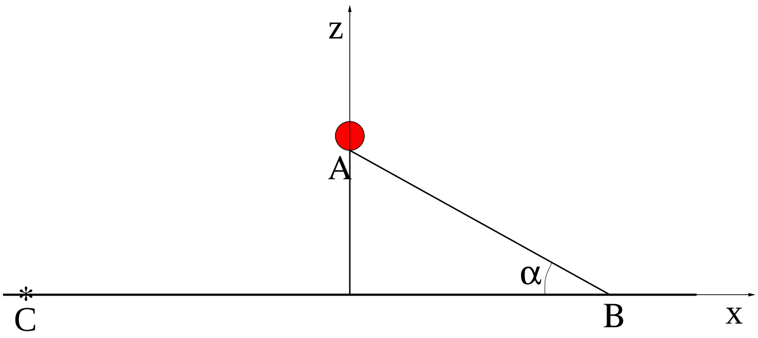


A $\cos\alpha = \dfrac{g}{\omega^2 l}$ **SI**

B $\sin\alpha = \dfrac{g}{\omega^2 l}$

C $\sin\alpha = \dfrac{\omega^2 l}{g}$

Problema. Un punto materiale di massa $m = 1$ Kg scivola su un piano inclinato che forma un angolo $\alpha = 30$ gradi rispetto al piano orizzontale, partendo in quiete dalla sommità A del piano, posta ad una quota $h = 2$ m. I coefficienti di attrito dinamico e statico tra il corpo e la superficie valgono $\mu_d = 0.3$, $\mu_s = 0.5$.



A Con che velocità v il punto materiale arriva alla base del piano?

Un dispositivo posto alla base del piano (punto B in figura) imprime una velocità v' al punto materiale in senso inverso a quello di discesa, facendolo risalire lungo il piano inclinato.

B Assumendo che l'inversione del movimento avvenga in uno spazio trascurabile posto alla base del piano (punto B in figura), si determini la minima velocità $v'(A)$ affinchè il punto possa raggiungere nuovamente la sommità A.

C Qual'e' il modulo dell'impulso impartito dal dispositivo al punto materiale in B, se $v' = v'(A)$?

D Qual'e' la velocità $v'(C)$ che il dispositivo deve imprimere al punto materiale affinchè colpisca il bersaglio C in figura? [coordinate di C nel riferimento in figura: $(-l_C, 0)$, $l_C = 3$ m.]

Riportare le risposte nel quadro seguente

A $v^2 = 2gh\left(1 - \dfrac{\mu_d}{\tan\alpha}\right) = (4.3 \ \ msec^{-1})^2$

B $v'(A)^2 = 2gh\left(1 + \dfrac{\mu_d}{\tan\alpha}\right) = (7.7 \ \ msec^{-1})^2$

C $|I| = mv + mv'(A) = 12.1 \ \ Nsec$

D $v'(C)^2 = v'(A)^2 + \dfrac{gl_c}{2\cos^2\alpha}\dfrac{1}{h/l_c + \tan\alpha} = (8.7 \ \ msec^{-1})^2$