UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Corso di Laurea in Ingegneria dell' Informazione

Appello di Fisica Generale 2 – 12 Settembre 2019

Cognome ____________________ **Nome** ________________________ **Matricola** _______________

DOCENTE_______________ Canale 1 - 9 CFU ☐ Canale 2 - 9 CFU ☐ 12CFU ☐

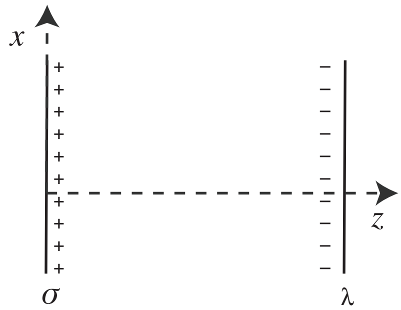
Problema 1

Un filo carico con $\lambda = 10^{-8}$ C/m giace parallelo ad un piano indefinito con $\sigma = 6.65 \times 10^{-7}\ \mathrm{C/m^2}$. Prendendo il piano come *xy* e prendendo l'asse *z* positivo con origine sul piano e passante per il filo.

a) si trovi la distanza del filo dal piano sapendo che il campo elettrico si annulla a metà strada tra piano e filo. È questo l'unico punto il cui il campo è nullo? Che forma ha il luogo dei punti in cui il campo si annulla? Si scriva un'equazione generica, col filo parallelo all'asse *x*.

b) Quanta energia (in eV) serve per spostare una particella di massa $m = 10^{-21}$ kg, di carica positiva *q* pari a 300 volte la carica del protone, dal punto *Q* (2 cm, 0, 2 cm) al punto *P* (0, 0, 5 cm)?

c) Lasciata libera la particella dal punto *P*, con quale accelerazione $\vec{a}$ inizia a muoversi? Quale energia cinetica E_c (in eV) ha la particella nella posizione *F* (0, 0, 8 cm)?



a) Il campo dovuto al piano con carica positiva deve eguagliare il campo dovuto al filo (negativo), ovvero

$$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(z-d)}$$

in cui la richiesta è che *z* = *d*/2. Si ottiene

$$d = \frac{2\lambda}{\pi\sigma} \sim 0.0095\ \mathrm{m}$$

Dato che il campo dovuto al piano è costante, tutti i punti alla distanza *d*/2 dal filo saranno equivalenti, perciò il luogo dei punti cercato è la di equazione:

$$\begin{cases} z = \dfrac{d}{2} \\ y = 0 \end{cases} \quad \forall x$$

dove ho scelto di mettere l'asse *x* lungo il filo.

b) La differenza di potenziale fra le due posizioni vale

$$V_P - V_Q = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(z_P - z_Q) - \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{z_P - d}{z_Q - d}\right) = -1.37\ \mathrm{kV}$$

e il lavoro necessario eguaglia la variazione di energia potenziale

$$W = -\frac{q}{e}(V_P - V_Q) = -300(V_P - V_Q) = 0.41\ \mathrm{MeV}$$

dove abbiamo diviso per la carica elementare *e* per ottenere il risultato in eV.

c) Torniamo al campo elettrico in *P*:

$$E_P = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(z_P - d)} = 42\ \mathrm{kV/m}$$

che è tutto lungo la direzione dell'asse *z*, per cui l'accelerazione risulta

$$\vec{F} = m\vec{a} = q\overrightarrow{E_P} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \frac{q}{m}\overrightarrow{E_P} = (2.02 \times 10^9\ \mathrm{m/s^2})\overrightarrow{u_z}$$

L'energia cinetica in una posizione z generica è ottenibile per integrazione dell'equazione del moto:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dz}\frac{dz}{dt} = \frac{dv}{dz}v \quad \Longrightarrow \quad \int_0^v v dv = \int_{z_P}^{z_F} a\, dz$$

per cui

$$E_c = \frac{mv^2}{2} = q\int_{z_P}^{z_F}\left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(z_P - d)}\right)dz = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}(z_F - z_P) + \frac{q\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{z_F - d}{z_P - d} = 367 \text{ keV}$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Corso di Laurea in Ingegneria dell'Informazione

Appello di Fisica Generale 2 – 12 Settembre 2019

Problema 2

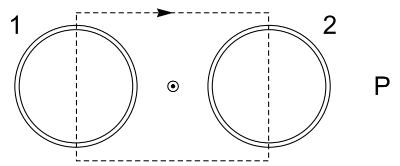
Due tubi sottili a sezione cilindrica, raggio medio R = 1.35 cm, sono percorsi in modo uniforme da corrente stazionaria, i_1 = 3 A e i_2 = 5 A nella stessa direzione, entrante nel foglio. I loro centri sono distanti d = 44 mm.

Nel punto medio tra i centri dei due tubi è posizionato un filo parallelo ad essi, percorso da corrente i_f = 1 A diretta in verso opposto a quella dei tubi.

a) Che forza subisce questo filo per unità di lunghezza?

b) Quanto vale la circuitazione su un percorso quadrato come in figura, passante per i centri dei tubi e percorso in senso orario?

c) Quanto vale il campo magnetico B nel punto P posto sulla congiungente dei centri a distanza R a destra oltre il bordo del tubo 2?



a) Il filo subisce una forza per unità di lunghezza repulsiva da ognuno dei due tubi:

$$\frac{\vec{F}}{\ell} = \frac{\mu_0 i_1 i_f}{2\pi d/2}\overrightarrow{u_x} - \frac{\mu_0 i_2 i_f}{2\pi d/2}\overrightarrow{u_x} = \frac{\mu_0 (i_1 - i_2) i_f}{\pi d}\overrightarrow{u_x} = (-1.82 \times 10^{-5}\ \mathrm{N/m})\overrightarrow{u_x}$$

avendo scelto come asse x quello che va dal primo al secondo tubo.

b) Dato che il percorso taglia i tubi a metà la corrente concatenata è solo metà di quella totale, meno quella del filo

$$\Lambda = \mu_0\left(i_1/2 + i_2/2 - i_f\right) \sim 3.77 \times 10^{-6}\ \mathrm{Tm}$$

c) Uso la legge di Biot-Savart, ho tre contributi, due dai tubi, che tratto come fili e danno un campo che va verso il basso in figura e uno dal filo che va verso l'alto:

$$B = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi(d + 2R)} - \frac{\mu_0 i_f}{2\pi(d/2 + 2R)} + \frac{\mu_0 i_2}{2\pi(2R)} \sim 4.14 \times 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

dove le distanze sono prese dai rispettivi centri, d+2R per il tubo 1, d/2+2R per il filo e solo 2R per il secondo tubo.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Corso di Laurea in Ingegneria dell'Informazione- Canale 1

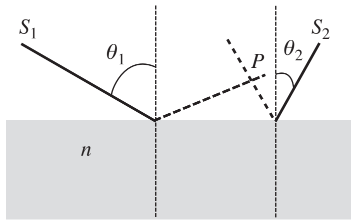
Appello di Fisica Generale 2 – 12 Settembre 2019

Problema 3

Due fasci S_1 e S_2, di sezione molto piccola, di microonde piane coerenti, non polarizzate, della stessa intensità $I_0 = 2$ W/m^2 e frequenza $\nu = 5$GHz, propagantesi in aria, incidono sulla superficie di un dielettrico di indice di rifrazione $n = 1.5$. Il fascio S_1 incide all'angolo di Brewster θ_1, mentre il fascio S_2 incide all'angolo $\theta_2 = 30°$. Le due onde incidenti sono in fase quando si trovano a distanza $d = 4$ cm dalla superficie e le due onde riflesse interferiscono nel punto P distante $h = 3$ cm dalla superficie. Determinare:

1) l'intensità delle onde riflesse $\qquad I_1, I_2$
2) la differenza di fase nel punto P fra le onde riflesse $\qquad \delta$
3) l'ampiezza del campo elettrico nel punto P $\qquad E_P$

Si ricordino i coefficienti di Fresnel $\quad r_\pi = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \quad$ e $\quad r_\sigma = -\frac{\text{sen}(\theta_i - \theta_t)}{\text{sen}(\theta_i + \theta_t)}$.



1) L'onda è non polarizzata per cui $I_0^\pi = I_0^\sigma = I_0\ /2$ e l'incidenza dell'onda S_1 avviene all'angolo di Brewster per cui

$$\theta_1 = \tan^{-1}(n) = 56.3° \quad \theta_{1,t} = \text{sen}^{-1}\left(\frac{\text{sen}\theta_1}{n}\right) = 33.7° \quad \theta_{2,t} = \text{sen}^{-1}\left(\frac{\text{sen}\theta_2}{n}\right) = 19.5°$$

e quindi

$$r_{\pi,1} = 0 \qquad\qquad r_{\pi,2} = \frac{\tan(\theta_2 - \theta_{t,2})}{\tan(\theta_2 + \theta_{t,2})} = 0.159$$

$$r_{\sigma,1} = -\frac{\text{sen}(\theta_1 - \theta_{t,1})}{\text{sen}(\theta_1 + \theta_{t,1})} = 0.385 \quad r_{\sigma,2} = -\frac{\text{sen}(\theta_2 - \theta_{t,2})}{\text{sen}(\theta_2 + \theta_{t,2})} = 0.240$$

L'intensità delle onde riflesse è pertanto

$$\begin{cases} I_1 = r_{\sigma,1}^2 \dfrac{I_0}{2} = 148\text{mW/m}^2 \\ I_2 = r_{\sigma,2}^2 \dfrac{I_0}{2} + r_{\pi,2}^2 \dfrac{I_0}{2} = 82.6\text{mW/m}^2 \end{cases}$$

2) La differenza di fase accumulata nel cammino fra la distanza d e la distanza h è

$$\delta = \frac{2\pi\nu}{c}\left(\frac{d+h}{\cos\theta_1}\right) - \frac{2\pi\nu}{c}\left(\frac{d+h}{\cos\theta_2}\right) = 4.75\text{rad}$$

3) L'intensità delle onde interferenti in P è

$$I_P = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta = 239.3\text{mW/m}^2$$

per cui l'ampiezza del campo elettrico in P è

$$I_P = \frac{1}{2Z_0} E_P^2 \quad \Rightarrow \quad E_P = \sqrt{2Z_0 I_P} = 13.43\text{V/m}$$