

FACOLTA' DI INGEGNERIA

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ENERGETICA
PRIMO COMPITINO DI COMPLEMENTI DI FISICA**

28/11/2008

Nome _____

Matricola _____

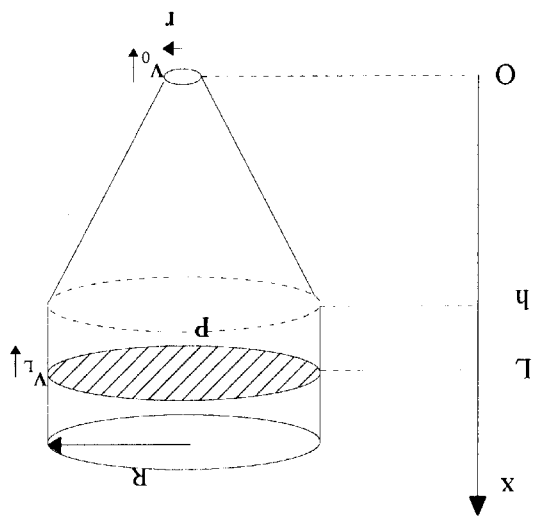
Problema I

Un serbatoio contenente acqua è costituito da un cilindro cavo di raggio $R=2\text{m}$ collegato a un tronco di cono di altezza $h=10\text{m}$, come in figura. L'acqua fuoriesce dalla sezione inferiore del serbatoio, di raggio $r=5\text{cm}$. Assimilando l'acqua ad un fluido ideale di densità $\rho=10^3\text{kg/m}^3$, se all'istante iniziale $t=0\text{s}$ l'altezza dell'acqua nel serbatoio è pari a $L=12\text{m}$, si determini:

1) La pressione in un punto P ad altezza $x=1\text{m}$ dal suolo all'istante $t=0\text{s}$;

2) Le velocità v_0 e v_L dell'acqua all'istante $t=0\text{s}$, rispettivamente all'uscita dal serbatoio e all'altezza $x=L$;

3) FACOLTATIVO: Dopo quanto tempo dall'istante iniziale la superficie dell'acqua si trova ad altezza $x=h$.



$$\frac{1}{\sqrt{2g}} [2\sqrt{x}]_0^L = -At \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2}{g}} \sqrt{L - \sqrt{x}} = 218.25$$

$$\frac{dx}{dt} = -A\sqrt{2gx} \Rightarrow \int_0^L \frac{\sqrt{2gx}}{dx} = -\int_0^t A dt$$

$$| \int \sqrt{2gx} = A = 6.25 \cdot 10^{-4}$$

$$3) |v(x)| = \sqrt{2gx} \quad \sqrt{x} \quad y < x < L$$

$$v_0 = \sqrt{2gL} = \frac{\sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 24}}{R^2} = 15.34 \text{ m/s}$$

$$v_2 = v_1^2 R_1^2 = v_2^2 + 2gL \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gL} = \frac{\sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 24}}{R^2} = 9.6 \text{ m/s}$$

$$v_{s2} = v_{s0} \Rightarrow v_0 = v_1 R^2$$

$$) P_0 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g L = P_0 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \Rightarrow v_0^2 = v_2^2 + 2gL$$

$$P(x) = P_0 + \rho g(L-x) = 1.11 \cdot 10^5 P_0$$

$$) P_0 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g L = P(x) + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g x$$

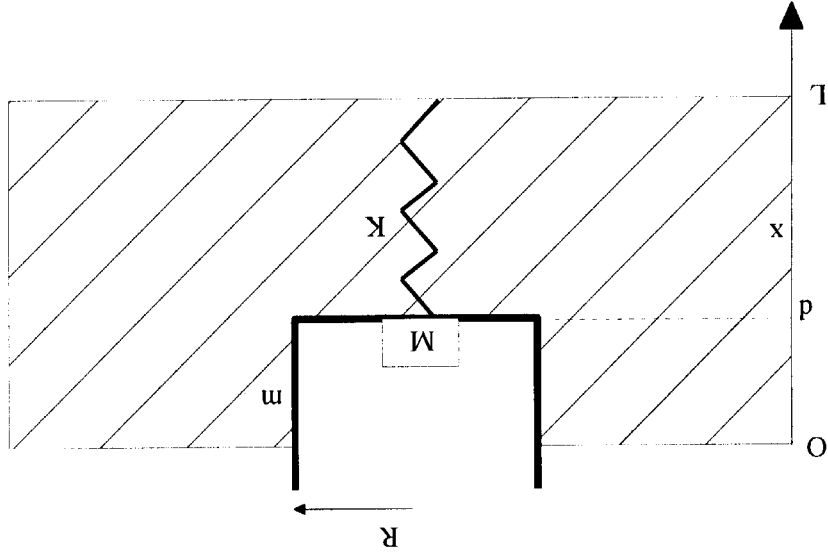
Problema 2

Un bidone cilindrico di ferro ha sezione di raggio $R=0,1\text{m}$ e massa $m=15\text{kg}$. Esso galleggia in una piscina profonda $L=1\text{m}$ riempita di acqua ($\rho=10^3\text{kg/m}^3$). Il fondo del bidone è collegato a un estremo di una molla di costante elastica $K=300\text{N/m}$ e lunghezza a riposo pari a L . L'altro estremo della molla è fissato al fondo della piscina. Nella configurazione iniziale, di equilibrio statico, all'interno del bidone è posta una massa M e la molla è compressa di una lunghezza $d=0,4\text{m}$. All'istante $t=0\text{s}$ la massa M viene rimossa e il sistema inizia a oscillare. Trascurando la resistenza dell'acqua durante il moto, si determini:

- 1) Il valore di M ;
- 2) La pulsazione ω e la coordinata x del centro di oscillazione;
- 3) L'ampiezza di oscillazione e la fase iniziale.

Assumendo una forza di attrito viscoso tra il bidone e l'acqua pari a $F_v = -\lambda v$, con $\lambda=100\text{Ns/m}$, si determini in queste nuove condizioni:

- 4) La pulsazione ω ;
- 5) Il tempo al quale l'ampiezza di oscillazione è pari alla metà di quella iniziale.
- 6) FACOLTATIVO: Il valore dell'ampiezza e della fase iniziali.

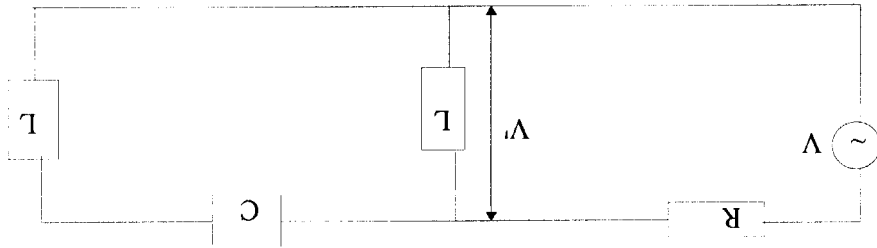


$$1) (m+M)\ddot{x} - F_A - Kd = 0 \quad F_A = \rho R^2 g = 123,15\text{N}$$

$$H = F_A + Kd - m\ddot{x} = 9,8\text{mg}$$

Problema 3

Si consideri il seguente circuito in regime di corrente alternata, dove $R=200\Omega$, $L=0.5H$, $C=20nF$ e $V_0=200V$.



Si determini:

- 1) La pulsazione di risonanza ω_{ris} ;
- 2) Il valore della tensione V' alla risonanza;
- 3) Per quale valore della pulsazione ω è nulla la potenza media dissipata.

$$1) z_{CL} = \frac{1}{1 + i\omega L} + i\omega C = \frac{1 - \omega^2 LC}{1 - 2\omega^2 LC}$$

$$\frac{1}{z_{CL}} = \frac{1}{1 + i\omega L} + \frac{i\omega C}{1 - 2\omega^2 LC} = \frac{i\omega C(1 - \omega^2 LC) + 1 - \omega^2 LC}{1 - 2\omega^2 LC}$$

$$z_{CL} = i\omega L \left(\frac{1 - \omega^2 LC}{1 - 2\omega^2 LC} \right) ; z_{TOT} = R + i\omega L \left(\frac{1 - \omega^2 LC}{1 - 2\omega^2 LC} \right)$$

W diss per $I_{n, z_{TOT}} = 0 \Rightarrow W = \frac{V_0^2}{R} = 10^4 \text{ W}$

2) $z_{TOT}(\omega_{ris}) = R \Rightarrow I = V/R$

$$V' = I z_{CL}(\omega_{ris}) = 0$$

3) $\beta = \frac{1}{2} V_0 I_0 \cos \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \pi/2 ; I_{n, z} = \frac{V_0}{R \cdot 2} = 20 \text{ A}$

$$I_{n, z} = \frac{V_0}{R} = 20 \text{ A} \Rightarrow W = \frac{V_0^2}{R} = 10^4 \text{ W}$$

$$[I_0 = V_0 / \sqrt{R^2 + 1 - 2\omega^2 LC}]$$