UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Laurea in Ingegneria - Settori Energia e Informazione

I Appello per i corsi di Fisica - II anno – 9 Febbraio 2011

Cognome ____________________ **Nome** ________________________ **Matricola** ______________

DOCENTE____________________ ***Energetica*** ☐ ***Biomedica*** ☐ ***DM 270*** ☐

Elettronica ☐ ***Informazione*** ☐ ***Informatica*** ☐ ***DM509*** ☐

Problema 1

Due condensatori C_p e C_s collegati in serie sono connessi ad un generatore di forza elettromotrice $\mathcal{E}$ (figura *a*): C_p è un condensatore piano con armature di area $A = 0.01$ m^2, distanti $d = 1.5$ al cui interno è inserita una lastra piana di area A, spessore $h = 1$ cm e materiale isolante di costante dielettrica $\varepsilon_r = 4$; C_s è un condensatore sferico in aria con armature di raggi $R_1 = 5$ cm ed $R_2 = 7$ cm. La densità di carica sulle armature del condensatore piano è σ = 26.6 nC/m^2. Calcolare:

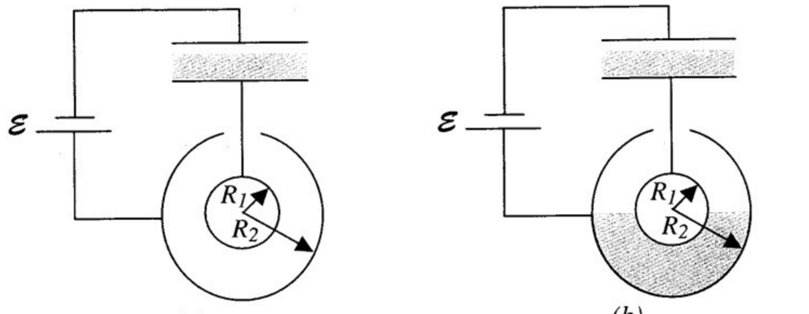
1) il valore della forza elettromotrice del generatore $\mathcal{E}$
2) il campo elettrostatico nel dielettrico del condensatore piano → SFERICO E_d

Si riempie per metà lo spazio fra le armature del condensatore con del liquido dielettrico di costante dielettrica relativa al vuoto $\varepsilon_r = 4$ (figura (b)). Determinare

3) la nuova differenza di potenziale fra le armature della sfera V'_S

Solo per i corsi di Ingegneria informatica (DM270 e DM509), Elettronica (DM509), Biomedica (DM509) e Ingegneria dell'energia (DM509)

4) la variazione di energia elettrostatica del sistema di condensatori ΔU



(a) *(b)*

1) I condensatori sono in serie,

$$\frac{1}{C_P} = \frac{d-h}{\varepsilon_0 A} + \frac{h}{\varepsilon_0 \varepsilon_r A} \quad \Rightarrow \quad C_p = 11.8pF$$

$$C_S = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_2 R_1}{R_2 - R_1} = 19.5pF$$

per cui la quantità di carica è la stessa su tutte le armature

$$q = \sigma A = 266pC$$

e quindi

$$\mathcal{E} = V_P + V_S = \frac{q}{C_P} + \frac{q}{C_S} = 36.2V$$

2) Il campo nel dielettrico

$$E_d = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = 751V/m$$

3) Il condensatore sferico diventa un parallelo fra due condensatori di capacità

$$C'_S = \frac{C_S}{2} + \varepsilon_r \frac{C_S}{2} = 48.7pF$$

per cui la carica sul sistema di condensatori è

$$\mathcal{E} = \frac{q'}{C_P} + \frac{q'}{C'_S} \quad \Rightarrow \quad q' = \frac{C_P C'_S}{C_P + C'_S}\mathcal{E} = 344\,pC$$

e la differenza di potenziale fra le armature della sfera è

$$V'_S = \frac{q'}{C'_S} = 7.1V$$

4) La variazione di energia elettrostatica è stata

$$\Delta U = U' - U = \frac{q'^2}{2}\left(\frac{1}{C_P} + \frac{1}{C'_S}\right) - \frac{q^2}{2}\left(\frac{1}{C_P} + \frac{1}{C_S}\right) = 1.41 \times 10^{-6} J$$

oppure è pari a metà del lavoro fatto dal generatore

$$\Delta U = \frac{1}{2}\mathcal{E}(q' - q)$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

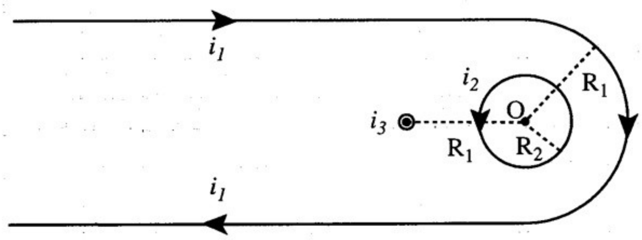
Laurea in Ingegneria - Settori Energia e Informazione

I Appello per i corsi di Fisica - II anno – 9 Febbraio 2011

Problema 2

Un cavo conduttore indefinito percorso dalla corrente i_1 = 20A viene piegato a formare due tratti paralleli e una semicirconferenza di raggio R_1 = 20 cm. Se in una spira circolare, di raggio R_2 = 10 cm coplanare e concentrica con la semicirconferenza, scorre in verso opposto a i_1 la corrente i_2, nel centro comune O si misura il campo magnetico $B_0 = 11.4\ \mu$T. Se inoltre su un cavo indefinito perpendicolare al piano e posto a distanza R_1 da O scorre la corrente i_3, in O si osserva che il massimo momento meccanico subito da un dipolo magnetico di momento $m = 2 \times 10^{-6}$ Am^2 posto in O è $M_{MAX} = 3 \times 10^{-11}$ Nm. Determinare:

1) l'intensità di corrente sulla spira i_2
2) l'intensità di corrente sul cavo 3 i_3



1) Per il principio di sovrapposizione

$$B_0 = \frac{\mu_0 i_2}{2R_2} - \frac{\mu_0 i_1}{4R_1} - \frac{\mu_0 i_1}{2\pi R_1}$$

$$4\pi R_1 R_2 B_0 = 2\pi R_1 \mu_0 i_2 - \pi R_2 \mu_0 i_1 - 2R_2 \mu_0 i_1$$

$$i_2 = \frac{4\pi R_1 R_2 B_0 + \pi R_2 \mu_0 i_1 + 2R_2 \mu_0 i_1}{2\pi R_1 \mu_0} \cancel{= 10A} \quad 6.4\,A$$

2) Il momento meccanico massimo si ha quando il campo magnetico è perpendicolare al momento di dipolo magnetico

$$M_{MAX} = mB_1 \quad \Rightarrow \quad B_1 = \frac{M_{MAX}}{m} = 15\mu T$$

Il campo B_0 e il campo generato dal filo sono perpendicolari per cui

$$B_1^2 = B_0^2 + \left(\frac{\mu_0 i_3}{2\pi R_1}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad i_3 = \frac{2\pi R_1}{\mu_0}\sqrt{B_1^2 - B_0^2} = 9.7A$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Laurea in Ingegneria - Settori Energia e Informazione

I Appello per i corsi di Fisica - II anno – 9 Febbraio 2011

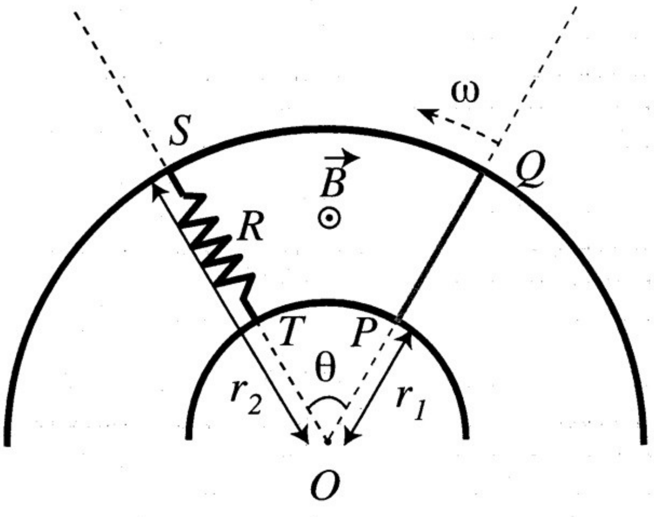
Problema 3

Una **sbarretta metallica** PQ è mantenuta in rotazione antioraria con **velocità angolare** costante $\omega = 0.02 rad/s$ intorno al punto O di figura poggiando, senza attrito, su due rotaie circolari di **raggio interno** $r_1 = 20$cm e **raggio esterno** $r_2 = 40$cm sempre con centro in O; le due rotaie sono collegate in S e T con una resistenza $R = 1.5\,\Omega$, in modo tale che nel complesso viene definito un circuito $PQST$, la cui **resistenza** $R = 1.5\,\Omega$ non dipende dalla posizione della sbarretta PQ; il circuito si trova immerso in un **campo magnetico uniforme** di intensità $B = 0.5$T perpendicolare al circuito stesso. Detto θ l'**angolo** tra PQ e ST e trascurando l'autoinduzione, calcolare:

1) la **carica** che circola nel circuito $PQST$ per una rotazione della sbarretta $\theta = \pi/2$ — q
2) la **corrente indotta** nel circuito $PQST$ durante il moto della sbarretta — i
3) l'**energia** necessaria per fare ruotare la sbarretta di un angolo $\theta = \pi/2$ — U

Solo per i corsi di Ingegneria informatica (DM270 e DM509), Elettronica (DM509), Biomedica (DM509) e Ingegneria dell'energia (DM509)

4) il **momento meccanico** che agisce sulla sbarretta — M



1) L'area di un settore circolare di ampiezza θ è $\Sigma_\theta = \frac{1}{2} r^2 \theta$, per cui il flusso del campo magnetico attraverso il circuito $PQST$ è

$$\Phi(\mathbf{B}) = B\Sigma_{PQST} = B\left[\frac{1}{2}\left(r_2^2 - r_1^2\right)\theta\right] = 0.03\theta \mathrm{Wb}$$

e quindi

$$q = \left|\frac{\Delta\Phi(\mathbf{B})}{R}\right| = \frac{B}{R}\left[\frac{1}{2}\left(r_2^2 - r_1^2\right)\frac{\pi}{2}\right] = 31.4\mathrm{mC}$$

2) Utilizzando la legge di Faraday

$$i = \frac{1}{R}\frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt} = \frac{B}{2R}\left(r_2^2 - r_1^2\right)\omega = 0.4\mathrm{mA}$$

3) La potenza elettrica erogata deve eguagliare quella meccanica utilizzata per fare ruotare la sbarretta. L'energia spesa nella rotazione è quindi pari al lavoro fatto per fare ruotare la sbarretta

$$dU = dW = \mathcal{P}dt = \mathcal{P}dt\frac{d\theta}{d\theta} = \frac{\mathcal{P}}{\omega}d\theta$$

con

$$\mathcal{P} = \mathcal{P}_{\text{el}} = Ri^2 = 2.4 \cdot 10^{-7}\,\text{W}$$

per cui nel tempo t = π/ω

$$U = \frac{\mathcal{P}\pi}{2\omega} = 18.8\mu J$$

4) Poiché le potenze meccanica ed elettrica sono eguali

$$\mathcal{P}_{\text{mecc}} = M\omega = \mathcal{P}_{\text{el}} \quad \Rightarrow \quad M = \frac{\mathcal{P}_{\text{el}}}{\omega} = 12\mu\text{Nm}$$

oppure calcolando diretttamente l'energia spesa

$$U = M\theta \quad \Rightarrow \quad M = \frac{U}{\theta} = U\frac{2}{\pi} = 12\mu\text{Nm}$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Laurea in Ingegneria - Settori Energia e Informazione

I Appello per i corsi di Fisica - II anno – 9 Febbraio 2011

Solo per i corsi di Ingegneria dell'Informazione (DM270 e DM509), Elettronica (DM270), Biomedica (DM270) e Ingegneria dell'energia (DM 270)

Problema 4

Un fascio di luce (onda piana) di sezione $\Sigma = 5$ mm^2 e potenza $\mathcal{P}_i = 1$ mW si propaga in aria e incide con un angolo di incidenza $\theta_i = 70°$ su un mezzo trasparente di indice di rifrazione $n = 1.55$. L'onda piana è polarizzata linearmente e descritta dalle equazioni

$$\begin{cases} E_\pi = E^* \cos(kx - \omega t) \\ E_\sigma = E^* \cos(kx - \omega t) \end{cases}$$

ove E_π e E_σ sono le componenti rispettivamente parallela e perpendicolare al piano d'incidenza del campo elettrico dell'onda incidente. Determinare:

1) la potenza del fascio trasmesso dalla prima faccia della lastra $\mathcal{P}_t$
2) il modulo del campo elettrico dell'onda incidente e riflessa dalla prima faccia E_i, E_r
3) l'angolo che il campo elettrico riflesso forma col piano d'incidenza π β_r

1) L'angolo di rifrazione è

$$\theta_t = \sin^{-1}\left(\frac{\sin\theta_i}{n}\right) = 37.3°$$

per cui dati i coefficienti di Fresnel per riflessione

$$r_\pi = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)_i}{\tan(\theta_i + \theta_t)} = -0.2 \quad r_\sigma = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} = 0.56$$

osservando che l'angolo di polarizzazione (angolo fra il vettore campo elettrico e il piano π) è dato da

$$\tan\beta_i = \frac{E_i^\sigma}{E_i^\pi} = 1 \quad \Rightarrow \quad \beta_i = 45°$$

si ricava

$$\mathcal{P}_r = R_\pi \mathcal{P}_i^\pi + R_\sigma \mathcal{P}_i^\sigma = R_\pi \mathcal{P}_i \cos^2\beta_i + R_\sigma \mathcal{P}_i \cos^2\beta_i = r_\pi^2 \frac{\mathcal{P}_i}{2} + r_\sigma^2 \frac{\mathcal{P}_i}{2} = 0.18mW$$

$$\mathcal{P}_t = \mathcal{P}_i - \mathcal{P}_r = 0.82mW$$

2) Date le relazioni

$$\begin{cases} I = \dfrac{\mathcal{P}}{\Sigma} \\ I = \dfrac{E^2}{2Z_0} \end{cases} \Rightarrow \quad E = \sqrt{\frac{2Z_0\mathcal{P}}{\Sigma}}$$

e ricordando che la sezione del fascio riflesso è uguale a quella del fascio incidente per cui

$$E_i = \sqrt{\frac{2Z_0\mathcal{P}_i}{\Sigma}} = 384V/m \quad e \quad E_r = \sqrt{\frac{2Z_0\mathcal{P}_r}{\Sigma}} = 162V/m$$

3) L'angolo di polarizzazione (angolo fra il vettore campo elettrico e il piano π) dell'onda riflessa è dato da

$$\tan\beta_r = \frac{E_r^\sigma}{E_r^\pi} = \frac{r_\sigma E_i^\sigma}{r_\pi E_i^\pi} = \frac{r_\sigma}{r_\pi} = 2.83 \quad \Rightarrow \quad \beta_r = 70.5°$$

"Elementi di Fisica" per Ingegneria Energetica, prima Squadra (M. Margoni)
Teoria 9/2/11

COGNOME...NOME.................................MATRICOLA..................

Riportare lo svolgimento e i risultati delle domande di seguito al testo dei problemi. Non verranno corretti i fogli di brutta copia.

Domanda 1
Quali delle seguenti funzioni rappresenta un possibile campo magnetico nello spazio?

Motivare la risposta:

$$\vec{B}_1(x,y,z) = ax\,\vec{u}_x + bx\,\vec{u}_y + cx\,\vec{u}_z$$
$$\vec{B}_2(x,y,z) = ay\,\vec{u}_x + by\,\vec{u}_y + cx\,\vec{u}_z$$
$$\vec{B}_3(x,y,z) = ay\,\vec{u}_x + bx\,\vec{u}_y + cx\,\vec{u}_z$$
$$\vec{B}_4(x,y,z) = ay\,\vec{u}_x + bx\,\vec{u}_y + cz\,\vec{u}_z$$

Facoltativo:
Quale densita` di corrente elettrica $\vec{j}$ genera tale campo magnetico?

Domanda 2:
Due onde elettromagnetiche piane e armoniche di uguale intensita`, hanno rispettivamente polarizzazione rettilinea e circolare. Determinare il rapporto tra i valori massimi dei moduli dei due campi elettrici.

1) $\bar{\nabla}\cdot\bar{B} = 0$:

$$\bar{\nabla}\cdot\bar{B}_1 = a$$
$$\bar{\nabla}\cdot\bar{B}_2 = b$$
$$\bar{\nabla}\cdot\bar{B}_3 = 0 \Rightarrow \bar{B}_3$$
$$\bar{\nabla}\cdot\bar{B}_4 = c$$

$$\bar{\nabla}\times\bar{B}_3 = \mu_0 \bar{J} \Rightarrow \bar{J} = \frac{1}{\mu_0}\bar{\nabla}\times\bar{B}_3$$

$$\bar{\nabla}\times\bar{B}_3 = \begin{vmatrix} \bar{u}_x & \bar{u}_y & \bar{u}_z \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ ay & bx & cx \end{vmatrix} = \bar{u}_x(0) - \bar{u}_y(c) + \bar{u}_z(b-a)$$

$$\Rightarrow \bar{J} = \frac{1}{\mu_0}(0, -c, b-a)$$

2) $I = \frac{1}{2} v \varepsilon E_0^2$

Pol. rettilin.: $I = \frac{1}{2} v \varepsilon {E^{MAX}_{Rett}}^2$

Pol. circolar.: $I = \frac{1}{2} v \varepsilon \left(E_{\pi 0}^2 + E_{\sigma 0}^2 \right) = \frac{1}{2} v \varepsilon \left(2 {E^{MAX}_{CIRC}}^2 \right)$

$\frac{1}{=} v \varepsilon {E^{MAX}}^2$

$\Rightarrow \frac{1}{2} v \varepsilon {E^{MAX}_{rett}}^2 = v \varepsilon {E^{MAX}_{CIRC}}^2$

$\Rightarrow \frac{E^{MAX}_{rett.}}{E^{MAX}_{CIRC}} = \sqrt{2}$