UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Laurea in Ingegneria - Settori Energia e Informazione

II Appello per i corsi di Fisica - II anno – 25 Febbraio 2011

Cognome ____________________ **Nome** ________________________ **Matricola** ______________

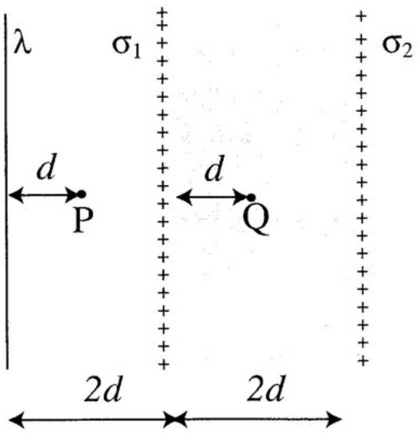
DOCENTE____________________ ***Energetica*** ☐ ***Biomedica*** ☐ ***DM 270*** ☐

Elettronica ☐ ***Informazione*** ☐ ***Informatica*** ☐ ***DM509*** ☐

Problema 1

Le facce opposte di un dielettrico indefinito, di spessore $2d$ = 30cm e costante dielettrica relativa al vuoto κ = 2.5, sono caricate con una densità di carica rispettivamente $\sigma_1 = 4\times10^{-7}$ C/m^2 a sinistra e $\sigma_2 = 9\times10^{-7}$ C/m^2 a destra. A distanza $2d$ dalla faccia sinistra del dielettrico si trova un filo isolante indefinito parallelo al dielettrico e carico con densità di carica positiva λ. Sul piano di sezione normale del dielettrico si considerino il punto P medio fra il filo e la faccia sinistra del dielettrico e il punto Q a metà fra le facce del dielettrico. Determinare:

1) la densità di carica sul filo per cui il campo elettrostatico nel punto P è nullo — λ
2) il campo elettrostatico nel punto Q — E_Q
3) la differenza di potenziale fra Q e P — V_Q-V_P



1) Affinché i campi si annullino la carica sul filo deve essere dello stesso segno della carica sul dielettrico

$$E_P = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 d} - \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = 0$$

$$\lambda = (\sigma_1 + \sigma_2)\pi d = 6.13\times10^{-7}\,C/m$$

2) Per il principio di sovrapposizione

$$E_Q = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\kappa(3d)} + \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0\kappa} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0\kappa} = \frac{1}{2\varepsilon_0\kappa}\left(\frac{\lambda}{3\pi d} + \sigma_1 - \sigma_2\right) = -1499\,V/m$$

3) Calcolando lungo una linea di forza si ottiene

$$V_Q - V_P = -\int_d^{2d}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}dx - \int_d^{2d}\left(-\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\right)dx - \int_{2d}^{3d}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\kappa x}dx - \int_{2d}^{3d}\left(\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0\kappa} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0\kappa}\right)dx$$

$$V_Q - V_P = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln 2 + \frac{\sigma_1+\sigma_2}{2\varepsilon_0}d - \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\kappa}\ln\frac{3}{2} - \frac{\sigma_1-\sigma_2}{2\varepsilon_0\kappa}d = 3281\,V$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Laurea in Ingegneria - Settori Energia e Informazione

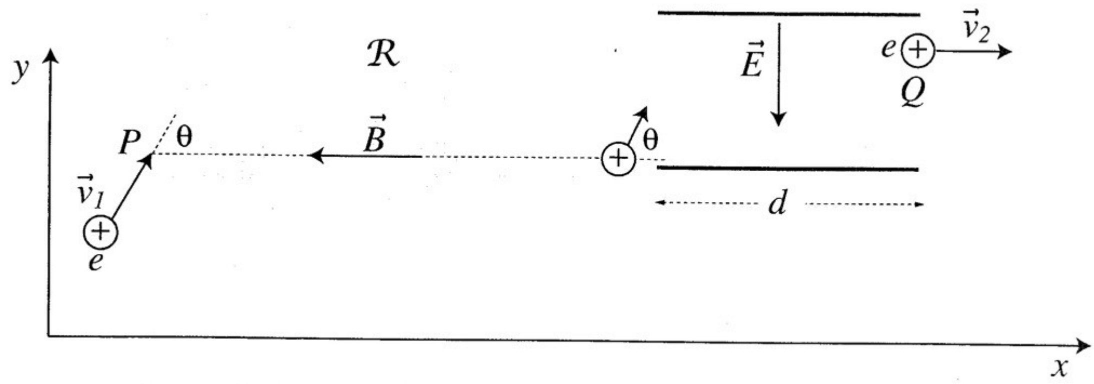
II Appello per i corsi di Fisica - II anno – 25 Febbraio 2011

Solo per i corsi di Ingegneria dell'Informazione (DM270 e DM509), Elettronica (DM270 e DM509), Biomedica (DM270 e DM509), Informatica (DM 270 e DM509) e Energetica (DM509)

Problema 2

Un **protone** $(e/m = 10^8\,\text{C/kg})$ entra in P all'istante $t = 0$ in un **regione** $\mathcal{R}$ dello spazio in cui esiste un **campo magnetico** $B = 0.5\text{T}$, parallelo all'asse x con velocità v_1 che forma un **angolo** $\theta = 60^\circ$ con l'asse x. Dopo avere compiuto $N = 80$ **giri di una traiettoria elicoidale** esce dallla regione $\mathcal{R}$ con lo stesso angolo $\theta = 60^\circ$ed entra quindi in una regione in cui agisce un **campo elettrostatico** $\mathbf{E} = -E\mathbf{u}_y$uniforme, che si estende per una **lunghezza** $d = 20\text{cm}$; ne esce in Q con velocità v_2 parallela all'asse x di figura. Il tempo complessivo per compiere la traiettoria da P a Q è $t = 14.05\mu\text{s}$. Calcolare:

1) il **tempo** per compiere la traiettoria elicoidale — t_B
2) il valore della **velocità** iniziale del protone — v_I
3) il valore del **campo elettrostatico** — E



1) Poiché ogni giro viene percorso in un periodo si ha

$$t_B = NT = N\frac{2\pi m}{eB} = 10.05\mu\text{s}$$

2) Il modulo della velocità del protone non cambia durante il suo moto nel campo magnetico, mentre la forza elettrostatica agisce in direzione y, per cui la componente x della velocità non varia. Quindi in direzione x si ha un moto uniforme. Il tempo per compiere il tratto di traiettoria nel campo elettrostatico è $t_E = t - t_B = 4\mu\text{s}$ per cui:

$$v_1 \cos\theta\, t_E = d \quad\Rightarrow\quad v_1 = \frac{d}{t_E \cos\theta} = 1\times10^5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

3) In direzione y si ha un moto uniformemente accelerato che annulla al tempo t_E la componente y della velocità

$$0 = v_1\text{sen}\theta - \frac{eE}{m}t_E$$

$$v_1\text{sen}\theta = \frac{eE}{m}t_E$$

$$E = \frac{m}{e}\frac{v_1\text{sen}\theta}{t_E} = 216.5\,\frac{\text{V}}{\text{m}}$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Laurea in Ingegneria - Settori Energia e Informazione

II Appello per i corsi di Fisica - II anno – 25 Febbraio 2011

Problema 3

Un filo rettilineo indefinito è percorso da una corrente $i(t) = bt$ per $t \geq 0$, con b =1.5A/s. Una bobina composta da N = 100 spire quadrate di lato a = 0.5m, e resistenza R = 2.5 Ω, è complanare al filo con due lati paralleli allo stesso. La distanza tra il filo e il lato piu` vicino della bobina è d = 0.25 m.

Determinare:

1) la forza elettromotrice indotta nella bobina $\mathcal{E}$
2) la risultante delle forze che agiscono sulla bobina all'istante t_1 =10 s F

Solo per i corsi di Ingegneria informatica (DM270 e DM509), Elettronica (DM509), Biomedica (DM509) e Ingegneria dell'energia (DM270 e DM509)

3) l'energia dissipata nell'intervallo $[0,t_1]$ U_d
4) l'energia del campo magnetico della bobina nell'ipotesi che l'induttanza della bobina valga $L = 2 \times 10^{-6}$ H U_0

1) Il flusso attraverso la bobina è

$$\Phi_B = Mi = \int_d^{d+a} \frac{\mu_0 i}{2\pi r} Nadr = i\frac{\mu_0 Na}{2\pi}\ln\frac{d+a}{d}$$

per cui

$$M = \frac{\mu_0 Na}{2\pi}\ln\frac{d+a}{d} = 11\mu H$$

e dalla legge di Faraday

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[Mi\right] = -\frac{d}{dt}\left[Mbt\right] = -Mb = -16.5\mu V$$

2) Dalla seconda legge di Laplace, osservando che $F_{AB} = F_{CD}$ dirette in direzioni opposte e $F_{AD} > F_{BC}$ dirette in direzioni opposte si ha

$$i_B = \frac{\mathcal{E}}{R} = 6.6\mu A$$

$$F = N\left(i_B aB_{AD} - i_B aB_{BC}\right) = Ni_B a\frac{\mu_0 bt_1}{2\pi}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{a+d}\right) = 2.64 \times 10^{-9} N$$

3) L'energia viene dissipata per effetto Joule

$$U_d = Ri_B^2 t_1 = 1.09 \times 10^{-9} J$$

4) L'energia immagazzinata nella bobina è

$$U_0 = \frac{1}{2}Li_B^2 = 4.3 \times 10^{-17} J$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Laurea in Ingegneria - Settori Energia e Informazione

II Appello per i corsi di Fisica - II anno – 25 Febbraio 2011

Solo per i corsi di Ingegneria dell'Informazione (DM270 e DM509), Elettronica (DM270), Biomedica (DM270) e Ingegneria dell'energia (DM 270)

Problema 4

Un fascio di luce polarizzata rettilineamente di sezione Si=10 cm^2 si propaga in aria e incide con un angolo di incidenza θi=50° su un mezzo trasparente di indice di rifrazione n=1.5. Si osserva che l'angolo di polarizzazione della luce riflessa e` βr=45° e che l'ampiezza massima del campo elettrico riflesso e` Eor=5 V/m.

Determinare:

a) L'angolo di polarizzazione della luce trasmessa, βt;

b) La potenza della luce incidente;

c) L'intensita` della luce trasmessa.

a) $\sin\theta_i = n \sin\theta_t \Rightarrow \theta_t = 30{,}7^\circ$

$$r_\pi = \frac{tg(\theta_i-\theta_t)}{tg(\theta_i+\theta_t)} = 0{,}057; \quad r_\sigma = \frac{-\sin(\theta_i-\theta_t)}{\sin(\theta_i+\theta_t)} = -0{,}335$$

$$t_\pi = \frac{2\sin\theta_t\cos\theta_i}{2\sin(\theta_i+\theta_t)\cos(\theta_i-\theta_t)} = 0.705$$

$$t_\sigma = \frac{2\sin\theta_t\cos\theta_i}{\sin(\theta_i+\theta_t)} = 0.665$$

$$\begin{cases} E_{or\pi} = r_\pi E_{oi\pi} \\ E_{or\sigma} = r_\sigma E_{oi\sigma} \end{cases} \Rightarrow E_{oi\pi} = \frac{E_{or\pi}}{r_\pi} \quad E_{oi\sigma} = \frac{E_{or\sigma}}{r_\sigma}$$

$$E_{ot\pi} = t_\pi E_{oi\pi} = \frac{t_\pi}{r_\pi} E_{or\pi}$$

$$E_{ot\sigma} = t_\sigma E_{oi\sigma} = \frac{t_\sigma}{r_\sigma} E_{or\sigma}$$

$$; \; tg\beta_t = \frac{E_{ot\sigma}}{E_{ot\pi}} = \frac{t_\sigma}{r_\sigma}\frac{r_\pi}{t_\pi}$$

$$\Rightarrow \beta_t = -9.17^\circ$$

b) $E_{0r\pi} = E_{0r\sigma} = \frac{E_{0r}}{\sqrt{2}} = 3.54 \ V/m$

$E_{0i\pi} = \frac{E_{0r\pi}}{r_\pi} = 62.03 \ V/m$

$E_{0i\sigma} = \frac{E_{0r\sigma}}{|r_\sigma|} = 10.55 \ V/m$

$\Rightarrow E_{0i} = \sqrt{E_{0i\pi}^2 + E_{0i\sigma}^2} = 62.92 V/m$

$I_i = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_{0i}^2 = 5.26 \ W/m^2; \ W_i = I_i S_i = 5.3 \cdot 10^{-3} \ W$

c) $W_t = W_i - W_r = W_i - I_r S_i = W_i - \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_{0r}^2 S_i$

$\overset{!}{=} 5.22 \cdot 10^{-3} W$

$R_\pi = r_\pi^2 = 0.0032$

$R_\sigma = r_\sigma^2 = 0.112$

$S_t = S_i \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i} = 13.38 \ cm^2 \Rightarrow I_t = \frac{W_t}{S_t} = 3.93 \ W/m^2$

Domande di Teoria- Solo per il corso di Ingegneria dell'Energia DM270
Motivare le risposte

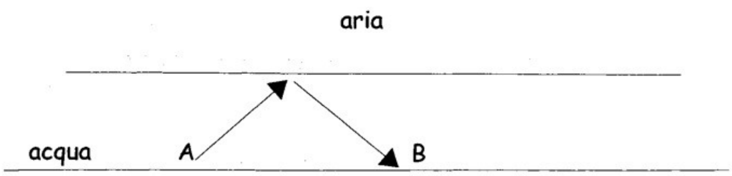
Domanda 1

In una regione dello spazio e` presente il campo magnetico variabile nel tempo:
$\vec{B}(x,y,z)=ayt\,\vec{u}_x+bx\,\vec{u}_y+cx\,\vec{u}_z$

Dire quali tra le seguenti funzioni rappresenta un possibile campo elettrico nella stessa regione dello spazio:

$$\vec{E}_1(x,y,z)=at^2\vec{u}_x+y\,\vec{u}_y$$
$$\vec{E}_2(x,y,z)=\frac{-ay^2}{2}\vec{u}_z$$
$$\vec{E}_3(x,y,z)=\frac{at^2}{2}\vec{u}_y$$
$$\vec{E}_4(x,y,z)=\frac{bx^2}{2}\vec{u}_x$$

Domanda 2:
Mi trovo sul fondo di una piscina nel punto A e voglio fare arrivare un segnale luminoso nel punto B che non so quanto dista utilizzando il fenomeno della riflessione totale. Mi conviene utilizzare luce rossa o violetta?



1) $\bar\nabla \times \bar E = -\frac{\partial \bar B}{\partial t} = (-\alpha y, 0, 0)$

$$\bar\nabla \times \bar E = \begin{vmatrix} \bar u_x & \bar u_y & \bar u_z \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \bar u_x \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) -$$

$$- \bar u_y \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) + \bar u_z \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right)$$

$\bar\nabla \times \bar E_1 = (0, 0, 0)$; $\bar\nabla \times \bar E_2 = (-\alpha y, 0, 0)$; $\bar\nabla \times \bar E_3 = (0, 0, 0)$

$\bar\nabla \times \bar E_4 = (0, 0, 0)$ $\Rightarrow$ $\bar E_2$

2) Non so quanto dista B da A, scelgo la soluzione che mi dà più piccolo $\Rightarrow$ B più vicino $\Rightarrow$ θ_{limite} minore.

Da $\theta_L = \frac{1}{n(\lambda)}$; $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$

θ_L minore $\Leftrightarrow$ n maggiore $\Leftrightarrow$ λ minore

$\Rightarrow$ scelgo violetto.