FACOLTA' DI   INGEGNERIA

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale,
Meccanica, Meccatronica
AZZURRO
Prova scritta del   *18 Marzo 2006*

Problema 1

Un punto materiale P di massa m incognita può scorrere su un piano orizzontale OA di lunghezza L=5 m contiguo a una guida circolare liscia di raggio R=2 m, come in figura. Il punto P e' inizialmente fermo a contatto dell'estremità di una molla di lunghezza a riposo l_0=1 m e costante elastica K=150 N/m, inizialmente compressa della quantità d=0.5 m. Ad un certo istante, P viene lasciato libero di muoversi.

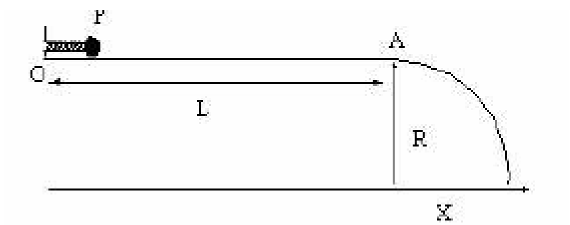
Determinare:

1) Il massimo valore di m affinché P si stacchi dal piano orizzontale, supposto liscio, nella posizione A di raccordo tra lo stesso e la guida circolare; m_{max}=………..

Se la massa di P vale m=1.2 kg, calcolare:

2) L'angolo ϕ tra la velocità di P e l'asse delle x nell'istante in cui P giunge al suolo, se il piano orizzontale OA e' liscio; ϕ=………………

3) Il massimo coefficiente di attrito dinamico μ_d tra P e il piano orizzontale OA, supposto scabro, affinché P si stacchi dalla guida circolare ancora nella posizione A; μ=…………..



Se il punto si muove sulla guida circolare, risente di una forza normale.
L'equazione del moto del punto all'inizio della guida è:

$m\frac{v^2}{R} = mg - N$ Il punto si stacca dalla guida se non risente della forza normale, quindi se

$mv^2 = mgR$ Inizialmente l'energia meccanica del sistema molla-punto è solo dato dall'energia potenziale della molla, quando la molla si rilascia, trasferisce tutta la sua energia potenziale al punto materiale, sotto forma di energia cinetica:

$\frac{1}{2}Kd^2 = \frac{1}{2}mv^2$ Il massimo valore della massa affinché il punto lasci la guida in A è quindi dato dalla:

$$\frac{1}{2}Kd^2 \geq \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mgR \quad \Rightarrow \quad m \leq \frac{Kd^2}{gR} = 1.91kg$$

Se il punto lascia la guida la sua velocità iniziale è orizzontale e poi prosegue il suo moto sotto l'azione della forza peso, quindi:

$$\frac{1}{2}Kd^2 = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{Kd^2}{m}} = 5.59m/s$$

$$\begin{cases} v_x(t) = v \\ v_y(t) = -gt \end{cases} \qquad \begin{cases} x(t) = v_x t \\ y(t) = R - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$ Il punto arriverà a terra quando la sua coordinata y sarà nulla.

$$y = 0 \qquad \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2R}{g}} = 0.64s \qquad \Rightarrow \begin{cases} v_x(t_1) = 5.59 m/s \\ v_y(t_1) = -gt_1 = -6.27 m/s \end{cases} \qquad \tan\phi = \frac{v_y}{v_x} = -1.122$$

$$\phi = -48.29°$$

Il massimo coefficiente di attrito dinamico compatibile è quello che fa si che il punto materiale arrivi in A con la minima velocità per cui si stacca dalla guida.
Inizialmente la molla è compressa e trasferisce la sua energia potenziale al punto sotto forma di energia cinetica. La forza di attrito dinamico fa lavoro sul punto e dissipa energia.

$$\Delta E_k = W_{att} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -\mu_d mg(L - l_0 + d)$$

$$\frac{1}{2}mgR - \frac{1}{2}Kd^2 = -\mu_d mg(L - l_0 + d) =$$

$$\mu = \frac{Kd^2 - mgR}{2mg(L - l_0 + d)} = 0.13$$

Problema 2

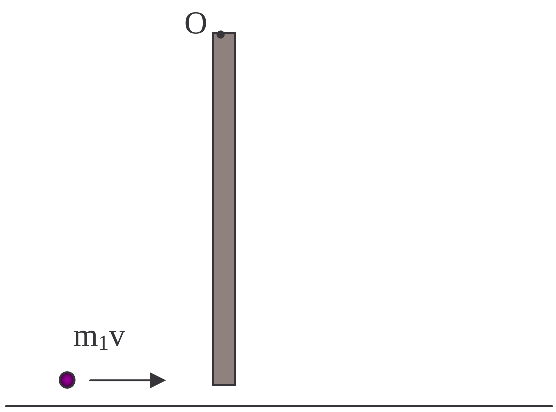
Un' asta omogenea di lunghezza L=0.3 m e massa m=2.0 kg può ruotare in un piano verticale attorno ad un asse orizzontale che passa per un suo estremo O. All'istante iniziale l'asta è ferma in posizione verticale. Essa viene colpita in un suo estremo da un proiettile di massa m_1=0.1 kg e velocità v=30 m/s. Dopo l'urto il proiettile prosegue il suo moto e la sua velocità diminuisce di 2/3.
1- Si determini la velocità angolare dell'asta immediatamente dopo l'urto.

ω=……………….

2- Sull'asse agisce un momento di attrito costante M che fa sì che l'asta si arresti dopo aver ruotato di un angolo θ=π/6. Si determini il modulo del momento di attrito M_{ATT}=……………..

1- Si determini l'impulso impresso all'asta durante l'urto.

J=………………..



L'urto è vincolato, si conserva il momento della quantità di moto rispetto al vincolo O.

$$I = \frac{mL^2}{3} = 0.06 kg \cdot m^2 \qquad m_1 vL = I\omega + m_1 v' L \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{m_1 L(v' - v)}{I} = 10 rad/s$$

Il lavoro del momento di attrito è uguale alla variazione di energia meccanica del sistema:

$$E_f = mg\frac{L}{2}\left(1-\cos\frac{\pi}{6}\right) \qquad E_i = \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{mg\frac{L}{2}\left(1-\cos\frac{\pi}{6}\right)-\frac{1}{2}I\omega^2}{\frac{\pi}{6}} = -M_{att}$$

$M_{att} = 4.98\,Nm$

Avendo posto lo zero dell'energia potenziale gravitazionale nel punto di minimo livello del CM della sbarra (posizione verticale).

L'impulso impresso all'asta è pari alla variazione della sua quantità di moto.

$$J = \Delta P = m\omega\frac{L}{2} = 3Ns$$

Problema 3

Un cilindro con 2.2 moli di un gas ideale monoatomico è chiuso da un pistone ed è in equilibrio termico con un contenitore entro il quale è posta inizialmente una miscela refrigerante alla temperatura T = 0 ˚C, costituita da una massa M = 1.8 kg di acqua contenente una quantità m = 80 g di ghiaccio. All'istante t = 0, mentre il gas si trova alla pressione atmosferica, viene bloccato il movimento del pistone e viene attivato un dispositivo riscaldante che, mediante una corrente che fluisce in una resistenza elettrica immersa nella miscela di acqua e ghiaccio, trasferisce lentamente calore al sistema con potenza P = 4.0 W per un tempo Δt = 10 ore. Sapendo che durante la trasformazione il gas si mantiene in equilibrio termico con il contenitore, calcolare:

1) dopo quanto tempo dall'accensione del dispositivo riscaldante si sarà fuso tutto il ghiaccio

t=…………..

2) la temperatura e la pressione finale del gas nello stato di equilibrio raggiunto dal sistema allo spegnimento del dispositivo riscaldante; T_f=…………………p_f=……………..

3) il rapporto fra il calore assorbito dal gas e quello assorbito dall'acqua dal momento in cui il ghiaccio è tutto fuso fino all'istante finale.

Q_g/Q_{H2O}=……..

(Per la soluzione assumere i seguenti valori: pressione atmosferica $p_0 = 1.013 \times 10^5$, $\lambda = 3.3 \times 10^5$ J/kg, calore specifico dell'acqua c_A = 4186.8 J/(kg ˚K)).

La trasformazione avviene a volume costante. Il lavoro totale erogato dall'esterno è dato da:

$W = Pt = 4.0 \cdot 3600 \cdot 10 = 144 \cdot 10^3\ J = 144\,kJ$

Dal momento che il sistema che eroga la potenza non fa lavoro, tutto il lavoro va in calore trasferito al sistema acqua-ghiaccio+gas ($W=Q_{tot}$).

Il sistema complessivo non può variare la sua temperatura fintantoché non si sia sciolto tutto il ghiaccio. Per sciogliere tutto il ghiaccio è necessario somministrargli una quantità di calore $Q=m\lambda$ $Q=26.4$ kJ.

Qundi il tempo necessario per sciogliere il ghiaccio sarà:

$$t = \frac{Q}{P} = 6600\ s$$

Di conseguenza alla fine della trasformazione tutto il ghiaccio sarà stato sciolto e il sistema complessivo avrà raggiunto una temperatura di equilibrio maggiore di T_0.

$$Q_{tot} = Q + Q_{H2O} + Q_{gas} \qquad Q_{H2O} = \left(m_{H2O} + m_{ghiaccio}\right)c_A\left(T_f - T_0\right) \qquad Q_{gas} = nC_V\left(T_f - T_0\right)$$

$$T_f = T_0 + \frac{Q_{tot} - Q}{\left[\left(m_{H2O} + m_{ghiaccio}\right)c_A + nC_V\right]} = 273 + 15.11 = 288.11\,K$$

$$p_f = \frac{nRT_f}{V_0} = \frac{nRT_f}{nRT_0} p_0 = 1.069 \cdot 10^5\ Pa$$

$$\frac{Q_{gas}}{Q_{H2O}} = \frac{nC_V\left(T_f - T_0\right)}{\left(m_{H2O} + m_{ghiaccio}\right)c_A\left(T_f - T_0\right)} = \frac{nC_V}{\left(m_{H2O} + m_{ghiaccio}\right)c_A} = 3.49 \cdot 10^{-3}$$