

COGNOMENOME MATRICOLA.....

Problema 1

Un condensatore è costituito da due lamine conduttrici di superficie $A = 12\text{cm}^2$ parallele e a distanza $x_1 = 1.5\text{mm}$ tra loro, ed è collegato ad un generatore di tensione costante $V_0 = 40\text{V}$. Le armature vengono poi avvicinate fino alla distanza $x_2 = 0.8\text{mm}$ mantenendo il collegamento con il generatore.

- Qual è la carica δq spostata dal generatore mentre le armature vengono avvicinate?
- Qual è l'energia W_{gen} complessivamente spesa dal generatore e qual è il lavoro meccanico W_{mec} fatto dal sistema?

Il generatore viene poi scollegato ed il condensatore viene scaricato attraverso un filo in ferro con resistività $\rho = 9.7 \cdot 10^{-8}\Omega\text{m}$ di sezione $S = 8 \cdot 10^{-3}\text{mm}^2$ e lunghezza $L = 3.5\text{m}$.

- Qual è il tempo t necessario affinché la tensione sia ridotta a $V_1 = V_0/100$?

Capacità iniziale e finale del condensatore:

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 A}{x_1} = 7.1\text{pF} ; C_2 = \frac{\epsilon_0 A}{x_2} = 13.3\text{pF}$$

Carica spostata:

$$\delta q = q_2 - q_1 = C_2 V_0 - C_1 V_0 = (C_2 - C_1) V_0 = 248\text{pC}$$

Lavoro del generatore:

$$W_{\text{gen}} = \delta q V_0 = (C_2 - C_1) V_0^2 = 9.91 \cdot 10^{-9}\text{J}$$

Energia elettrostatica e lavoro meccanico:

$$\Delta U = \frac{1}{2} C_2 V_0^2 - \frac{1}{2} C_1 V_0^2 = \frac{1}{2} (C_2 - C_1) V_0^2 = 4.96 \cdot 10^{-9}\text{J}$$

$$\Rightarrow W_{\text{mec}} = W_{\text{gen}} - \Delta U = \frac{1}{2} (C_2 - C_1) V_0^2 = 4.96 \cdot 10^{-9}\text{J}$$

Resistenza del filo e processo di scarica:

$$R = \rho \frac{L}{S} = 42.4\Omega ; V_1 = V_0 e^{-\frac{t}{RC_2}}$$

tempo di scarica:

$$t = RC_2 \ln \frac{V_0}{V_1} = 2.6\text{ns}$$

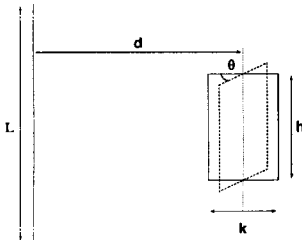
SCRIVERE LA SOLUZIONE SOLO SU QUESTI FOGLI

COGNOMENOME MATRICOLA.....

Problema 2

Una spira rettangolare, con lati $h = 3\text{cm}$, $k = 2\text{cm}$ e resistenza complessiva $R = 40\Omega$, è disposta con i lati maggiori paralleli ad un filo, rettilineo e di grande lunghezza, ed è collegata ad un generatore che fornisce una tensione $V_S = 15\text{V}$. La spira può ruotare intorno ad un asse passante per il suo centro e parallelo agli assi maggiori, ad una distanza $d = 7\text{cm}$ dal filo; inizialmente essa si trova ad un angolo $\theta = 30^\circ$ rispetto al piano che contiene l'asse di rotazione ed il filo, come mostrato in figura. Nelle condizioni iniziali sulla spira agisce un momento $M = 6 \cdot 10^{-5}\text{Nm}$; la spira viene poi portata sullo stesso piano che contiene il filo.

- Qual è il campo magnetico B in corrispondenza della spira?
- Qual è la corrente i_F che circola nel filo?
- Qual è il lavoro W fatto dalla spira nella rotazione?
- Qual è la forza F che agisce sulla spira nella posizione finale?



Corrente nella spira e momento di dipolo:

$$i_S = \frac{V_S}{R} = 3.75\text{A} ; m = i_S h k = 2.25 \cdot 10^{-3} \text{A/m}^2$$

Campo magnetico:

$$M = mB \sin \theta \Rightarrow B = \frac{M}{m \sin \theta} = 5.33 \cdot 10^{-5} \text{T}$$

Corrente nel filo:

$$B = \frac{\mu_0 i_F}{2\pi d} \Rightarrow i_F = \frac{2\pi d B}{\mu_0} = 18.7 \text{A}$$

Lavoro:

$$W = -\Delta U = mB(1 - \cos \theta) = 1.61 \cdot 10^{-7} \text{J}$$

Forza:

$$F = B_1 h i_S - B_2 h i_S = \left(\frac{\mu_0 i_F}{2\pi (d - \frac{k}{2})} - \frac{\mu_0 i_F}{2\pi (d + \frac{k}{2})} \right) h i_S = \frac{\mu_0 i_F h k i_S}{2\pi (d^2 - \frac{k^2}{4})} = 1.75 \cdot 10^{-6} \text{N}$$

Alternativamente:

$$U(x) = -mB(x) = -m \frac{\mu_0 i_F}{2\pi x} \Rightarrow F(x) = \left| \frac{dU}{dx} \right| = m \frac{\mu_0 i_F}{2\pi x^2}$$

$$\Rightarrow F = \frac{\mu_0 i_F h k i_S}{2\pi d^2} = 1.71 \cdot 10^{-6} \text{N}$$

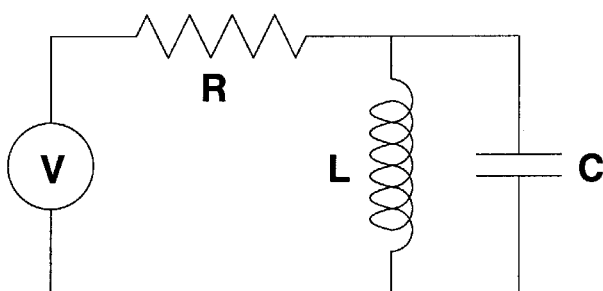
COGNOMENOME MATRICOLA.....

Problema 3

Un circuito, schematizzato in figura, è composto da una resistenza $R = 47\Omega$, un condensatore di capacità $C = 120\text{nF}$ ed un solenoide di lunghezza $h = 35\text{cm}$ composto da $N = 180$ spire di superficie $S = 5.2\text{cm}^2$.

Ad esso è connesso un generatore di tensione sinusoidale $V = V_0 \sin \omega t$ con ampiezza $V_0 = 5\text{V}$ e frequenza $\nu = \omega/2\pi = 50\text{kHz}$.

- Qual è l'autoinduttanza L del solenoide?
- Qual è la corrente efficace i_{eff} fornita dal generatore?
- Qual è la potenza media P_d dissipata sulla resistenza e qual è la potenza media P_g fornita dal generatore?



Campo magnetico e autoinduttanza:

$$B = \frac{\mu_0 N i}{h} \Rightarrow L = \frac{\Phi}{i} = \frac{NBS}{i} = \frac{\mu_0 N^2 S}{h} = 60.5\mu\text{H}$$

Pulsazione ed impedenza totale:

$$Z_{LC} = \left(\frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{j\omega L} + j\omega C \right)^{-1} = \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC} \quad ; \quad Z_t = R + j \frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC}$$

$$\Rightarrow \omega = 3.14 \cdot 10^6 \text{r/s} \quad ; \quad |Z_t| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC} \right)^2} = 81.9\Omega$$

Corrente efficace:

$$i_{\text{eff}} = \frac{V_{\text{eff}}}{|Z_t|} = \frac{V_0}{\sqrt{2}|Z_t|} = 43.2\text{mA}$$

Potenza media dissipata:

$$P = V_{\text{eff}} i_{\text{eff}} \cos \varphi = \text{Re}(Z_t) i_{\text{eff}}^2 = R i_{\text{eff}}^2 = 87.7\text{mW}$$

Induttore e condensatore non dissipano energia:

$$P_g = P_d = 87.7\text{mW}$$

SCRIVERE LA SOLUZIONE SOLO SU QUESTI FOGLI

Cognome.....Nome.....matricola.....

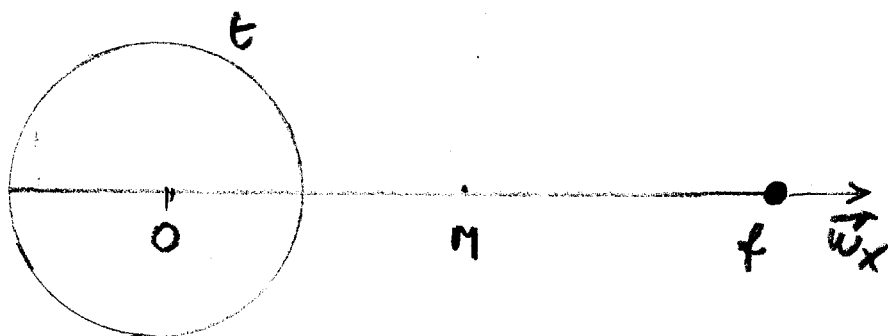
Problema 1b

Un tubo t di raggio $r = 2.5$ cm, molto lungo, di materiale isolante, internamente vuoto, ha pareti sottili ed è uniformemente carico con densità di carica superficiale $\sigma = -11.5$ nC/m².

A distanza $d = 0.15$ m dall'asse del tubo, è posto un filo f di sezione trascurabile, uniformemente carico con densità di carica lineare $\lambda = 0.36$ nC/m, disposto parallelamente al tubo.

Determinare:

- 3 a) il campo elettrostatico nel punto M (punto medio) distante $d/2$ dall'asse di t ed f ;
- 3 b) la forza per unità di lunghezza esercitata dal filo sul tubo (modulo e segno: si consideri positivo il verso dal tubo al filo);
- 4 c) il lavoro (per unità di lunghezza) fatto dalle forze elettrostatiche per allontanare il tubo dal filo portandolo a distanza $2d$.



$$a) \vec{E}_M = \vec{E}_t + \vec{E}_f = \left(-\frac{2\pi r\sigma}{\epsilon_0 d} - \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0 d} \right) \vec{u}_x = -5.942 \frac{V}{m} \vec{u}_x$$

$$b) \vec{F}_{ft} = -\vec{F}_{tf} \quad \left| \quad \vec{F}_{tf} = \lambda E_{tf} = \lambda \left(\frac{-2\pi r\sigma}{\epsilon_0 d} \right) \vec{u}_x \right.$$

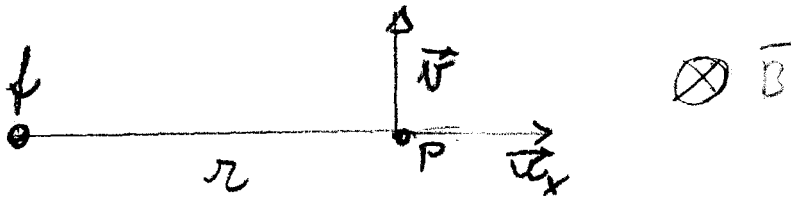
$$\vec{F}_{ft} = 7.80 \times 10^{-8} \text{ N/m} \vec{u}_x \quad \left| \quad = -7.80 \times 10^{-8} \text{ N/m} \vec{u}_x \right.$$

$$c) Q = \int_{d_1}^{d_2} \vec{F}_{ft} \cdot d\vec{z} = \int_{d_1}^{d_2} \frac{\lambda \pi r \sigma}{\epsilon_0} \left(-\frac{dx}{x} \right) = -8.11 \times 10^{-9} \text{ J/m}$$

Problema 2b

Una particella di carica $q = -8 \times 10^{-19} \text{ C}$ e di massa $m = 1.5 \times 10^{-24} \text{ kg}$, si muove (nel vuoto) di moto circolare uniforme con velocità $v = 2.2 \times 10^3 \text{ m/s}$ su una traiettoria di raggio $r = 0.85 \text{ cm}$. Un filo indefinito e rettilineo, di sezione trascurabile, uniformemente carico con densità lineare di carica $\lambda = 0.8 \text{ nC/m}$, è perpendicolare al piano del moto della particella e passa per il centro della traiettoria. Un opportuno **campo magnetico uniforme** rende possibile questo moto. Determinare:

- 3 a) la forza magnetica che agisce sulla particella;
- 3 b) modulo e direzione del vettore \vec{B} ;
- 4 c) l'energia totale della particella (si consideri lo zero di potenziale a distanza $s = 2 \text{ m}$ dal filo)



$$a) \quad -\frac{mv^2}{2} = -qE + F_m$$

$$F_m = -\frac{mv^2}{2} + q \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = -8.54 \times 10^{-16} + 1.354 \times 10^{-15} \\ = 5.00 \times 10^{-16} \text{ N}$$

$$b) \quad \vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B} = -|q| \vec{v} \times \vec{B}$$

$B \perp$ al foglio

$$B = \frac{F_m}{|q|v} = 0.284 \text{ T}$$

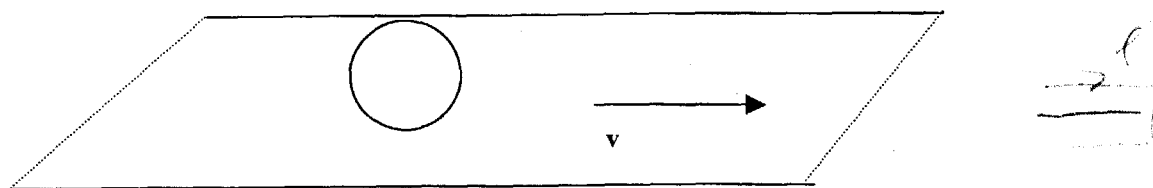
$$c) \quad E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} mv^2 + q \left[-\int_s^r \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} mv^2 + \frac{|q|\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{s} = 3.63 \times 10^{-18} - 6.28 \times 10^{-17} \\ = -5.92 \times 10^{-17} \text{ J}$$

Problema 3b

Un nastro di materiale isolante di larghezza l ha una carica superficiale uniforme $\sigma = 10^{-2} \text{ C/m}^2$ ed è in moto rettilineo uniforme con velocità $v_0 = 30 \text{ m/s}$ parallela alla lunghezza del nastro. A seguito di un blocco improvviso, all'istante $t_0 = 0 \text{ s}$ il nastro frena e si arresta nel tempo $t_1 = 0.003 \text{ s}$. Durante la frenata il moto rettilineo è uniformemente accelerato e nella direzione della lunghezza del nastro. A distanza $d \ll l$ dal nastro, in un piano perpendicolare a questo e parallelo alla velocità del nastro, si trova, in quiete, una spira circolare di raggio $r = 2 \text{ cm}$ con $r \ll l$. La resistenza totale della spira è $R = 10^{-4} \Omega$. Determinare:

- 4 a) il flusso magnetico che attraversa la spira fino all'istante t_0 ;
- 3 b) la carica totale indotta nella spira tra l'istante iniziale e l'istante t_1 (modulo).
- 3 c) la corrente indotta nella spira



a)

$$\Phi(0) = \pi r^2 B(0)$$

$$2B\ell = \mu_0 \ell \sigma$$

$$B(0) = \frac{\sigma v_0 \mu_0}{2} \perp \text{ alla } \vec{v}$$

$$\Phi(0) = \frac{\pi r^2 \sigma v_0 \mu_0}{2} = 2.37 \times 10^{-10} \text{ weber}$$

b)

$$|q| = \left| \frac{\Phi(0) - \Phi(t)}{R} \right| = \left| \frac{\Phi(0)}{R} \right| = 2.37 \times 10^{-6} \text{ C}$$

c)

$$I = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{1}{R} \frac{d}{dt} \left(\frac{\pi r^2 \sigma [-a t] \mu_0}{2} \right) =$$

$$= \frac{\pi r^2 \sigma a \mu_0}{2R} = 7.90 \times 10^{-4} \text{ A}$$

$$\text{con } a = \frac{v_0}{t_1} = 10^4 \text{ m/s}^2$$

Facoltà di Ingegneria. Corso di Laurea in Ingegneria Civile. Prova scritta di Fisica 2
Padova 20 giugno 2006

cognome.....nome.....matricola.....

Problema 1

Ruotando una manopola si può selezionare la capacità di un condensatore variabile tra il valore massimo $C_0=100$ pF e quello minimo $C_1=10$ pF.

Il condensatore viene caricato alla capacità C_0 , collegandolo con un generatore ai cui capi agisce la d.d.p. $\mathcal{E}=300$ V; staccato il generatore, si porta poi la capacità del condensatore a C_1 mantenendolo isolato.

Calcolare :

- la carica presente sul condensatore nella posizione C_0 ;
- d.d.p. ai capi del condensatore quando è in posizione C_1 ;
- la variazione di energia elettrostatica del condensatore tra C_0 e C_1 ;
- il lavoro meccanico fatto per ridurre la capacità da C_0 a C_1 .

$$1) Q_0 = C_0 \mathcal{E} = 3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

$$2) Q_0 = C_1 V \Rightarrow V = \frac{Q_0}{C_1} = 3000 \text{ V}$$

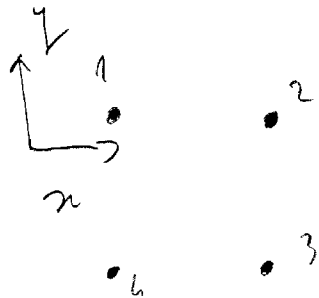
$$3) \Delta U = \frac{1}{2} C_1 V^2 - \frac{1}{2} C_0 \mathcal{E}^2 = 4.05 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

$$4) W = -\Delta U = -4.05 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

Problema 2

Quattro particelle uguali, di carica $q = 1.5 \text{ nC}$, sono poste ai vertici di un quadrato di lato $a = 12 \text{ cm}$. Calcolare:

- Il potenziale di ciascuna particella;
- la carica che sarebbe necessario inserire al centro del quadrato in modo che tutta la struttura delle cariche sia in equilibrio;
- l'energia potenziale della particella centrale.



$$1) V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot 2 + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 304.3 \text{ V}$$

$$2) \vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{41} + \vec{F}_{31}$$

$$\vec{F}_{21} = \frac{-q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \vec{u}_x; \quad \vec{F}_{41} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \vec{u}_y$$

$$\vec{F}_{31} = \frac{q^2}{\sqrt{2} 4\pi\epsilon_0 (a\sqrt{2})^2} (\vec{u}_y - \vec{u}_x) = \frac{q^2}{\sqrt{2} 4\pi\epsilon_0 2a^2} (\vec{u}_y - \vec{u}_x)$$

$$\vec{F}_1 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left(-1 - \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) \vec{u}_x + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) \vec{u}_y$$

$$|\vec{F}_1| = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \sqrt{2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) = 2.69 \cdot 10^{-6} \text{ N repuls}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{0kk2} = -\vec{F}_1 : \quad \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 (a\sqrt{2}/2)^2} = F$$

$$Q = \frac{F 4\pi \epsilon_0 r a^2}{49} = \frac{2Q^2 \epsilon_0 \pi F}{9} = -1.44 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

$$3) U = \frac{+49Q}{\frac{4\pi \epsilon_0 a \sqrt{2}}{2}} = \frac{+129Q}{4\pi \epsilon_0 a} = -9.16 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

Problema 3

Un solenoide lineare lungo 1.2 m con $N = 10000$ spire, di sezione circolare $A = 30 \text{ cm}^2$, ha resistenza totale $R = 700 \Omega$. Una bobina piatta circolare, con $N_1 = 25$ spire, di sezione $S = 35 \text{ cm}^2$ e resistenza $r = 8 \Omega$, è collocata intorno al solenoide in posizione centrale e concentrica. Il solenoide viene collegato all'istante $t = 0 \text{ s}$ ad un generatore di f.e.m. $\mathcal{E} = 120 \text{ V}$.

Calcolare:

- l'induttanza del solenoide;
- il coefficiente di mutua induzione tra il solenoide e la bobina;
- il campo magnetico B all'interno del solenoide all'istante $t_1 = 0.3 \text{ ms}$;
- la corrente indotta nella bobina allo stesso istante t_1 .

$$1) L = \mu_0 n^2 A \ell; \quad n = \frac{N}{\ell} = 8333.3$$
$$L = 0.315 \text{ H}$$

$$2) \phi_{12} = \mu_0 i_2 = N_1 A B = A \mu_0 n i_2 N_1 \Rightarrow \mu = A \mu_0 n N_1$$
$$\mu = 7.875 \cdot 10^{-4} \text{ H}$$

$$3) B = \mu_0 n i_2(t)$$

$$i_2(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-tR/L}) \Rightarrow i_2(t_1) = 0.083 \text{ A}$$

$$B = 8.76 \cdot 10^{-4} \text{ T} \quad \left(B = \frac{\mu_0 n \mathcal{E}}{R} (1 - e^{-tR/L}) \right)$$

$$4) i_e(t) = -\frac{1}{r} \frac{d\phi}{dt} = -\frac{1}{r} \mu \frac{di_2(t)}{dt} =$$

$$= -\frac{\mu \mathcal{E}}{r R} e^{-tR/L} \left(-\frac{R}{L} \right)$$

$$= \frac{\mu \mathcal{E}}{r L} e^{-tR/L} = 0.0193 \text{ A}$$

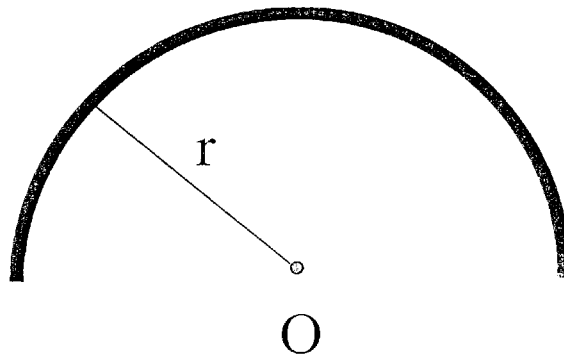
Padova 6/7/6

**Prova di Accertamento Scritta
di Fisica II per Ingegneria**

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

I Problema Su di una sbarretta a forma di semicirconfenza, di raggio $r=0.1$ m, e' distribuita uniformemente una carica Q_0 . Si sa che per spostare una particella α ($q_\alpha=2e=3.2 \cdot 10^{-19}$ C) dal centro O della semicirconfenza all'infinito il sistema compie un lavoro $W_\alpha=480$ eV. Calcolare:

- 1) Il lavoro in Joule che il sistema dovrebbe compiere per spostare da O all'infinito un punto materiale di carica $q_p=7 \cdot 10^{-9}$ J $W_p =$ _____
- 2) Il potenziale in O $V_O =$ _____
- 3) La densita' di carica per unita' di lunghezza depositata sulla sbarretta. $\lambda =$ _____
- 4) Il campo elettrostatico in O , in modulo direzione e verso $\mathbf{E}_O =$ _____



I Problema Un circuito elettrico rettangolare, di lati $a=20$ cm e $b=8$ cm, consiste di un condensatore, di capacita' $C=500$ pF e un resistore di resistenza $R=20$ Ω . Il circuito viene trascinato in una regione dello spazio in cui e' presente un campo magnetico uniforme $B=0.5$ T, ortogonale al piano del circuito, fino ad essere completamente contenuto in quella regione, e quindi viene fermato.

1) Dire se il moto avviene spontaneamente, o se bisogna fornire lavoro dall'esterno per trascinare il circuito nella zona in cui c'e' il campo, motivando l'affermazione

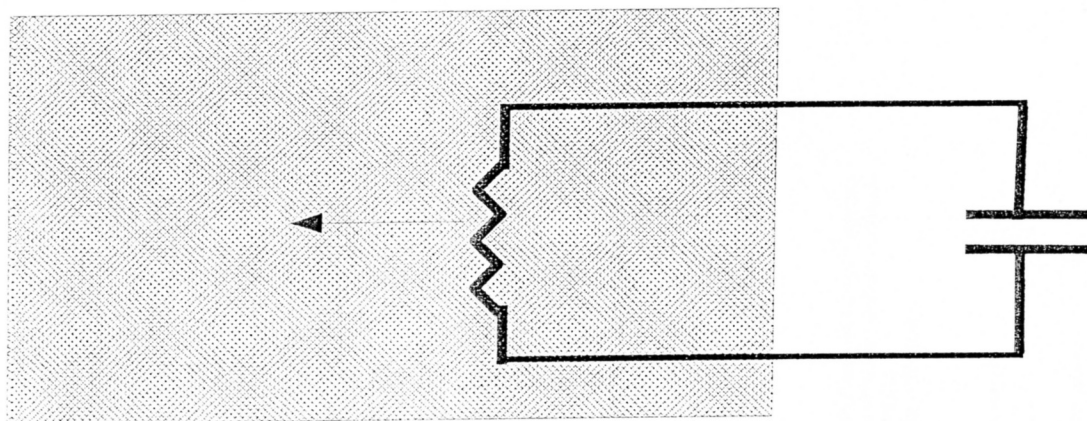
2) Ricordando la legge di Faraday, calcolare il massimo valore del potenziale osservato ai capi del condensatore $V_c = \underline{\hspace{2cm}}$

3) Calcolare dopo quanto tempo dall'arresto il potenziale ai capi del condensatore si e' ridotto del 50% $t_{1/2} = \underline{\hspace{2cm}}$

Successivamente il circuito viene ruotato di 90° , in modo che il piano del circuito risulti parallelo alla direzione del campo magnetico. Calcolare

4) La carica che complessivamente circola nel circuito durante la rotazione $Q = \underline{\hspace{2cm}}$

5) L'energia dissipata per effetto Joule a seguito del processo di scarica che si verifica dopo che la rotazione e' cessata $U = \underline{\hspace{2cm}}$



Questionario

Nel sistema MKS due cariche puntiformi eguali, poste alla distanza di un metro l'una dall'altra

1. si attraggono con una forza pari a 1 N
2. si respingono con una forza pari a 1 N

Il campo elettrico può presentarsi nelle discontinuità:

1. mai
2. attraverso la superficie di un conduttore
3. nel vuoto

La relazione $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ vale soltanto per i campi:

1. conservativi
2. che decorrono secondo la legge $E = \frac{1}{r^2}$
3. solenoidali

Un dipolo elettrico giace in una regione permeata da un campo elettrico \mathbf{E} uniforme.

- L'energia potenziale è massima se il dipolo è orientato
1. parallelamente ad \mathbf{E} ed in verso concorde
 2. parallelamente ad \mathbf{E} ma nel verso opposto
 3. ortogonalmente ad \mathbf{E}

La relazione per il campo magnetostatico $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$ esprime il fatto che

1. \mathbf{B} è solenoidale
2. \mathbf{B} è conservativo
3. le sorgenti di \mathbf{B} sono le correnti elettriche

Una spira piana di momento magnetico \mathbf{m} , giace in una regione permeata da un campo magnetico \mathbf{B} uniforme.

Se di essa agisce una forza:

1. nulla
2. proporzionale a \mathbf{B}
3. proporzionale a $\mathbf{m} \times \mathbf{B}$

Quale dei seguenti fenomeni è utilizzato per misurare il campo magnetico

1. Effetto Joule
2. Effetto Faraday
3. Effetto Hall

La legge di Faraday-Henry associa la forza elettromotrice indotta alla variazione del flusso del campo magnetico concatenato. L'origine di questo effetto si può ricondurre alla forza di Lorentz se la variazione di flusso è dovuta:

1. a deformazioni geometriche del circuito, mantenendo costante il campo concatenato
2. a variazioni temporali del campo concatenato, mantenendo invariata la geometria del circuito
3. a uno qualsiasi dei fenomeni discussi sopra

L'extra-corrente è un fenomeno che si manifesta:

1. All'accensione o spegnimento di circuiti coi grandi coefficienti di auto-induttanza
2. Come conseguenza della legge di Ampere-Maxwell
3. Nel processo di carica di un condensatore

Nel processo di carica di un circuito RC, variando il valore della resistenza si può determinare

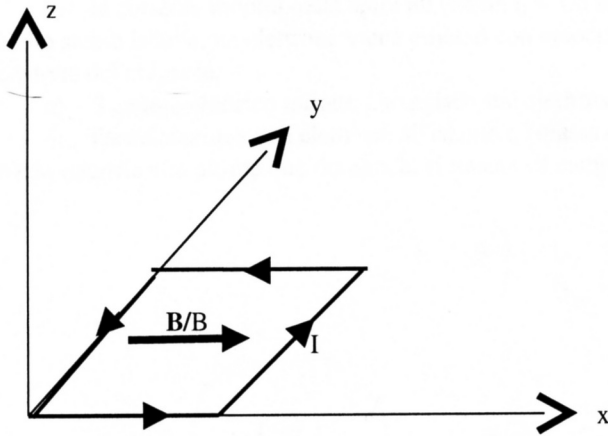
1. l'energia complessivamente dissipata per effetto Joule
2. il valore della tensione ai capi del condensatore quando si raggiunge l'equilibrio
3. l'angolo del coseno

Si ricavi l'espressione per il campo elettrico prodotto da un filo uniformemente carico, di lunghezza l e carica Q , sull'asse del filo, in funzione della distanza x dal filo medesimo, senza utilizzare il teorema di Gauss.

Problema 1a

Una spira quadrata di lato $l=0.1\text{ m}$ giace nel piano xy ed è percorsa da una corrente costante $I = 10\text{ A}$. Un campo magnetico costante e parallelo all'asse x ha modulo $B_x = 0.1x$ Tesla con x espresso in metri. Calcolare:

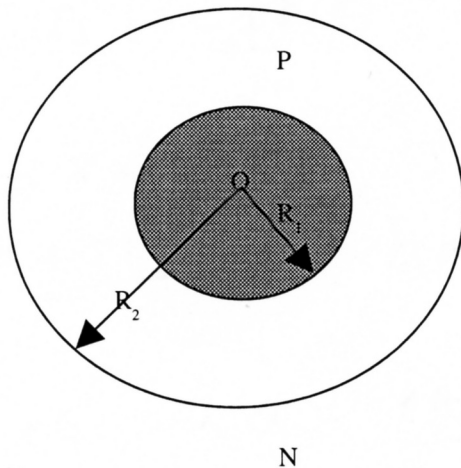
- la forza totale che agisce sulla spira (modulo, direzione e verso);
- la componente del momento meccanico parallelo all'asse y ;
- la componente del momento meccanico parallelo all'asse z



Problema 2a

Una sfera metallica di raggio $R_1 = 2\text{ cm}$ ha una carica $Q = 3\text{ nC}$. La sfera è racchiusa in uno guscio sferico di raggio interno R_1 e di raggio esterno $R_2 = 4\text{ cm}$. Il guscio è costituito da un dielettrico isotropo e omogeneo con costante dielettrica relativa $k = 2$ e non è carico. Calcolare:

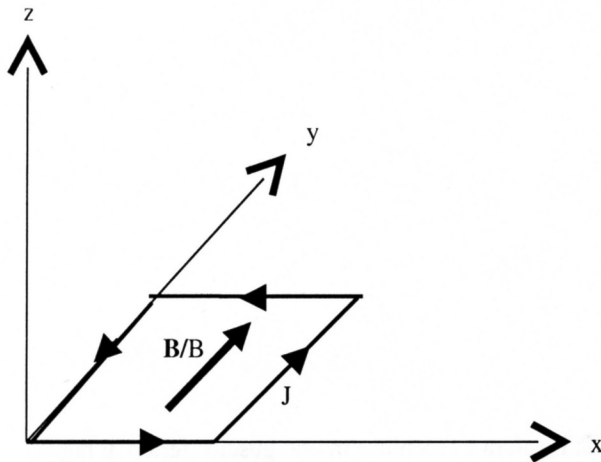
- il vettore \mathbf{D} spostamento elettrico nei punti O (centro della sfera), P (a distanza $r_P = 3\text{ cm}$ dal O), N (a distanza $r_N = 5\text{ cm}$ da O);
- il campo elettrico \mathbf{E} nei punti O ed N;
- la d.d.o. tra i punti P ed N



Problema 1b

Una spira quadrata di lato $l=0.1\text{m}$ giace nel piano xy ed è percorsa da una corrente costante $I = 10\text{ A}$. Un campo magnetico costante e parallelo all'asse y ha modulo $B_y = 0.1\text{ T}$ con y espresso in metri. Calcolare:

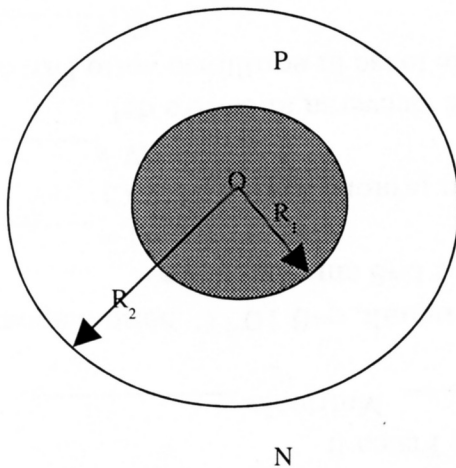
- la forza totale che agisce sulla spira (modulo, direzione e verso);
- la componente del momento meccanico parallelo all'asse x ;
- la componente del momento meccanico parallelo all'asse z .



Problema 2b

Una sfera metallica di raggio $R_1 = 2\text{ cm}$ ha una carica $Q = -3\text{ nC}$. La sfera è racchiusa in uno guscio sferico di raggio interno R_1 e di raggio esterno $R_2 = 4\text{ cm}$. Il guscio è costituito da un dielettrico isotropo e omogeneo con costante dielettrica relativa $k = 1.5$; il guscio non ha cariche libere. Calcolare:

- il vettore \mathbf{D} spostamento elettrico nei tre punti O (centr della sfera), P (a distanza $r_P = 3\text{ cm}$ dal O), N (a distanza $r_N = 5\text{ cm}$ da O);
- il campo elettrico \mathbf{E} nei punti P ed N
- la d.d.o. tra i punti O ed N



Problema 3

Un elettromagnete circolare di raggio $R = 0.10$ m produce un campo magnetico a simmetria assiale $B = 0.55 \cdot (1 - \exp[-3 \cdot t])$ dove t è il tempo in secondi ed il campo è espresso in Tesla. Una spira circolare di raggio $r = 0.25$ m, costituita da un filo di sezione $\sigma = 8 \cdot 10^{-7}$ m² e di resistività $\rho = 9.7 \cdot 10^{-8}$ Ω m, è posta in un piano perpendicolare alle linee di campo intorno all'elettromagnete. Calcolare:

- la resistenza totale della spira;
- la corrente indotta nella spira all'istante $t_1 = 1.5 \cdot 10^{-2}$ s

Nello stesso istante, un elettrone viene emesso con velocità trascurabile in un punto a distanza $d = 0.05$ m dall'asse centrale del magnete.

- il campo elettrico indotto che agisce sull'elettrone;
- l'accelerazione dell'elettrone all'istante t_1 (massa elettrone $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg)

Nelle risposte alle ultime due domande, si trascuri il campo magnetico provocato dalla corrente indotta nella spira.

$$a) R_e = \frac{\rho l}{\sigma} = \frac{\rho 2\pi R}{\sigma} = 0.19 \Omega$$



$$b) i = -\frac{1}{R_e} \frac{d\phi(B)}{dt}$$

$$\phi(B) = \pi R^2 B = \pi R^2 0.55 (1 - e^{-3t})$$

$$i = -\frac{1}{R_e} \pi R^2 0.55 \cdot 3 e^{-3t} \Rightarrow i(t_1) = 0.261 \text{ A}$$

$$c) \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\phi(B)}{dt}; \quad \phi = \pi d^2 0.55 (1 - e^{-3t})$$

$$\pi d^2 0.55 \cdot 3 e^{-3t}$$

$$E = \frac{d \cdot 0.55 \cdot 3}{r} = 0.039 \text{ V/m}$$

$$d) a = \frac{eE}{m} = \frac{eE}{m} = 6.93 \cdot 10^9 \text{ m/s}^2$$



R_1

R_2

$$\phi(0) = \phi(R_1)$$

$$4\pi \epsilon_0 r^2 D(r) = Q \Rightarrow D(r) = \frac{Q}{4\pi r^2} = 2.7 \cdot 10^{-4} \text{ C/m}^2$$

$$4\pi \epsilon_0 r^2 D(r) = Q \Rightarrow D(r) = \frac{Q}{4\pi r^2} = 2.7 \cdot 10^{-4} \text{ C/m}^2$$

$$e) E(0) = 0 \text{ V/m}; E(r) = \frac{D(r)}{\epsilon_0 k} = 256.2 \text{ V/m}$$

$$E(R_1) = \frac{D(R_1)}{\epsilon_0} = 102.1 \text{ V/m}$$

$$c) R_1 < r < R_2: E(r) = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 k r^2}$$

$$r > R_2: E(r) = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 k r^2}$$

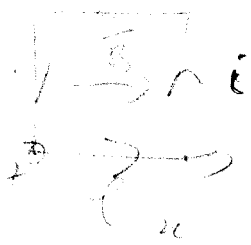
$$V_p - V_N = \int_{r_p}^{R_1} \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 k r^2} dr + \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 k r^2} dr =$$

$$= \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 k} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_p}^{R_1} + \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 k} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{R_1}^{R_2} =$$

$$= \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 k} \left(\frac{1}{r_p} - \frac{1}{R_1} \right) + \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 k} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = 117.4 + 11.9 = 129.3 \text{ V}$$

$$\frac{Q}{4\pi \epsilon_0 k r_p} - \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 k R_1} + \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 k R_1} - \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 k R_2}$$

$$B_z = 0,12 \text{ T}$$



$$\begin{aligned} \vec{F} &= i \vec{dl} \times \vec{B} \\ &= i \vec{dl} \times B_y \hat{j} \\ &= -i B_y dl \hat{k} \end{aligned}$$

$$F = 0,0 \text{ N}$$

$$2) \tau_y = l F = 0,001 \text{ Nm}$$

$$1) \tau_z = 0$$

$$\begin{aligned} d\vec{m} &= i d\vec{l} \times \vec{r} \\ \vec{r} &= x \hat{i} + y \hat{j} \\ d\vec{m} &= i (y \hat{j} - x \hat{i}) \times (x \hat{i} + y \hat{j}) \\ &= i (y^2 \hat{k} - x^2 \hat{k}) \\ &= i (y^2 - x^2) \hat{k} \end{aligned}$$

$$d\vec{m} = i (y^2 - x^2) \hat{k}$$

$$\vec{m} = \int d\vec{m} = i \int (y^2 - x^2) \hat{k}$$

$$\begin{aligned} \vec{m} &= \int_0^a i (y^2 - x^2) \hat{k} = i \left[\frac{y^3}{3} - \frac{x^3}{3} \right] \hat{k} \\ &= i \left[\frac{a^3}{3} - \frac{0}{3} \right] \hat{k} \\ &= i \frac{a^3}{3} \hat{k} \end{aligned}$$

Corso di laurea in Ingegneria Civile-Prova scritta di Fisica 2 Padova 1 settembre 2006

COGNOME.....NOME.....MATR.....

Problema 1

Due lamine isolanti L_1 e L_2 disposte parallelamente, nel vuoto, ad una distanza piccola rispetto alle loro dimensioni, sono cariche con densità superficiali $\sigma_1 = 10^{-7} \text{ C/m}^2$ e $\sigma_2 = -5 \times 10^{-8} \text{ C/m}^2$.

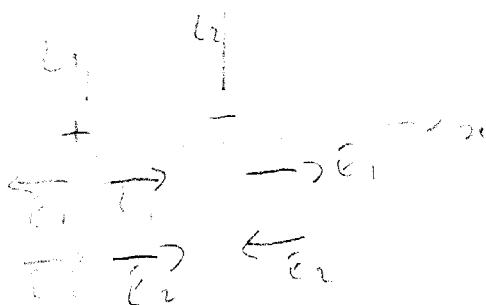
Calcolare:

- i campi elettrici nelle tre zone nelle quali le lamine dividono lo spazio
- la densità di energia elettrostatica nello spazio tra le lamine
- la forza per unità di superficie agente sulla lamina L_2 (modulo e verso)

A B C

$$a) |E_1| = \frac{|\sigma_1|}{2\epsilon_0} = 5649.7 \text{ V/m}$$

$$|E_2| = \frac{|\sigma_2|}{2\epsilon_0} = 2824.8 \text{ V/m}$$



$$E_A = |E_2| - |E_1| = -2824.8 \text{ V/m} \quad \text{verso destra}$$

$$E_B = |E_1| - |E_2| = 5649.7 - 2824.8 \text{ V/m} \quad \text{verso destra}$$

$$E_C = |E_1| - |E_2| = 5649.7 - 2824.8 \text{ V/m} \quad \text{verso destra}$$

$$e) W = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = 3.18 \cdot 10^{-6} \text{ J/m}^3$$

$$c) \vec{F}_{12} = \vec{E}_1 \cdot q_2 = \vec{E}_1 \cdot \sigma_2 \cdot A$$

$$\frac{F_{12}}{A} = \frac{E_1 \cdot \sigma_2 \cdot A}{A}$$

$$= E_1 \cdot \sigma_2$$

$$= \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} \cdot \sigma_2$$

$$= \frac{10^{-7} \cdot (-5 \cdot 10^{-8})}{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}} \text{ N/m}^2 \quad \text{attorno}$$

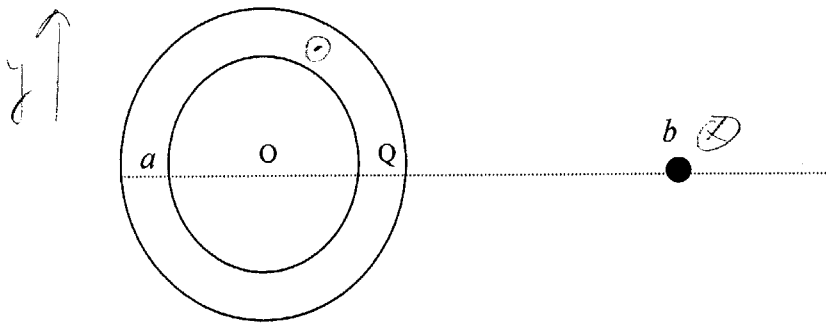
$$(-2.82 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}^2)$$

Problema 2

Due conduttori rettilinei, paralleli e indefiniti, a e b , sono così costituiti: a è un tubo rigido di raggio interno $r_1 = 0.013$ m ed esterno $r_2 = 0.019$ m; b è un filo di diametro trascurabile, posto a distanza $d = 0.05$ m dal centro O di a . I due conduttori sono percorsi da correnti costanti $I_a = 15$ A e $I_b = -3.3$ A di versi opposti (si consideri I_a uscente dal foglio).

Determinare:

- il valore del vettore \mathbf{B} (induzione magnetica) nel punto O (modulo direzione e verso).
- il valore del vettore \mathbf{B} nel punto Q posto a distanza $x_Q = 0.015$ m dal centro O del tubo;
- la forza per unità di lunghezza esercitata da a su b .



$$a) \vec{B}_O = 0$$

$$\vec{B}_e = \frac{\mu_0 I_e}{2\pi d} \vec{u}_y \quad |\vec{B}_e| = 1.32 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

$$b) \vec{B}_e = \frac{\mu_0 I_e}{2\pi (d - r_1)} \vec{u}_y \quad |\vec{B}_e| = 1.89 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

$$\int \vec{B}_e \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_e \Rightarrow \int \frac{\mu_0 I_e}{2\pi (d - r_1)} dy = \mu_0 I_e \frac{\int (d - r_1)^{-1} dy}{\int (d - r_1)^{-1} dy}$$

$$\vec{B}_e = I_a \mu_0 \frac{(r_2 - r_1)^{-1}}{(d - r_1)^{-1}} \vec{u}_y = 2.2 \cdot 10^{-5} \vec{u}_y$$

$$\vec{B}_p = \vec{B}_O + \vec{B}_e = 2.2 \cdot 10^{-5} \vec{u}_y$$

$$c) 2\pi d \mu_0 I_a = \mu_0 I_b \Rightarrow \vec{F} = \frac{\mu_0 I_a I_b}{2\pi d} \vec{u}_y = 5 \cdot 10^{-6} \vec{u}_y$$

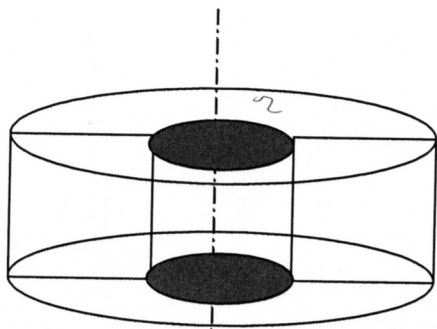
$$F_{el} = I_e \ell \times \vec{B} \quad \text{XXXXX rpl}$$

$$|F_{el}|/\ell = I_e B = 1.99 \cdot 10^{-6} \text{ N/m}$$

Problema 3

In un solenoide toroidale ST è immagazzinata l'energia magnetica. $U_m = 0.061 \text{ J}$. Il solenoide ST ha sezione meridiana quadrata di lato $a = 5.2 \text{ cm}$ e raggio interno $r = 3.4 \text{ cm}$; l'induttanza di ST è $L = 0.980 \text{ mH}$ e la sua resistenza $R = 21 \Omega$. ST è posto nel vuoto ed è collegato ad un generatore che mantiene costante la corrente, calcolare:

- il numero di spire di cui è composto ST
 - la corrente che vi circola
 - il campo magnetico all'interno della sezione quadrata a distanza $d = 6.2 \text{ cm}$ dall'asse di ST
- Ad un certo istante si stacca ST dal generatore.
- con quale legge varia da quest'istante la corrente in ST?
 - dopo quanto tempo l'energia magnetica immagazzinata in ST si è ridotta alla metà del valore iniziale?



$$a) L = \frac{\mu_0 N^2 a}{2\pi} \ln \frac{r+a}{r}$$

$$N = \left[\frac{2\pi L}{\mu_0 a \ln \frac{r+a}{r}} \right]^{1/2} = 3$$

$$b) \frac{1}{2} L i^2 = U_m \Rightarrow i = \left[\frac{2U_m}{L} \right]^{1/2} = 11.2 \text{ A}$$

$$c) B = \frac{\mu_0 N i}{2\pi d} = 1.15 \cdot 10^{-2} \text{ T}$$

$$d) i(t) = i_0 e^{-tR/L}$$

$$\frac{1}{2} L i_0^2 e^{-2tR/L} = \frac{1}{2} \frac{1}{2} L i_0^2$$

$$e^{-2tR/L} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{-2tR}{L} = -\ln 2 \Rightarrow t = \frac{L \ln 2}{2R} = 1.62 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

cognome.....nome.....matricola.....

Problema 1

Ruotando una manopola si può selezionare la capacità di un condensatore variabile tra il valore massimo $C_0=100$ pF e quello minimo $C_1=10$ pF.

Il condensatore viene caricato alla capacità C_0 , collegandolo con un generatore ai cui capi agisce la d.d.p. $\mathcal{E}=300$ V; staccato il generatore, si porta poi la capacità del condensatore a C_1 mantenendolo isolato.

Calcolare :

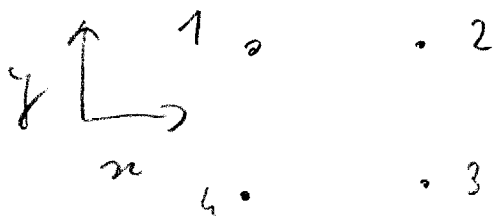
- la carica presente sul condensatore nella posizione C_0 ;
- d.d.p. ai capi del condensatore quando è in posizione C_1 ;
- la variazione di energia elettrostatica del condensatore tra C_0 e C_1 ;
- il lavoro meccanico fatto per ridurre la capacità da C_0 a C_1 .

$$a) q_0 = C_0 \mathcal{E} = 3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

$$b) q_0 = C_1 V \Rightarrow V = \frac{q_0}{C_1} = 3000 \text{ V}$$

$$c) \Delta U = \frac{1}{2} C_1 V^2 - \frac{1}{2} C_0 \mathcal{E}^2 = 4.05 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

$$d) W = -\Delta U = -4.05 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$



Problema 2

Quattro particelle uguali, di carica $q = 1.5 \text{ nC}$, sono poste ai vertici di un quadrato di lato $a = 12 \text{ cm}$. Calcolare:

- Il potenziale di ciascuna particella;
- la carica che sarebbe necessario inserire al centro del quadrato in modo che tutta la struttura delle cariche sia in equilibrio;
- l'energia potenziale della particella centrale.

$$d) V = 2 \cdot \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 304.3 \text{ V} \quad \checkmark$$

$$e) \vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{41} + \vec{F}_{31}$$

$$\vec{F}_{21} = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \vec{u}_x; \quad \vec{F}_{41} = +\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \vec{u}_y$$

$$\vec{F}_{31} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2 \cdot 2} \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{u}_y - \vec{u}_x) \quad \pm = 331 \text{ V/m}$$

$$\vec{F}_1 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) (\vec{u}_y - \vec{u}_x) \quad \pm = 331 \text{ V/m}$$

$$F_1 = \frac{q^2 \sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) = \frac{-qQ}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2} \Rightarrow Q = -\frac{q}{2} \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2} \right) = -1.44 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$c) U = \frac{4qQ}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} q Q}{\pi\epsilon_0 a} = -9.16 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

o anche $q_1 = 13 \cdot 10^{-7} \text{ J}$
 in modo che la carica

Problema 3

Un solenoide lineare lungo 1.2 m con $N = 10000$ spire, di sezione circolare $A = 30 \text{ cm}^2$, ha resistenza totale $R = 700 \Omega$. Una bobina piatta circolare, con $N_1 = 25$ spire, di sezione $S = 35 \text{ cm}^2$ e resistenza $r = 8 \Omega$, è collocata intorno al solenoide in posizione centrale e concentrica. Il solenoide viene collegato all'istante $t = 0 \text{ s}$ ad un generatore di f.e.m. $\mathcal{E} = 120 \text{ V}$.

Calcolare:

- l'induttanza del solenoide;
- il coefficiente di mutua induzione tra il solenoide e la bobina;
- il campo magnetico B all'interno del solenoide all'istante $t_1 = 0.3 \text{ ms}$;
- la corrente indotta nella bobina allo stesso istante t_1 .

$$a) L = \mu_0 n^2 A \ell = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} = 0.315 \text{ H}$$

$$b) \phi_{12} = \pi i_2 = N_1 A B = N_1 A \mu_0 n i_2 \Rightarrow \pi = A \mu_0 n N_1$$

$$\frac{1}{\pi} = 7.875 \cdot 10^{-4} \text{ H}$$

$$c) i_2(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} \left(1 - e^{-tR/L} \right)$$

$$B = \mu_0 n i_2(t); \text{ per } t_1 = 0.3 \cdot 10^{-3} \text{ s} \Rightarrow B = 8.75 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

$$d) i_e(t) = -\frac{1}{r} \frac{d\phi}{dt} = -\frac{\pi}{r} \frac{di_2(t)}{dt} = -\frac{\pi}{r} \frac{\mathcal{E}}{R} \left(-\frac{R}{L} \right) e^{-tR/L}$$

$$= \frac{\pi \mathcal{E}}{rL} e^{-tR/L}$$

$$i_e(t_1) = 0.0193 \text{ A}$$