**Condensatori**

**Problema 9.1** Due condensatori C1 = 10 μF e C2 = 5 μF sono collegati in parallelo. Un condensatore C3 = 4 μF è collegato in serie al parallelo dei due. Il sistema dei tre condensatori è collegato ad un generatore di d.d.p. V0 = 1000V. Ad un certo istante C3 viene messo in corto.

Calcolare le variazioni Δq1, ΔV2 ed il lavoro Lg eseguito dal generatore.



**Soluzione.** Determiniamo le cariche presenti sulle armature.

Per fare ciò calcoliamo la capacità equivalente del sistema.

Le C1 e C2 sono in parallelo; pertanto: C12 = C1 + C2 = 15 μF.

C12 è in serie con C3; quindi $C\_{eq}=\left(\frac{1}{C\_{12}}+\frac{1}{C\_{3}}\right)^{-1}=3.16 μF$.

La carica $q\_{3}$ presente sulle armature di $C\_{3}$ è anche la carica

che è presente sulle armature di $C\_{eq}$; per cui

$q\_{3}=C\_{3} V\_{0}=3.16 mC$ ; $V\_{3}=\frac{q\_{3}}{C\_{3}}=790V$ ; quindi, ai capi

di $C\_{12}$ ovvero sia di $C\_{1}$ che di $C\_{2}$ c’è una d.d.p. $V\_{12}=V\_{0}-V\_{3}=210V$.

$q\_{1}=C\_{1} V\_{12}=2.1 mC$ $q\_{2}=C\_{2} V\_{12}=1.05 mC$.

Se $C\_{3} $va in corto, allora $V\_{12}^{'}=V\_{0}=1000V$; $∆V\_{12}=∆V\_{2}=790V $;

$q\_{1}^{'}=C\_{1} V\_{12}^{'}=10mC$ ; $q\_{2}^{'}=C\_{2} V\_{12}^{'}=5mC$ , da cui $∆q\_{1}=q\_{1}^{'}-q\_{1}=7.9mC ; $

Il generatore deve spostare una carica pari a $∆q=∆q\_{1}+∆q\_{2}$ attraverso una d.d.p. $V\_{0}$ ;

$∆q\_{2}=q\_{2}^{'}-q\_{2}=3.95mC$ ; pertanto $∆q=11.85C$ e $L\_{g}=∆q V\_{0}=-11.84J$

Il processo che abbiamo appena preso in esame è a potenziale costante. Se i tre condensatori, nella stessa configurazione, vengono prima caricati e poi isolati dal generatore, allora il processo è avviene a carica costante. Quando il condensatore $C\_{3}$ viene messo in corto, allora le cariche

$q\_{1}$ e $q\_{2}$ rimangono invariate, come pure le d.d.p. ai capi dei due condensatori.

**Problema 9.2** Due condensatori C1 = 10 μF e C2 = 5 μF sono collegati in serie. Un condensatore

C3 = 4 μF è collegato in parallelo alla serie dei due. Il sistema dei tre condensatori è collegato ad un generatore di d.d.p. V0 = 1000V. Ad un certo istante C1 viene messo in corto. Calcolare le variazioni di carica Δq, ed il lavoro Lg eseguito dal Generatore.



**Soluzione.** Il processo è a potenziale costante. La capacità

equivalente del sistema dei tre condensatori vale:

$C\_{eq}=\left(\frac{1}{C\_{1}}+\frac{1}{C\_{2}}\right)^{-1}+C\_{3}=7.3μF $; la carica totale, presente sulle

armature della $C\_{eq}$ è $q\_{0}=C\_{eq} V\_{0}=7.3 mC$ ;

inoltre $q\_{3}=C\_{3} V\_{0}=4 mC$ ; considerando che $q\_{1}=q\_{2}$

($C\_{1}e C\_{2}$ sono in serie) risulta $q\_{2}=q\_{0}-q\_{3}=3.3 mC .$ Quando $C\_{1}$ va in corto, la carica ai capi di $C\_{3}$ rimane invariata, in quanto la d.d.p. ai capi del condensatore non cambia. Invece la d.d.p. ai capi di $C\_{2}$ diventa $V\_{0}$ , per cui $q\_{2}^{'}=C\_{2}V\_{0}=5mC$. Abbiamo quindi $∆q=1.7mC$.

Il lavoro del generatore è $L\_{g}=∆q V\_{0}=-1.7J$

**Problema 9.3** Nel sistema del problema precedente, il generatore viene scollegato e successivamente C1 viene messo in corto. Calcolare la variazione di carica Δq2 ai capi di C2 e la d.d.p. finale V2’.

**Soluzione.** Il processo avviene a carica costante; al fine di determinare le cariche finali ai capi di $C\_{2} e C\_{3}$ dobbiamo imporre che la d.d.p. ai loro capi sia la stessa e che la carica totale si conservi:

$$\frac{q'\_{2}}{C\_{2}}=\frac{q'\_{3}}{C\_{3}} ; q\_{2}+q\_{3}=q'\_{2}+q'\_{3}$$

Risolvendo il sistema otteniamo:

$$q^{'}\_{2}=4.06mC ; q^{'}\_{3}=3.24mC$$

La d.d.p. ai capi dei due condensatori $V\_{2}^{'}=\frac{q'\_{2}}{C\_{2}}=811V$

**Problema 9.4** Due condensatori C1 e C2 sono collegati in serie. Un condensatore C3 è collegato in parallelo alla serie dei due. Il sistema dei tre condensatori è collegato ad un generatore di d.d.p. V0. I tre condensatori hanno ugual area A, mentre d1 = d2 = d3/2 = 0.5 cm. Calcolare la densità superficiale di carica sulle armature di C, sapendo che la d.d.p. V2 = 300V

**Soluzione.** La capacità equivalente C12 è uguale a C3. Infatti

$C\_{1}=\frac{ϵ\_{0}A}{\frac{d}{2}}=C\_{2}$ ; $C\_{12}=\left(\frac{1}{C\_{1}}+\frac{1}{C\_{2}}\right)^{-1}=2\frac{d}{2} \frac{1}{ϵ\_{0}A}=C\_{3}$ ; quindi la capacità equivalente dei tre

condensatori è $C\_{eq}=2C\_{3}$.

Per quanto riguarda la d.d.p. ai capi dei condensatori, sarà $V\_{1}= V\_{2}$, essendo $C\_{1}= C\_{2}$; quindi la d.d.p. ai capi di $C\_{3}$ è $V\_{3}=2V\_{2}=600V=V\_{0}$ .

Risulta allora: $q\_{3}=V\_{0} C\_{3}=600\frac{ϵ\_{0}A}{d\_{3}} $ da cui $σ\_{3}=\frac{q\_{3}}{A}=600\frac{ϵ\_{0}}{d\_{3}}=5.32 10^{-7}\frac{C}{m^{2}}$

E’ possibile seguire anche un altro metodo, ovvero da:

$E\_{3}=\frac{V\_{0}}{d\_{3}}=\frac{σ\_{3}}{ϵ\_{0}} $ ricaviamo $σ\_{3}=ϵ\_{0}\frac{V\_{0}}{d\_{3}}$

**Problema 9.5** Nella configurazione dell’esercizio precedente si scollega il generatore e viene quindi inserita tra le armature di C3 una lastra di materiale conduttore con la stessa area delle armature e spessore d = 0.8 cm. Calcolare la nuova d.d.p. ai capi di C1.

**Soluzione.** L’inserimento della lastra di materiale conduttore fa sì che cambi la capacità del condensatore $C\_{3}$ ; infatti la distanza tra le armature diventa d = 0.2 cm. Risulta:

$C\_{3}^{'}=\frac{ϵ\_{0}A}{d}=\frac{ϵ\_{0}A}{\frac{d\_{3}}{5}}=5C\_{3}$ ; la capacità equivalente del sistema diventa $C\_{eq}^{'}=6C\_{3}$ ; il processo è a carica costante, ovvero si mantiene costante la carica totale $q\_{in}=q\_{1}+q\_{3}$ ; con il cambiamento

delle capacità, però, le cariche si redistribuiscono tra $C\_{3}^{'} e C\_{1}$ ; comunque $q\_{fin}=q\_{1}'+q\_{3}'$ .

Da $q\_{in}=q\_{fin} \rightarrow C\_{eq}V\_{0}=C\_{eq}^{'}V\_{0}^{'} \rightarrow V\_{0}^{'}=\frac{V\_{0}}{6}=100V \rightarrow V\_{1}^{'}=50V$

**Problema 9.6** Nella configurazione dell’esercizio precedente se il generatore rimane collegato e viene inserita tra le armature di C3 una lastra di materiale conduttore con la stessa area delle armature e spessore d = 0.8 cm. Calcolare la nuova carica 3’ sulle armature di C3.

**Soluzione.** Da $E\_{3}^{'}=\frac{V\_{0}}{d}=\frac{σ\_{3}^{'}}{ϵ\_{0}} $ ricaviamo $σ\_{3}^{'}=ϵ\_{0}\frac{V\_{0}}{d}=5σ\_{3}$

**Condensatori con dielettrici**

**Problema 10.1** Due condensatori C1 = 100 pF e C2 = 500 pF sono collegati in serie. La distanza tra le armature dei due condensatori è d = 5 mm. I due condensatori sono collegati ad un generatore di d.d.p. V0 = 300V. Calcolare:

1. q1, q2, V1,V2, E1, E2, 1, 2 ed il lavoro Lg eseguito dal Generatore per caricare il sistema.

Viene ora inserita in C1 una lastra di materiale dielettrico di cost. dielettrica relativa r= 5 che occupa completamente lo spazio tra le armature. Calcolare

1. q1’, q2’, V1’,V2’, E1’, E2’, 1’, 2’, p, e la variazione di energia interna del sistema (il lavoro Lg eseguito dal Generatore), nel caso in cui il generatore venga scollegato prima dell’inserimento del dielettrico, oppure rimanga collegato.

**Soluzione.** a) La $C\_{eq}=$ $\left(\frac{1}{C\_{1}}+\frac{1}{C\_{2}}\right)^{-1}=83.3 pF$ ; $q\_{1}=q\_{2}=q=C\_{eq}V\_{0}=25 nC$

$V\_{1}=\frac{q\_{1}}{C\_{1}}=250V ; V\_{2}=V\_{0}-V\_{1}=50V$ ; $E\_{1}=\frac{V\_{1}}{d}=50\frac{kV}{m}$ ; $E\_{2}=\frac{V\_{2}}{d}=10\frac{kV}{m}$

$σ\_{1}=E\_{1}ϵ\_{0}=442.7\frac{nC}{m^{2}} ; σ\_{2}=E\_{2}ϵ\_{0}=88.54\frac{nC}{m^{2}}$

E’ possibile anche calcolare le aree dei due condensatori:

da $σ\_{1}=\frac{q\_{1}}{A\_{1}}=E\_{1}ϵ\_{0}$ ; $A\_{1}=\frac{q\_{1}}{E\_{1}ϵ\_{0}}=5.65 10^{-2}m^{2}$ ; $A\_{2}=\frac{q\_{2}}{E\_{2}ϵ\_{0}}=5A\_{1}$

$$L\_{gen}=-∆U=-qV\_{0}=-7.5 μJ$$

b) Processo a q = costante: $C\_{1}^{'}=5C\_{1}=500 pF$ ; $C\_{eq}^{'}=250 pF$ ; $V\_{0}^{'}=\frac{q}{C\_{eq}^{'}}=100V$

Ai capi delle armature di $C\_{2}$ la d.d.p. $V\_{2} $non varia, ($q\_{2}=cost, C\_{2} non è variato)$. $V\_{1}^{'}=V\_{2}=50V$

$E\_{1}^{'}=E\_{2}=10\frac{kV}{m}$ ; $σ\_{1}^{'}= ϵE\_{1}^{'}=5ϵ\_{0}E\_{1}^{'}=5ϵ\_{0}\frac{E\_{1}}{5}=σ\_{1}$

$$σ\_{p}=χ\_{e}ϵ\_{0}E\_{1}^{'}=σ\_{1}^{'}\frac{χ\_{e}}{ϵ\_{r}}=354.2\frac{nC}{m^{2}} ; q\_{p}=20nC$$

$$∆U=-\frac{1}{2} q\left(V\_{1}^{'}-V\_{1}\right)=-2.5 μJ$$

b) Processo a V = costante: $C\_{1}^{'}=5C\_{1}=500 pF$ ; $C\_{eq}^{'}=250 pF$ ; $V\_{0}^{'}=V\_{0}$ ; $q^{'}=C\_{eq}^{'}V\_{0}=75nC$

$V\_{1}^{'}=V\_{2}^{'}=\frac{q^{'}}{C\_{2}}=\frac{q^{'}}{C\_{1}^{'}}=150V$ ; $E\_{1}^{'}=\frac{V\_{1}^{'}}{d}=30\frac{kV}{m}=E\_{2}^{'}$

$$σ\_{p}=χ\_{e}ϵ\_{0}E\_{1}^{'}=σ\_{1}^{'}\frac{χ\_{e}}{ϵ\_{r}}=1.06\frac{μC}{m^{2}} ; q\_{p}=60nC$$

$$L\_{gen}=-2∆U=-∆q V\_{0}=-15 μJ$$

**Problema 10.2** Ricalcolare le variabili elettrostatiche nel sistema del problema precedente, se i due condensatori C1 e C2 sono collegati in parallelo.

**Soluzione.** La $C\_{eq}=C\_{1}+C\_{2}$ $=600 pF$ ;

$q\_{1}=V\_{0}C\_{1}=30 nC q\_{2}=V\_{0}C\_{2}=150 nC$ $q\_{tot}=180 nC=C\_{eq}V\_{0}$

$V\_{1}=V\_{2}=V\_{0}=300V$ ; $E\_{1}=\frac{V\_{1}}{d}=60\frac{kV}{m}=$ $E\_{2}$

$σ\_{2}=σ\_{1}=E\_{1}ϵ\_{0}=531\frac{nC}{m^{2}} $

E’ possibile anche calcolare l’area dei due condensatori:

da $σ\_{1}=\frac{q\_{1}}{A\_{1}}=E\_{1}ϵ\_{0}$ ; $A\_{1}=\frac{q\_{1}}{E\_{1}ϵ\_{0}}=5.65 10^{-2}m^{2}$ ; $A\_{2}=\frac{q\_{2}}{E\_{2}ϵ\_{0}}=5A\_{1}$

$$L\_{gen}=-2∆U=-qV\_{0}=-54 μJ$$

b) Processo a q = costante: $C\_{1}^{'}=5C\_{1}=500 pF$ ; $C\_{eq}^{'}=1 nF$ ; $V\_{0}^{'}=\frac{q\_{tot}}{C\_{eq}^{'}}=180V$

$q\_{1}^{'}=q\_{2}^{'}=90 nC$ ; $E\_{1}^{'}=E\_{2}=36\frac{kV}{m}$ ; $σ\_{1}^{'}= ϵE\_{1}^{'}=5ϵ\_{0}E\_{1}^{'}=1594\frac{nC}{m^{2}}$

$$σ\_{p}=χ\_{e}ϵ\_{0}E\_{1}^{'}=σ\_{1}^{'}\frac{χ\_{e}}{ϵ\_{r}}=1274\frac{nC}{m^{2}} ; q\_{p}=72nC$$

$$∆U=-\frac{1}{2}q\left(V\_{1}^{'}-V\_{1}\right)=-10.8 μJ$$

b) Processo a V = costante: $C\_{1}^{'}=5C\_{1}=500 pF$ ; $C\_{eq}^{'}=1 nF$ ; $V\_{0}^{'}=V\_{0}$ ; $q^{'}=C\_{eq}^{'}V\_{0}=300nC$

$q\_{1}^{'}=q\_{2}^{'}=150 nC ; V\_{1}^{'}=V\_{2}^{'}=V\_{0}=300V$ ; $E\_{1}^{'}=\frac{V\_{0}}{d}=60\frac{kV}{m}=E\_{2}^{'}$

$$σ\_{p}=χ\_{e}ϵ\_{0}E\_{1}^{'}=σ\_{1}^{'}\frac{χ\_{e}}{ϵ\_{r}}=2.12\frac{μC}{m^{2}} ; q\_{p}=120nC$$

$$L\_{gen}=-2∆U=-∆q V\_{0}=-36 μJ$$

**Problema 10.3** Due condensatori in serie C1 e C2 sono collegati ad un generatore di d.d.p. $V\_{0}.$ Il sistema dei due condensatori è collegato ad un generatore di d.d.p. V0. I due condensatori hanno ugual area A, mentre d1 = d2 = 0.5 cm. C1 è completamente riempito di dielettrico di costante r;

C2 è vuoto. Se V1 e V2 sono le d.d.p. ai capi dei due condensatori, risulta V2/V1 = 4. Sapendo inoltre che il campo elettrico in C2 è E2 = 8 kV/m, calcolare r e V0. [V0 = 50V; r = 4]

**Soluzione.** Dalle caratteristiche geometriche risulta che, senza il dielettrico interposto, $C\_{2}=C\_{1}$.

$C\_{1}^{'}=ϵ\_{r}C\_{1}$ ; essendo in serie risulta anche $q\_{2}=q\_{1}$ , da cui $C\_{2}V\_{2}=C\_{1}^{'}V\_{1}=ϵ\_{r}C\_{1}V\_{1}$ ; quindi:

$ϵ\_{r}=\frac{V\_{2}}{V\_{1}}=4$ ; dal campo elettrico possiamo scrivere: $V\_{2}=E\_{2}d=40V$ ; essendo $V\_{2}=4V\_{1}$risulta

$V\_{1}=10V$ e $V\_{0}=50V.$

**Problema 10.4** Un condensatore piano è formato da due piatti || di area A = 120 cm2 e distanza

d = 1.60 cm ed è collegato ad un generatore di d.d.p. V0 = 200V. Il generatore viene staccato e fra i due piatti viene inserita una piastra di materiale dielettrico di costante dielettrica relativa r= 4, della stessa area e di spessore a = 1.20 cm. Determinare

1. il lavoro che viene compiuto sulla lastra dalle F del campo
2. la tensione ai capi del condensatore dopo che è stata inserita la lastra.

[ processo a Q = cost: q0 = 1.33nC; Vf = 87.7V ; Lfc = - Ue = - (Uf – Ui) = - ½ q0 V = -74.5 nJ]

**Soluzione.** Il processo è a carica costante. Inizialmente:

$C\_{0}=\frac{ϵ\_{0}A}{d}=6.64 pF$ ; la carica $q\_{0}=C\_{0}V\_{0}=1.33 nC$ . Dopo l’inserimento del dielettrico, il sistema è equivalente a due condensatori con la stessa superficie delle armature, e distanze, $(d-a)$ e $a$. Infatti possiamo pensare di depositare un doppio strato di carica $\pm q\_{0}$ di spessore nullo, sulla superficie del dielettrico: possiamo pensare il sistema come formato da due condensatori in serie, $C\_{0}^{'} e C\_{d}$ . Risulta, per la parte vuota del condensatore $C\_{0}^{'}=\frac{ϵ\_{0}A}{(d-a)}=26.56 pF$ , mentre per la

parte con dielettrico $C\_{d}=\frac{ϵA}{a}=35.4 pF$ ; la capacità equivalente: $C\_{eq}=15.2 pF$. La d.d.p. finale

è data da $V= \frac{q}{C\_{eq}}=87.7V$ . Il Lavoro delle forze del campo per inserire la lastra è dato da:

$$L=-∆U=-\frac{1}{2}q\left(V-V\_{0}\right)=74.5 nJ$$

**Problema 10.5** Tre condensatori C1 C2 C3 sono collegati con C3 in parallelo alla serie di C1 e C2.

I tre condensatori hanno uguale area A, e sono collegati ad un generatore di d.d.p. V0 = 300 V. C1 e C2 hanno uguale distanza d = 0.5 cm tra le armature, mentre C3 ha distanza 2d. Calcolare:

1. la densità superficiale di carica 3 sulle armature di C3.

Tra le armature di C3 viene inserita una lastra di materiale dielettrico di suscettività e = 4 che occupa completamente lo spazio tra le armature. Calcolare:

1. nel caso in cui l’inserimento avvenga con il generatore collegato, la nuova densità di carica sulle armature di C3;
2. nel caso in cui l’inserimento avvenga con il generatore non collegato, la nuova d.d.p. ai capi del sistema.

**Soluzione.** a) $E\_{3}=\frac{V\_{0}}{d}=\frac{σ\_{3}}{ϵ\_{0}} $ ricaviamo $σ\_{3}=ϵ\_{0}\frac{V\_{0}}{d}=265.6\frac{nC}{m^{2}}$

b) processo a potenziale costante: $E\_{3}^{'}=E\_{3}=\frac{V\_{0}}{d}=\frac{σ\_{3}^{'}}{ϵ}$ ;

$$σ\_{3}^{'}=ϵ\_{r}ϵ\_{0}\frac{V\_{0}}{d}=ϵ\_{r}σ\_{3}=\left(1+χ\_{e}\right)σ\_{3}=1328\frac{nC}{m^{2}}$$

c) processo a carica costante: inizialmente, dalle caratteristiche geometriche, si ha $C\_{1}=C\_{2}=\frac{C\_{3}}{2}$ ; quindi $C\_{12}=$ $\left(\frac{1}{C\_{1}}+\frac{1}{C\_{2}}\right)^{-1}=C\_{3}$ ; la capacità equivalente dei tre condensatori è $C\_{eq}=2C\_{3}$ ; $q\_{tot}=C\_{eq}V\_{0}$.

Dopo l’inserimento del dielettrico, $C\_{3}^{'}=5C\_{3}$ e $C\_{eq}^{'}=C\_{3}+C\_{3}^{'}=6C\_{3}$

$$V\_{0}^{'}=\frac{q\_{tot}}{C\_{eq}^{'}}=\frac{C\_{eq}V\_{0}}{C\_{eq}^{'}}=V\_{0}\frac{2C\_{3}}{6C\_{3}}=\frac{V\_{0}}{3}=100V$$

**Problema 10.6** Due condensatori piani C0 e C1, uguali ad armature

quadrate (superficie L2 separate dalla distanza h = 2 cm) sono

connessi in parallelo. Lo spazio tra le armature di C0 è vuoto, mentre

quello tra le armature di C1 è riempito per metà da una lastra di

materiale dielettrico (spessore h/2, superficie L2 e costante dielettrica

relativa ****r). Il sistema viene caricato da un generatore con d.d.p. V0.

Una volta staccato il generatore, si osserva che sulle armature di C0 c’è una densità di carica libera ±0= 1.77 **·** 10-6 C/m2 ed un campo E0 = 2.5 Ed dove Ed è il campo elettrico nel dielettrico di costante ****r. Determinare:

a) la d.d.p. V0;

b) il valore di **r** .

c) la densità di carica libera sulle armature di $C\_{1}$.

**Soluzione.** a) $E\_{0}=\frac{σ\_{0}}{ϵ\_{0}}=20 10^{4}\frac{V}{m}$ ; $E\_{d}=\frac{E\_{0}}{2.5}=80 10^{3}\frac{V}{m} V\_{0}=E\_{0} h=4 10^{3}V$

b) per calcolare **r** dobbiamo calcolare il campo nella zona vuota di $C\_{1}$ . Imponiamo che la d.d.p. nei due condensatori $C\_{0}$ e $C\_{1}$ sia la stessa e scriviamo la relazione che deriva dalla discontinuità del campo elettrico nel passaggio da vuoto a dielettrico nel condensatore $C\_{1}:$

$E\_{0}^{'}\frac{h}{2}+E\_{d}\frac{h}{2}=E\_{0} h$

$E\_{0}^{'}=ε\_{r}E\_{d}$

Risolvendo il sistema si ottiene $E\_{0}^{'}=20 10^{4}\frac{V}{m}$ ; $ε\_{r}=4$

c) $σ\_{0}^{'}=ϵ\_{0}E\_{0}^{'}=2.83 10^{-6}\frac{C}{m^{2}}$

**Problema 10.7** Due condensatori C1 e C2 sono collegati ad un Generatore che eroga una d.d.p.

V0 = 750 V. Il condensatore C2 ha capacità C2 = 700 pF, mentre C1 è un condensatore piano con armature di superficie S = 800 cm2, distanti d = 2 mm, avente l’aria per dielettrico.

Viene ora inserita tra le armature di C1 una lastra di dielettrico di costante dielettrica relativa

εr = 2.5. La lastra riempie completamente lo spazio tra le armature.

Calcolare, dopo che è stata inserita la lastra:

a – la variazione di carica Δq2 sulle armature del condensatore C2; (116.8 nC)

b – la variazione della d.d.p. ΔV1 ai capi di C1; (-167 V)

c – la variazione di energia elettrostatica del sistema di condensatori. (43.9 μJ)

d - l’energia fornita dal Generatore al sistema dei due condensatori. (- 87.8 μJ)

**Problema 10.8** Due condensatori C1 e C2 sono collegati ad un Generatore che eroga una d.d.p.

V0 = 750 V. Il condensatore C2 ha capacità C2 = 700 pF, mentre C1 è un condensatore piano con armature di superficie S = 800 cm2, distanti d = 2 mm, avente l’aria per dielettrico.

Il Generatore viene ora disinserito e viene introdotta tra le armature di C1 una lastra di dielettrico di

costante dielettrica relativa εr = 2.5. La lastra riempie completamente lo spazio tra le armature.

Calcolare, dopo che è stata inserita la lastra:

a – la variazione della d.d.p. ΔV1 ai capi di C1; (- 299 V)

c – la variazione di energia elettrostatica del sistema di condensatori. (- 52.7 μJ)

d - l’energia fornita dal Generatore per caricare inizialmente i due condensatori. (- 132.3 μJ)

**Correnti continue**



**Problema 2** Due resistenze R1 = 62  e R2 = 10  sono

Collegate in serie. Una terza resistenza R3 = 90  è collegata

in parallelo alla serie delle due. Il sistema delle tre resistenze

è collegato ad un generatore di d.d.p. V0 = 1000V. Calcolare

1. V1, V2 , le correnti, la potenza erogata dal generatore.

R1 viene ora messa in corto. Calcolare

1. le correnti e la potenza erogata, nei due casi, in cui si abbia generatore di tensione

($V\_{0}=costante)$ o di corrente $(i\_{0}=costante)$.

**Soluzione.** a) $R\_{12}= R\_{1}+R\_{2}=72Ω ; $ $R\_{eq}=\left(\frac{1}{R\_{12}}+\frac{1}{R\_{3}}\right)^{-1}=40Ω$

$i\_{3}=\frac{V\_{0}}{R\_{3}}=11.1A$ ; $i\_{12}=\frac{V\_{0}}{R\_{12}}=13.9A$ ; $i\_{tot}=i\_{12}+i\_{3}=25A$

$V\_{1}=R\_{1}i\_{1}=861V$ ; $V\_{2}=R\_{2}i\_{2}=139V$ ; $P=$ $V\_{0} i\_{tot}=25kW $

b) $V\_{0}=costante$ $R\_{eq}=\left(\frac{1}{R\_{2}}+\frac{1}{R\_{3}}\right)^{-1}=9Ω$ ; $i\_{0}=\frac{V\_{0}}{R\_{eq}}=111.1A$

$i\_{3}=\frac{V\_{0}}{R\_{3}}=11.1A$ ; $i\_{2}=\frac{V\_{0}}{R\_{2}}=100A$

$i\_{0}=costante=25A$ $V\_{2}=V\_{3}=R\_{eq} i\_{0}=225V$ $i\_{2}=\frac{V\_{2}}{R\_{2}}=22.5A$ $i\_{3}=\frac{V\_{3}}{R\_{3}}=i\_{0}-i\_{2}=2.5A$

**Problema 3** Due resistenze R1 = 20 e R2 = 30 sono collegate in parallelo. Una terza resistenza R3 è collegata in serie al parallelo delle due. Il sistema delle tre resistenze è collegato ad un generatore di d.d.p. V0 = 100V. Calcolare R3 perché la potenza erogata dal generatore sia di 500W.

**Soluzione.** $P=V\_{0} i\_{0}=500W$ ; $ i\_{0}=5A$

 $R\_{12}=\left(\frac{1}{R\_{1}}+\frac{1}{R\_{2}}\right)^{-1}=12Ω$ ; $R\_{eq}= R\_{12}+R\_{3}=12+R\_{3}$

$V\_{0}=R\_{eq} i\_{0}=\left(12+R\_{3}\right) i\_{0}$ $R\_{3}=\frac{V\_{0}}{i\_{0}}-12=8Ω$

$V\_{1}=R\_{1} i\_{1}=40V$ ; $V\_{23}=60V$ ; $i\_{2}=\frac{V\_{23}}{R\_{2}}=3A$ $i\_{3}=\frac{V\_{23}}{R\_{3}}=2A$

**Problema 4** Tre resistenze uguali dissipano 10W se collegate tra loro in serie e ad un generatore di d.d.p. V0. Calcolare la potenza dissipata dal parallelo delle tre resistenze, se collegate allo stesso generatore.

**Soluzione.** Tre resistenze uguali in serie sono equivalenti a una $R\_{eq}=3R$ ; sottoposte ad una $V\_{0}$ dissipano una potenza $P\_{serie}=\frac{V\_{0}^{2}}{3R}=10W$ ; $\frac{V\_{0}^{2}}{R}=30W$ ; questo significa che ogni resistenza sottoposta ad una $V\_{0}$ dissipa una potenza $P\_{||}=\frac{V\_{0}^{2}}{R}=30W$. Se le tre resistenze sono disposte in parallelo e collegate alla stessa $V\_{0}$ la potenza dissipata sarà pari a $3P\_{||}=90W$



**Problema 11.5** Il ponte di Wheatstone è un circuito formato da un

generatore di d.d.p. e da quattro resistenze esterne disposte a coppie

in serie e collegate in parallelo, come rappresentato in figura.

Il circuito viene utilizzato per misure di precisione di una resistenza

incognita, note le altre tre. La resistenza R2 è variabile. Misurando

la d.d.p. V = VB – VD, imponendo che per un ben preciso valore di

R2 V sia nulla, possiamo ricavare il valore di R4, che è la resistenza incognita.

**Soluzione.** Calcoliamo la resistenza equivalente del circuito: $R\_{12}=R\_{1}+R\_{2}$ ; $R\_{34}=R\_{3}+R\_{4}$

$$R\_{eq}=\left(\frac{1}{R\_{12}}+\frac{1}{R\_{34}}\right)^{-1}$$

$V\_{AC}=R\_{eq} i\_{0}$ ; $i\_{0}=\frac{V\_{AC}}{R\_{eq}}=\frac{V\_{0}}{R\_{eq}} (trascurando la resistenza interna del generatore)$

$i\_{1}=\frac{V\_{AC}}{R\_{12}}$ ; $i\_{2}=\frac{V\_{AC}}{R\_{34}}$ ;

$V\_{AD}=V\_{A}-V\_{D}=R\_{1} i\_{1}=R\_{1}\frac{V\_{AC}}{R\_{12}}=V\_{AC}\frac{R\_{1}}{R\_{1}+R\_{2}}$ ; $V\_{AB}=V\_{A}-V\_{B}=R\_{3} i\_{2}=R\_{3}\frac{V\_{AC}}{R\_{34}}=V\_{AC}\frac{R\_{3}}{R\_{3}+R\_{4}}$

$V\_{B}-V\_{D}=V\_{B} - V\_{A}+V\_{A}-V\_{D}=\left(V\_{A}-V\_{D}\right)-(V\_{A}-V\_{B})=$ $V\_{AC} \left(\frac{R\_{1}}{R\_{1}+R\_{2}}-\frac{R\_{3}}{R\_{3}+R\_{4}}\right)$

Se$V\_{B}-V\_{D}=0$, sarà $\frac{R\_{1}}{R\_{1}+R\_{2}}=\frac{R\_{3}}{R\_{3}+R\_{4}}$ ; invertendo i rapporti:

$\frac{R\_{1}+R\_{2}}{R\_{1}}=\frac{R\_{3}+R\_{4}}{R\_{3}} \rightarrow \frac{R\_{2}}{R\_{1}}=\frac{R\_{4}}{R\_{3}}$ da cui $R\_{4}=\frac{R\_{3}}{R\_{1}}R\_{2}$

**Problema 5**

Data la rete di resistenze rappresentata in figura, Calcolare, prima e dopo la chiusura dell’interruttore S:

1. le d.d.p. ai capi delle resistenze;
2. le correnti che attraversano le quattro resistenze;
3. la potenza erogata dal generatore.

Siano:

V0 = 220V con resistenza interna del generatore r = 0.2;

R1 = 10 ; R2 = 20 ; R3 = 5.

$Dobbiamo calcolare la resistenza equivalente $

$del circuito prima e dopo la chiusura $

$dell^{'}interruttore S.$

Prima della chiusura:

il circuito è costituito dal parallelo di $R\_{2}$ e $R\_{3}$

in serie alla resistenza $r$ interna del generatore.

$R\_{23}=\left(\frac{1}{R\_{2}}+\frac{1}{R\_{3}}\right)^{-1}=4 Ω$

$R\_{eq}=r+R\_{23}=4,2 Ω$

Il generatore fornisce una corrente

$I\_{tot}==\frac{V\_{0}}{R\_{eq}}=52,38A$

La caduta di potenziale ai capi di $r$ :

$V\_{r}=rI\_{tot}=10,48V$

 Tra i punti A e C c’è allora una ddp:

$V\_{AC}=V\_{0}-V\_{r}=209,52V$

Le due resistenze $R\_{2} e R\_{3}$ sono attraversate da correnti

$I\_{2}=\frac{V\_{AC}}{R\_{2}}=10,48A e $

$I\_{3}=\frac{V\_{AC}}{R\_{3}}=41,90A$

Dopo la chiusura di S:

il circuito è costituito dal parallelo di $R\_{1} , R\_{2}$ e $R\_{3}$

in serie alla resistenza $r$ interna del generatore.

$R\_{123}=\left(\frac{1}{R\_{2}}+\frac{1}{R\_{2}}+\frac{1}{R\_{3}}\right)^{-1}=2,86 Ω$

$R\_{eq}=r+R\_{123}=3,06 Ω$

Il generatore fornisce una corrente

$I\_{tot}==\frac{V\_{0}}{R\_{eq}}=71,96A$

La caduta di potenziale ai capi di $r$ :

$V\_{r}=rI\_{tot}=14,39V$

Tra i punti A e C c’è allora una ddp:

$V\_{AC}=V\_{0}-V\_{r}=205,61V$

Le tre resistenze $R\_{1} , R\_{2} e R\_{3}$ sono attraversate da correnti

$I\_{1}=\frac{V\_{AC}}{R\_{1}}=20,56A$

$I\_{2}=\frac{V\_{AC}}{R\_{2}}=10,28A e $

$I\_{3}=\frac{V\_{AC}}{R\_{3}}=41,12A$

**Problema 6**

E’ dato il circuito rappresentato in figura, in cui r = 0.8 rappresenta il valore della resistenza interna del generatore; il generatore, se non è attraversato da corrente (senza carico), fornisce, tra i punti B e C una differenza di potenziale V0 = 12V. I valori delle resistenze sono:

R1 = 10 ; R2 = 30 ; R3 = 10 ; R4 = 25 ; R5 = 10. Caratterizzare il sistema, ovvero calcolare la resistenza equivalente del circuito, diff. di potenziale ai capi delle resistenze e le correnti che attraversano i vari rami e la potenza fornita dal generatore.

 $La resistenza equivalente del parallelo R\_{2} R\_{3}$



$R\_{23}=\left(\frac{1}{R\_{2}}+\frac{1}{R\_{3}}\right)^{-1}=7,5 Ω$

$R\_{1} in serie con R\_{23}:$

$R\_{123}=R\_{1}+R\_{23}=17.5 Ω$

*Parallelo* $R\_{123} con R\_{4}$:

$R\_{1234}=\left(\frac{1}{R\_{123}}+\frac{1}{R\_{4}}\right)^{-1}=10,29 Ω$

*Serie* $R\_{1234} con R\_{5} e r$

$R\_{eq}=r+R\_{5}+R\_{1234}=21,09 Ω$

La corrente fornita dal generatore:

$I\_{tot}=\frac{V\_{0}}{R\_{eq}}=0,57A$

Questa carrente attraversa le resistenze $R\_{5} e r$; ai capi delle due resistenze c’è una caduta di potenziale:

$V\_{r}=V\_{BA}=rI\_{tot}=0,46V e V\_{5}=V\_{DA}=R\_{5}I\_{tot}=5,69V$

Tra i punti D e C, ovvero ai capi di $R\_{4}$ e di $R\_{123}$ c’è una caduta di potenziale:

$V\_{DC}=V\_{0}-V\_{5}-V\_{r}=5,86V$

La corrente $I\_{tot}$ si divide tra il ramo con resistenza $R\_{4}$ e $R\_{123}$; si ha:

$I\_{4}=\frac{V\_{DC}}{R\_{4}}=0,23A ; I\_{123}=\frac{V\_{DC}}{R\_{123}}=0,33A$

Ai capi di $R\_{1}$ si ha allora una caduta di potenziale

$V\_{1}=R\_{1}I\_{123}=3,35V$ ;

ai capi di $R\_{23}$ una caduta di potenziale

$V\_{23}=R\_{23}I\_{123}=2,51V$ .

Infine le correnti $I\_{2} e I\_{3}$ :

$I\_{2}=\frac{V\_{23}}{R\_{2}}=0,08A e $

$I\_{3}=\frac{V\_{23}}{R\_{3}}=0,25A$

$P\_{gen}=V\_{0}I\_{tot}=6,83 W$