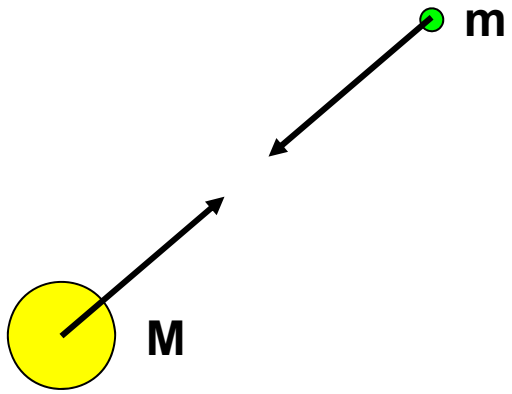
La Forza di gravitazione universale

Due corpi di masse m_1 ed m_2 a distanza r l'uno dall'altro si attraggono con una forza detta di gravitazione universale:

$$F_{12} = -F_{21} = G \frac{m_1 \, m_2}{r^2}$$



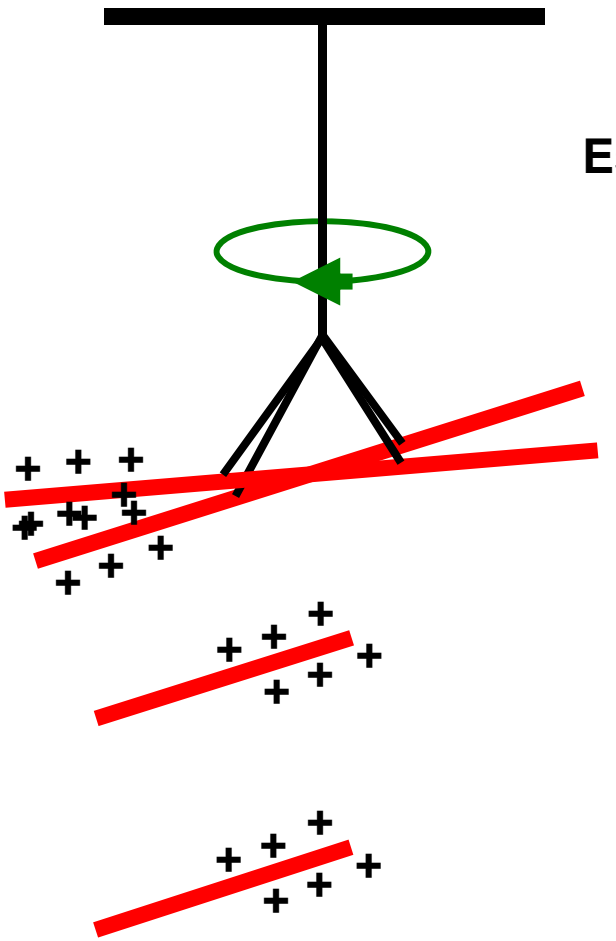
$$G = 6.67 \; 10^{-11} \; N \, m^2 \, kg^{-2}$$

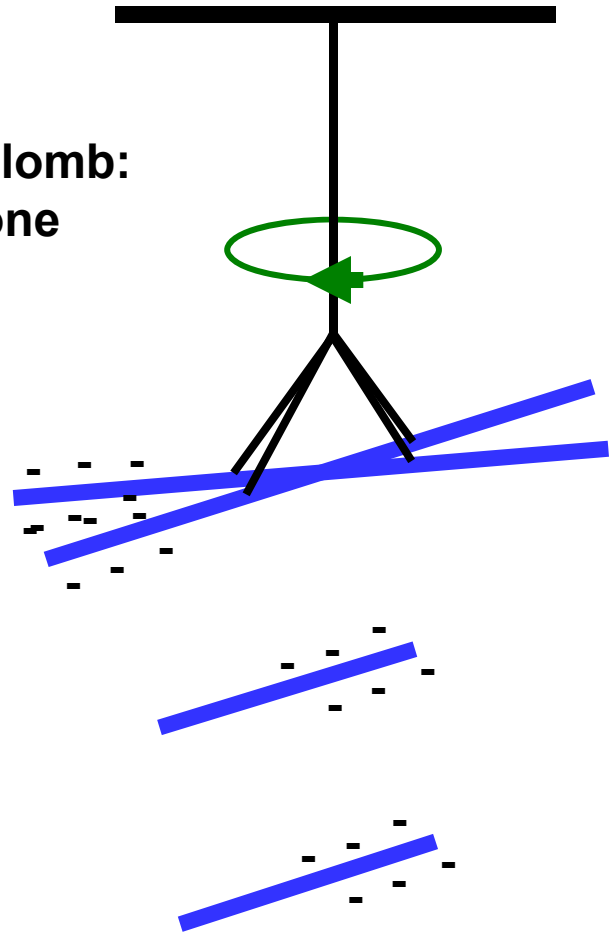
$$F_{12} = -F_{21} = \boxed{G \frac{M}{r^2}} \, m = m \, \boxed{g}$$

Ponendo $M = 5.98 \; 10^{24}$ kg, $R = 6.37 \; 10^6$ m, si ottiene

$$\boxed{g} = G \, M_T \, R_T^{-2} = 9.83 \; m/s^2$$

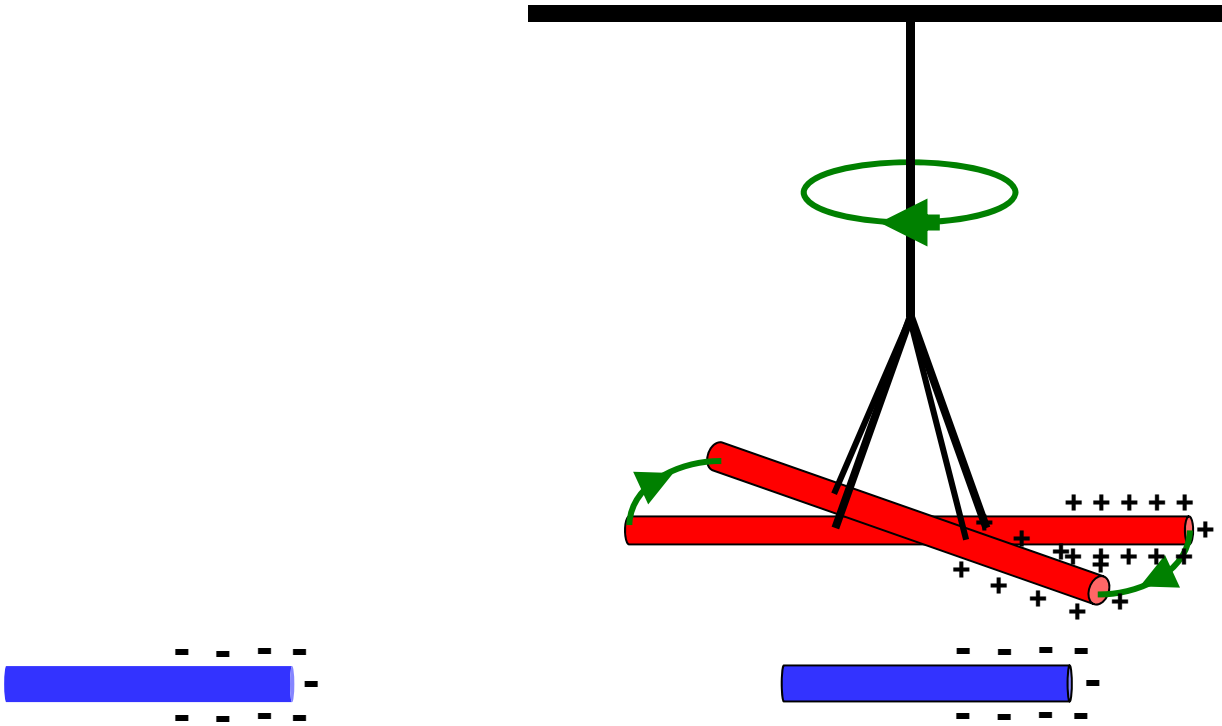
Esperimento di Coulomb: Bilancia di torsione





Bacchette di vetro strofinate con lana

Bacchette di ambra strofinate con pelle di gatto



Bacchetta di vetro e di ambra si attraggono

Esistono cariche di due segni.

Per convenzione alle cariche sulla bacchetta di vetro viene attribuito il segno " + "

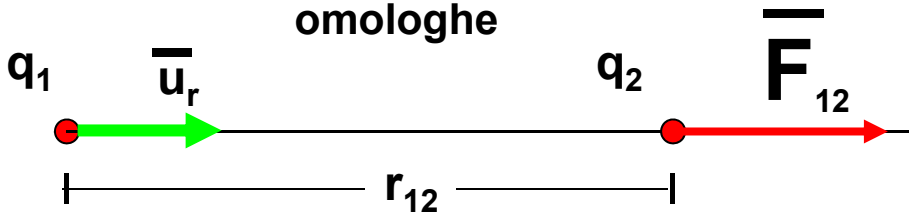
La legge di Coulomb

L'interazione tra cariche elettriche è descritta dalla legge di Coulomb

$$\overline{F}_{12} = -\overline{F}_{21} = k_e \frac{q_1 \, q_2}{r_{12}^2} \overline{u}_r$$

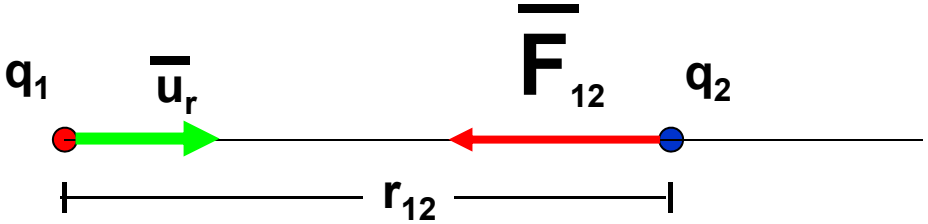
Consideriamo q_1 come sorgente del Campo

Se q_1 e q_2 sono omologhe



$$\overline{F}_{12} = +k_e \frac{q_1 \, q_2}{r_{12}^2} \overline{u}_r$$

Se q_1 e q_2 sono eterologhe



$$\overline{F}_{12} = -k_e \frac{q_1 |q_2|}{r_{12}^2} \overline{u}_r$$

$q_2 < 0$

Unità di misura della carica elettrica
il Coulomb

$$F = k_e \frac{q_1 \; q_2}{r^2}$$

$$q_1 = q_2 = 1 \text{ C}$$

$$r = 1 \text{ m}$$

$$F = 9 \times 10^9 \text{ N}$$

Costanti e unità di misura

$$k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9 \ \frac{N\,m^2}{C^2}$$

$$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \ \frac{C^2}{N\,m^2}$$

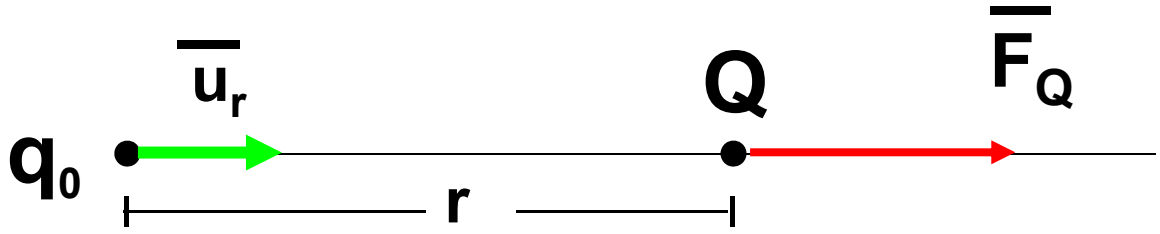
ε_0 ➔ c (vel della luce) = 2.98×10^8 m/s

La carica elettrica è sempre multipla intera di una carica elementare:

(esperimento di Millikan)

$$e = 1.602 \times 10^{-19}\ C$$

Il Campo Elettrico



$$\overline{F}_Q = k_e \frac{q_0 \, Q}{r^2} \overline{u}_r$$

$$= \boxed{k_e \frac{q_0}{r^2} \overline{u}_r} \, Q$$

$$= \overline{E} \, Q$$

In questa espressione separiamo i termini che costituiscono il contributo (Campo) della carica q_0 che produce la Forza, dalla carica Q che subisce la Forza

Alla parte cerchiata, si dà il nome di

Campo Elettrico

La carica diventa il punto di discontinuità del campo E

L'energia potenziale

Il potenziale elettrico

Per la forza di gravità abbiamo trovato

$$L_g = -mg\,(y_f - y_i) = -(mg\,y_f - mg\,y_i)$$

Definita la grandezza fisica

$$U_g = mgy$$

Possiamo scrivere la relazione precedente come

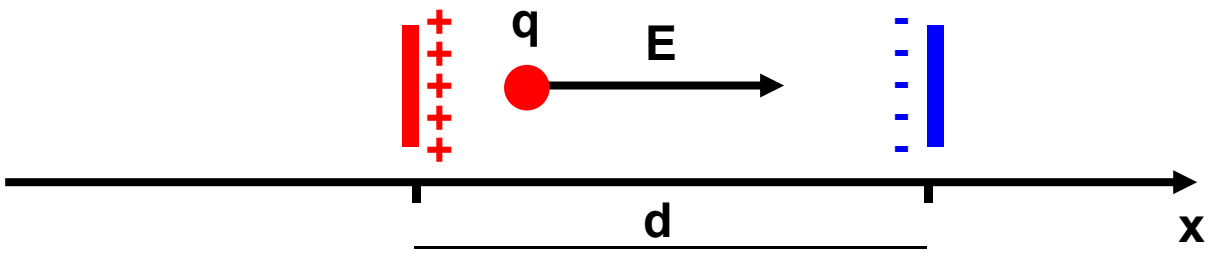
$$L_g = -(U_{gf} - U_{gi}) = -\Delta U_g$$

In ogni punto dello spazio
che ha un ben preciso valore della coordinata y,
la grandezza U_g assume uno ed un solo valore.

La grandezza fisica U_g è una funzione delle coordinate y
ovvero dello stato del sistema

U è una funzione di stato e viene chiamata:

Energia potenziale gravitazionale.



Per il campo elettrico, nel caso in cui E = cost

$$L_e = q E d = q V$$

Definita la grandezza fisica $U_e = - q E d = - q V$

Possiamo scrivere la relazione precedente come

$$L_e = - q (V_{ef} - V_{ei}) = - q \Delta V_e$$

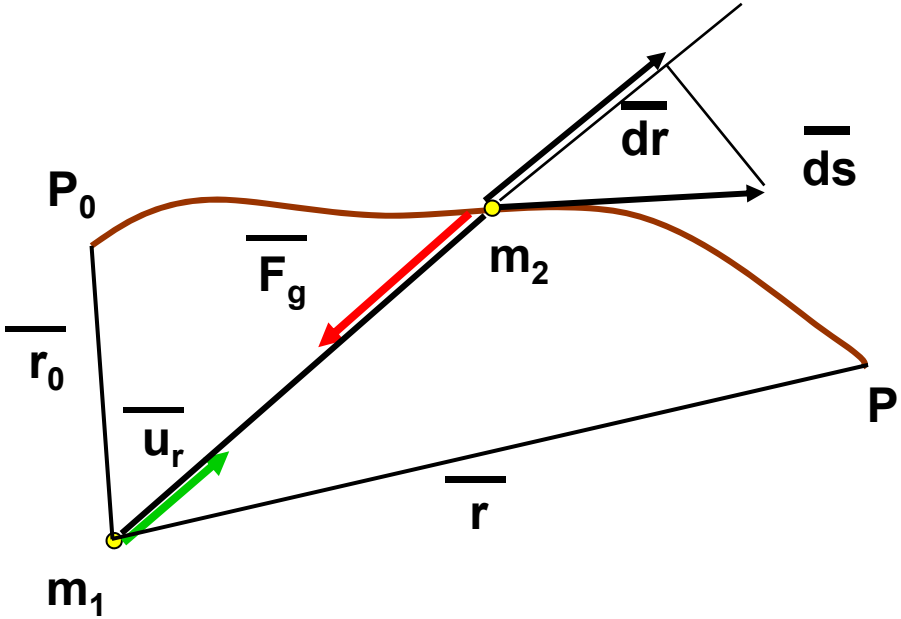
U , V sono funzioni di stato e sono chiamate:

U	Energia potenziale elettrica
V	Potenziale elettrico

Verifichiamo se la forza di gravitazione universale è conservativa
Applichiamo la definizione di Forza conservativa:

$$\oint \overline{F} \cdot \overline{ds} = 0$$

Ovvero calcoliamo il Lavoro fatto da F per andare da un punto P_0 a P:
e verifichiamo se questo dipende solamente
dalle coordinate dei punti iniziale e finale



$$dL_g = \overline{F_g} \cdot \overline{ds} = F_r \, dr$$

$$L_g = \int_{r_0}^{r} - G \, (m_1 \, m_2) \, \frac{dr}{r^2}$$

$$= - G \, (m_1 \, m_2) \left(- \frac{1}{r} \right) \Big|_{r_0}^{r}$$

$$L_g = G\ m_1\ m_2\ \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) = -\ (\ U - U_0\ )$$

$$L_g = -\Delta U$$

$$U = U_0 - G\, m_1\, m_2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)$$

U_0 rappresenta il valore che l'Energia potenziale assume nel punto P_0

Il punto P_0 è arbitrario

Il valore di U_0 è arbitrario.

Scegliamo allora il punto P_0 all'infinito $\quad P_0 \rightarrow \infty \quad \frac{1}{r_0} \rightarrow 0$

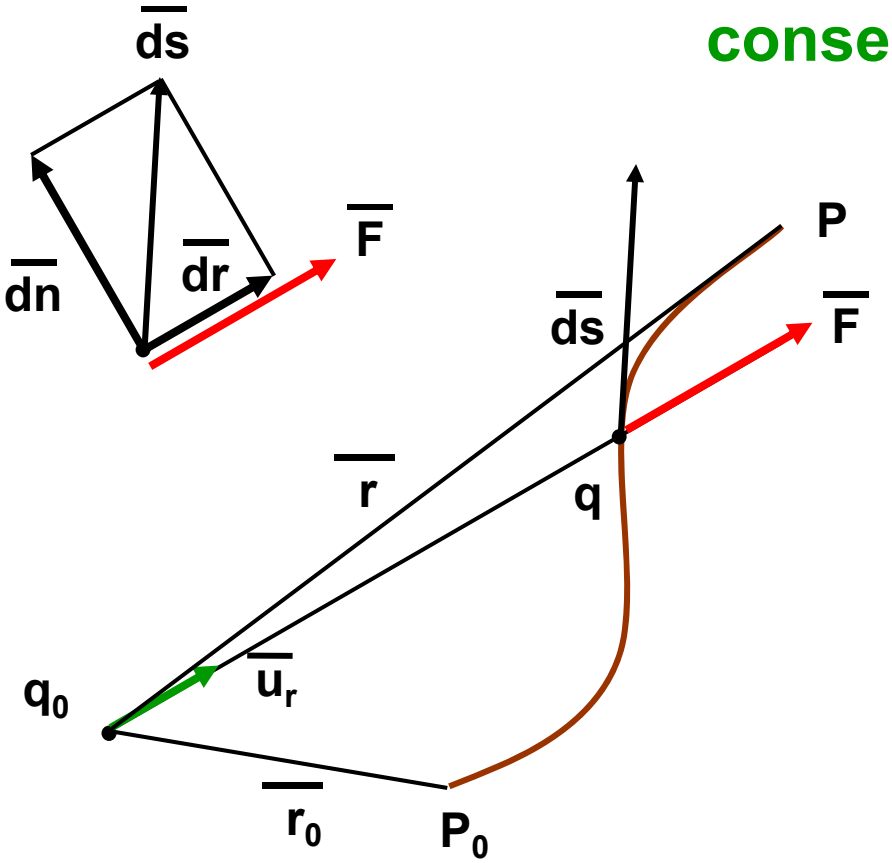
e poniamo $U_0 = 0$

$$U = -\ G\, m_1\, m_2\ \frac{1}{r}$$

Energia potenziale gravitazionale.

L'energia potenziale elettrostatica

Tutte le Forze centrali sono conservative



$$dL_e = \overline{F} \cdot \overline{ds} = F_r \, dr$$

$$L_e = \int_{r_0}^{r} k_e \, q_0 \, q \, \frac{dr}{r^2}$$

$$= + k_e \, q_0 \, q \left(- \frac{1}{r} \right) \Bigg|_{r_0}^{r}$$

$$L_e = - k_e \, q_0 \, q \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right]$$

$$L_e = - k_e \; q_0 \, q \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) \qquad L_e = - \Delta U = - (U - U_0)$$

$$U = U_0 + k_e \, q_0 \, q \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)$$

U_0 rappresenta il valore che l'Energia potenziale assume nel punto P_0

Il punto P_0 è arbitrario

Il valore di U_0 è arbitrario.

Scegliamo allora il punto P_0 all'infinito $\quad P_0 \rightarrow \infty \qquad \frac{1}{r_0} \rightarrow 0$

E poniamo $U_0 = 0$

$$U = + k_e \, q_0 \, q \frac{1}{r}$$

Energia potenziale elettrostatica.

Si può pensare il CE come
la Forza che agisce sull'unità di carica positiva

$$\frac{\overline{F_e}}{q} = \overline{E}$$

Così si può pensare il potenziale come
l'energia potenziale dell'unità di carica positiva

$$V(r) = \frac{U(r)}{q}$$

Si applicano al potenziale le stesse definizioni e proprietà
valide per l'energia potenziale

$$V(P) = V(P_0) - \int_{P_0}^{P} \overline{E} \cdot \overline{ds}$$

$$E_s = -\frac{\partial V}{\partial s}$$

$$V(P_0) = 0 \qquad V = + k_e q_0 \frac{1}{r}$$

$$P_0 \rightarrow \infty$$

$$\overline{E} = -\overline{\nabla} V$$

$$\overline{E} = -\overline{\text{grad}}\ V$$

Unità di misura

Dalle relazioni:

$$\overline{E} = \frac{\overline{F}_e}{q} \qquad E \equiv \left[\frac{N}{C} \right]$$

$$V = \frac{U}{q} \qquad V \equiv \left[\frac{J}{C} \right] = [\,V\,]$$

(Volt)

e dalla

$$\overline{E} = -\overline{\nabla} V \qquad E \equiv \left[\frac{V}{m} \right]$$

L'elettronvolt [eV] pari all'energia potenziale che ha una carica elettronica sottoposta ad una d.d.p. di 1 Volt.

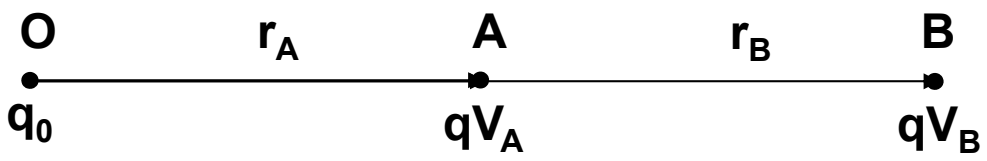
1 eV = 1.602 10^{-19} C V = 1.602 10^{-19} Joule

Moto di cariche in CE

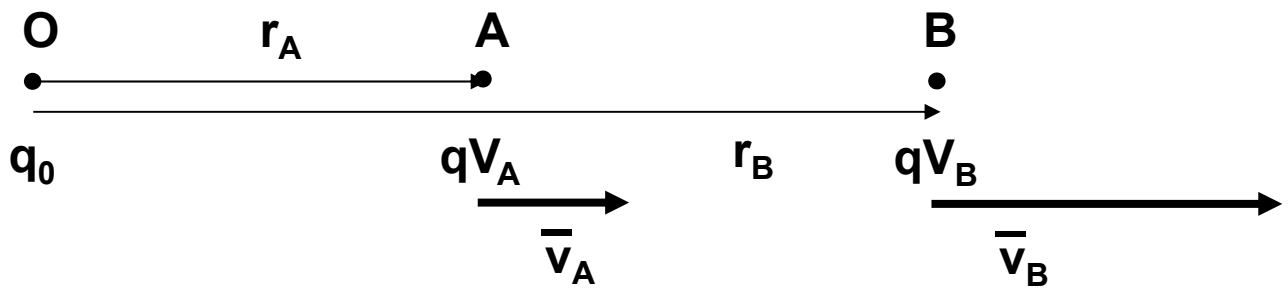
La forza che descrive l'interazione tra cariche elettriche è la Forza di Coulomb, che dipende dall'inverso della distanza al quadrato. L'accelerazione subita da una carica q in un campo di Forze di questo tipo non è costante e quindi non è possibile applicare le equazioni della cinematica, salvo qualche caso particolare (CE costante)

$$\overline{F} = k_e \frac{q_1 \; q_2}{r^2} \overline{u_r} = m \overline{a} \qquad \overline{a} = k_e \frac{q_1 \; q_2}{m \, r^2} \overline{u_r}$$

Nel caso di moto di cariche elettriche in CE esterno, dovremo quindi fare ricorso al teorema di conservazione dell'energia, dal momento che il Campo Elettrostatico è conservativo.



Una carica q, lasciata libera di muoversi nel campo generato da una q_0 si sposterà verso zone ad energia potenziale più bassa.



Per il teorema di conservazione dell'energia sarà:

$$q\,V_A + \tfrac{1}{2}\,m\,v_A^2 = q\,V_B + \tfrac{1}{2}\,m\,v_B^2$$

In particolare se $v_A = 0$, **posto**

$qV_A = U_A = U_i$ $\quad qV_B = U_B = U_f$ $\quad v_B = v_f$ **risulterà:**

$$U_i + 0 = U_f + \tfrac{1}{2}\,m\,v_f^{\,2}$$

$$v_f = \left[(U_i - U_f)\,\frac{2}{m} \right]^{1/2}$$

Conduttori

Materiali

Conduttori
(Metalli)

dotati, al proprio interno, di un numero N molto elevato di cariche libere
$n = 10^{28}$ q/m^3

All'equilibrio

$E_{int} = 0 \rightarrow V_{int} = cost$

Dielettrici
(isolanti)

dotati, al proprio interno, di un numero N scarso di cariche libere
$n = 10^{7}$ q/m^3

In CE esterno

$E_{int} \neq 0$

Semiconduttori **(Si, Ge, GaAs, GaAsAl, InSb, GaSb,……)**
Plasma: **gas ionizzato, costituito da un insieme di elettroni e ioni e globalmente neutro**