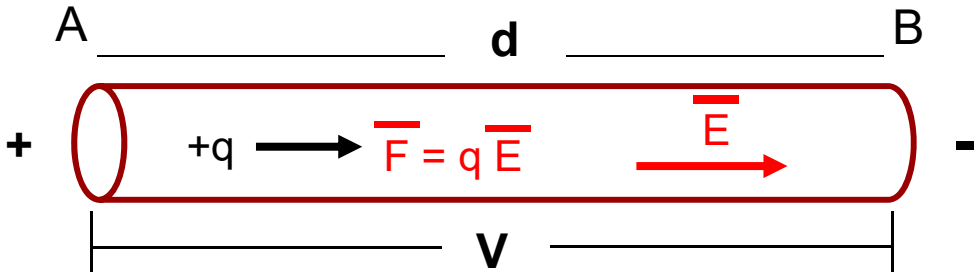
La corrente elettrica

Se manteniamo agli estremi di un conduttore
una d.d.p. costante
non è più verificata la condizione $E_{int} = 0$.
Nel conduttore si genera un campo E



$n \approx 10^{28}$ portatori/m^3

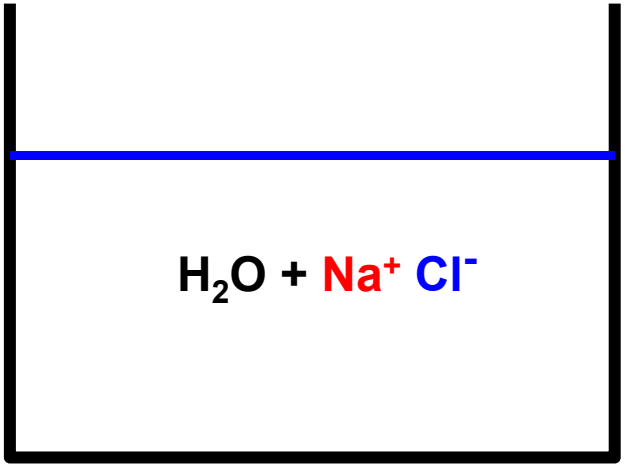
Se la sezione del conduttore è costante

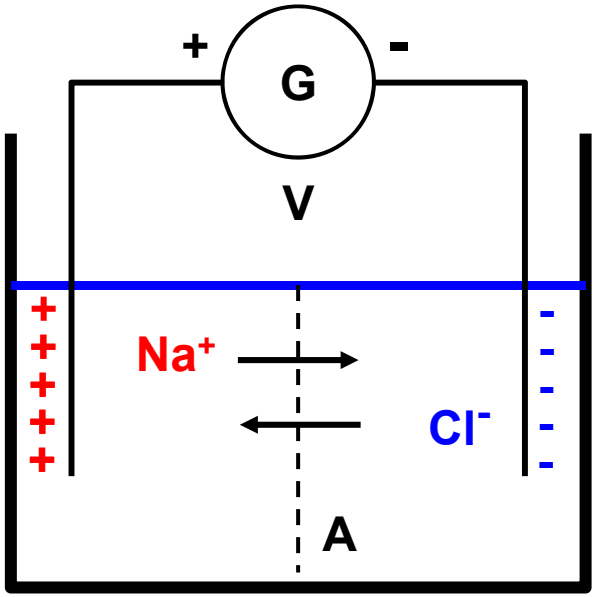
$$V = E\,d$$

Su ogni carica agisce una forza dovuta al CE

$$F = q\,E$$

In una soluzione elettrolitica (**H_2O + NaCl**) si dissociano **gli ioni Na(+) e Cl(-).**
Se nella soluzione inseriamo i terminali di una batteria, che genera una d.d.p. si avrà migrazione di ioni (+) verso il polo negativo e ioni (–) verso quello positivo: attraverso una sezione del liquido, perpendicolare al CE si avrà un passaggio di cariche





Si definisce corrente media $< i >$ il numero di cariche che attraversa nell'unità di tempo la superficie A interna al conduttore; in questo caso la superficie A è attraversata da cariche positive (ioni Na +) e cariche negative (ioni Cl -), per cui sarà

$$< i > = \frac{(\Delta N^+ + \Delta N^-)}{\Delta t} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

La corrente media : $$< i > = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Se calcoliamo il limite per $\Delta t \rightarrow 0$ otteniamo la corrente istantanea

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

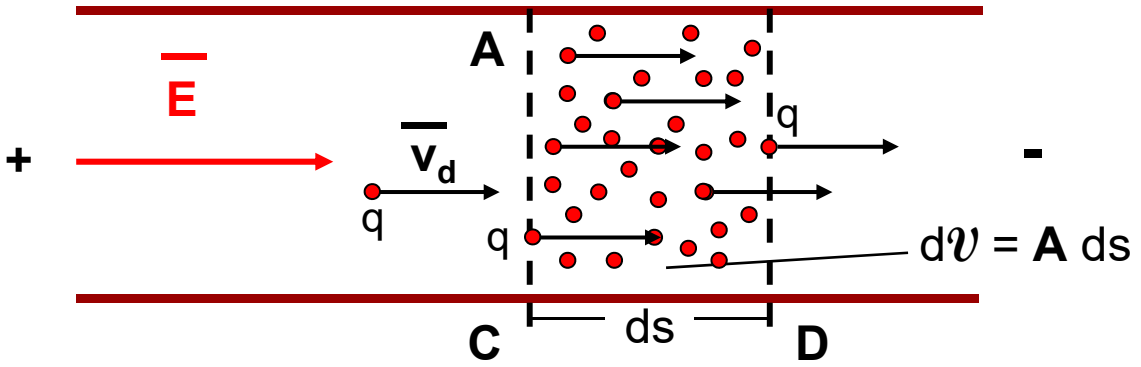
Quindi ad una d.d.p. V, applicata ad un conduttore, corrisponde attraverso una sezione del conduttore stesso una corrente

$$V \longrightarrow i = \frac{dq}{dt}$$

In modo analogo, in una condotta idraulica, ad una differenza di pressione corrisponde un passaggio di massa di fluido dm in un tempo dt attraverso una sezione (portata)

$$\Delta p \longrightarrow Q = \frac{dm}{dt}$$

Riprendiamo ora in considerazione un conduttore a sezione costante sottoposto ad una d.d.p. V;
disegniamo una sezione A nel conduttore, perpendicolare al CE.
Le cariche, nel conduttore, non sono sottoposte solo alla Forza elettrostatica:
sono soggette ad urti con il reticolo cristallino e quindi ad una **Forza di tipo viscoso**.
In analogia al moto di un grave in un fluido assumiamo che
le cariche si muovano con una velocità media di deriva costante e parallela al CE



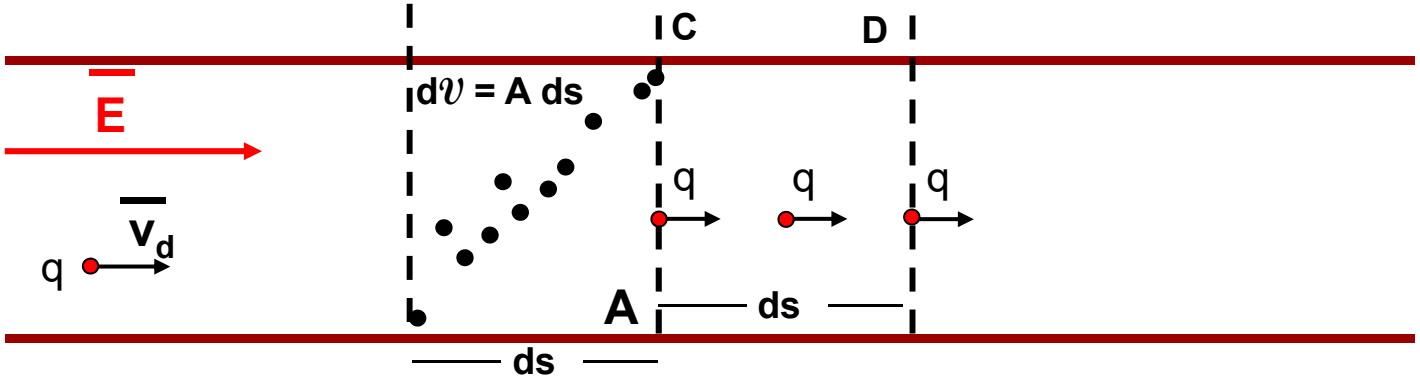
$$\bar{v}_d = \text{cost}$$

$$\bar{v}_d \parallel \bar{E}$$

Definiamo il numero n di portatori per unità di Volume $\quad n = \dfrac{dN}{d\mathcal{V}}$

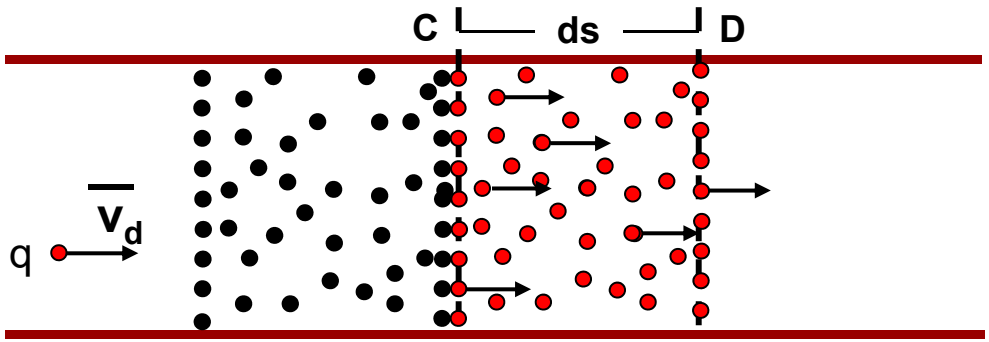
Nel Volume $d\mathcal{V}$ ci sono quindi dN particelle cariche $\quad dN = n\, d\mathcal{V}$

Le cariche, nel Volume $d\mathcal{V}$ sono $\quad dq = q\, dN = n\, q\, d\mathcal{V}$



Ogni singola carica percorre la distanza **ds** con moto uniforme, **(v_d = cost).**
La carica percorre la distanza **ds** in un tempo **dt = ds / v_d**

Tutte le cariche che attraversano la sezione **A**
nello stesso tempo **dt**
Sono quelle contenute in un volume elementare **$d\mathcal{V}$ = A ds**



$$d\mathcal{V} = A\,ds \qquad ds = v_d\,dt$$

$$dq = q\,dN$$
$$= q\,n\,d\mathcal{V}$$
$$= n\,q\,(A\,ds) = n\,q\,A\,v_d\,dt$$

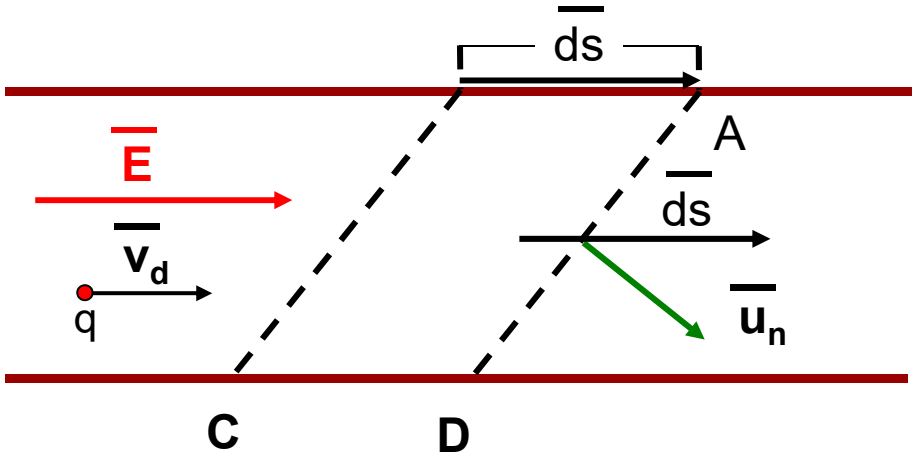
$$dq = n\,q\,A\,v_d\,dt$$

$$dq = n\,q\,A\,v_d\,dt$$

Ricordando la definizione di corrente elettrica, si ha:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{n\,q\,A\,v_d\,\cancel{dt}}{\cancel{dt}} = n\,q\,A\,v_d$$

Se la sezione A è inclinata rispetto alla direzione del CE



$$d\mathcal{V} = \overline{ds} \cdot \overline{u_n}\,A$$

$$= \overline{v_d} \cdot \overline{u_n}\;A\,dt$$

$$i = n\,q\;\overline{v_d} \cdot \overline{u_n}\,A$$

$$i = n\,q\,\overline{v}_d \cdot \overline{u}_n A$$

Se la superficie è infinitesima: **A** $\longrightarrow$ **dA**

$$di = n\,q\,\overline{v}_d \cdot \overline{u}_n\,dA$$

Questa espressione rappresenta il flusso elementare attraverso una superficie dA della grandezza fisica j, definita come:

$$\boxed{\overline{j} = n\,q\,\overline{v}_d}$$

$$i = \int_i di = \int_A \overline{j} \cdot \overline{u}_n\,dA$$

$$\int_A \overline{j} \cdot \overline{u}_n\,dA = \frac{dq}{dt}$$

La corrente è il flusso del vettore j,
Il vettore **j** è detto vettore densità di corrente ed ha le dimensioni di una corrente per unità di superficie.

Unità di misura : l'Ampere (A)

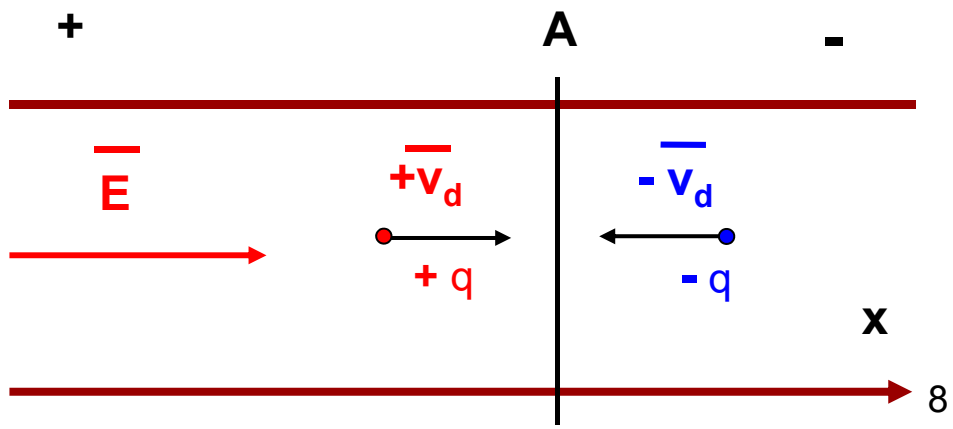
Dalle relazioni: $$i = \frac{dq}{dt} \qquad i \equiv \frac{[\ C\ ]}{[\ s\ ]} = [\ A\ ]$$

$$i = \int_i di = \int_S \bar{j} \cdot \bar{u}_n \, dS \qquad j \equiv [\ \frac{A}{m^2}\ ]$$

N.B. la corrente i è scalare la densità di corrente j è vettoriale

Dalla definizione di vettore densità di corrente non è possibile ricavare il segno dei portatori di corrente:

Il prodotto q v_d infatti è sempre > 0.
Se la carica del portatore è **+q,** la componente della velocità ha verso >0.
Se invece la carica del portatore è **-q** la velocità ha componente negativa.
Il prodotto **q v_d è sempre > 0**
Per convenzione si attribuisce ai portatori di corrente segno > 0



Valutiamo ora l'ordine di grandezza della velocità di deriva in un caso semplice ma indicativo; consideriamo un filo conduttore, avente

Sezione A = 1 mm^2

Corrente i = 10 A

$i = n\, q\, v_d\, A$

$$v_d = \frac{i}{n\, q\, A} = 10^{-3}\ \text{m/s}$$

n = 5 10^{28} portatori/m^3

Valutiamo la velocità degli elettroni nel conduttore dovuta all'agitazione termica, considerando il modello di "gas di elettroni";
Se consideriamo il comportamento degli elettroni come quello delle molecole di un gas possiamo utilizzare, per l'Energia cinetica media,
il teorema di equipartizione dell'energia:

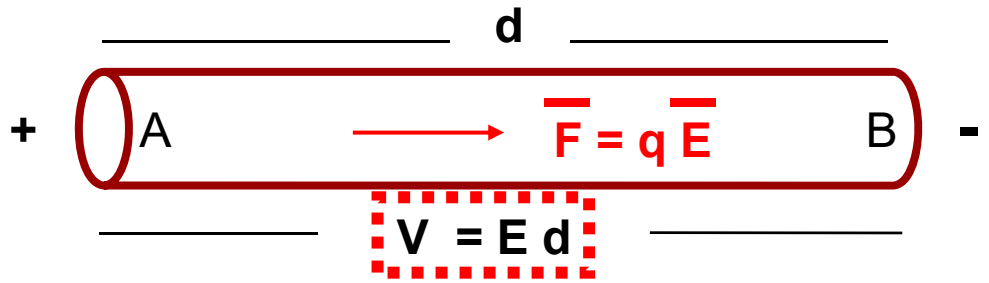
$$\langle K \rangle = \frac{3}{2} k_B T \qquad k_B = 1.38\ 10^{-23}\ \text{J/K} \ ; \ T = 300\ \text{K}$$

$$\langle K \rangle = \frac{1}{2} m_e v_T^2 \qquad \begin{cases} v_T = 1.2\ 10^{5}\ \text{m/s} \\ v_d = 10^{-3}\ \text{m/s} \end{cases}$$

La velocità di deriva è 8 ordini di grandezza più bassa della velocità dovuta all'agitazione termica degli elettroni nel conduttore.

Consideriamo ancora il conduttore iniziale, di lunghezza d e di sezione S costante.

Moltiplicando i membri della legge di Ohm differenziale per la lunghezza d del conduttore si ha:



$$E = \rho\, j \longrightarrow \boxed{E\, d} = \rho\, j\, d$$

In questo caso specifico possiamo scrivere $j = \dfrac{i}{S} \longrightarrow V = \dfrac{\rho\, d}{S}\, i$

$$V = R\, i$$ **1ª legge di Ohm**

$$R = \frac{\rho\, d}{S}$$ **2ª legge di Ohm**

$$V = R\, i \qquad\qquad R = \frac{\rho\, d}{S}$$

La relazione che lega la d.d.p. (causa) alla corrente (effetto) da essa generata in un conduttore, è lineare

La grandezza fisica R è detta Resistenza e dipende solamente dalle caratteristiche geometriche (d,S) e fisiche (ρ) del materiale.
(reazione inerziale del sistema al passaggio di corrente)

Unità di misura : l'Ohm (Ω)

Dalla 1ª legge di Ohm $\quad R = \dfrac{V}{i} \qquad R \equiv \dfrac{[V]}{[A]} = [\Omega]$

Dalla 2ª legge di Ohm $\quad \rho = R\,\dfrac{S}{d} \qquad \rho \quad [\Omega\ m]$

Valori tipici per la resistenza dei materiali

Conduttore	$\rho \approx 10^{-8}\ \Omega\,m$
Semiconduttore	$\rho \approx 10^{+3}\ \Omega\,m$
Isolante	$\rho \approx 10^{11}\ \Omega\,m$

Resistore : conduttore utilizzato nei circuiti per limitare il passaggio di corrente.
Si rappresenta con il simbolo:

R

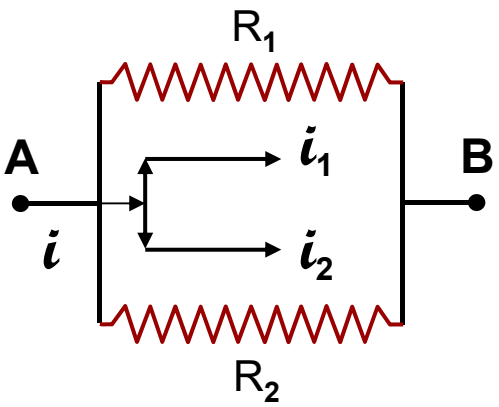
Resistenze (resistori) di uso pratico

Come per i condensatori, si utilizzano

in serie
in parallelo

Resistenze in parallelo

Consideriamo due resistori collegati come in figura (in parallelo):
Calcoliamo la Resistenza equivalente di un resistore che abbia la stessa d.d.p. tra i punti A e B e sia attraversato da una corrente somma delle correnti che attraversano R_1 ed R_2.



=

$$V_1 = V_2 = V_{AB}$$

$$i = i_1 + i_2$$

$$V_1 = V_2$$

$$R_1 i_1 = R_2 i_2$$

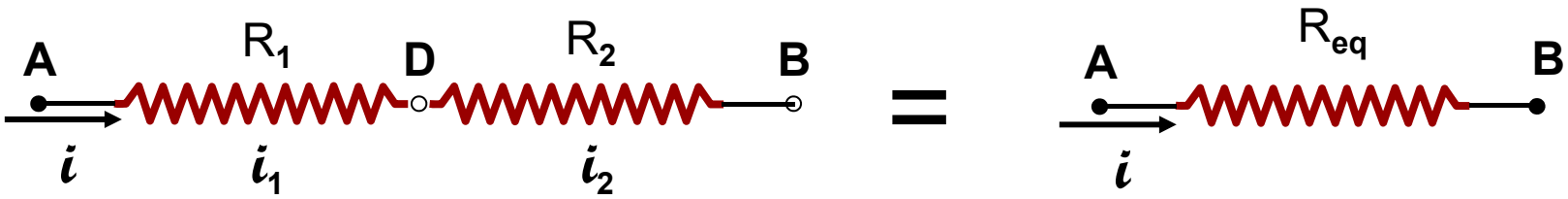
$$\frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

La corrente si divide in parti inversamente proporzionali alle resistenze

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

Resistori in serie

I due resistori in figura sono collegati in serie:
Calcoliamo la Resistenza equivalente di un resistore che abbia la stessa d.d.p. tra i punti A e B e sia attraversato dalla stessa corrente che attraversa R_1 ed R_2.



$$i = i_1 = i_2$$

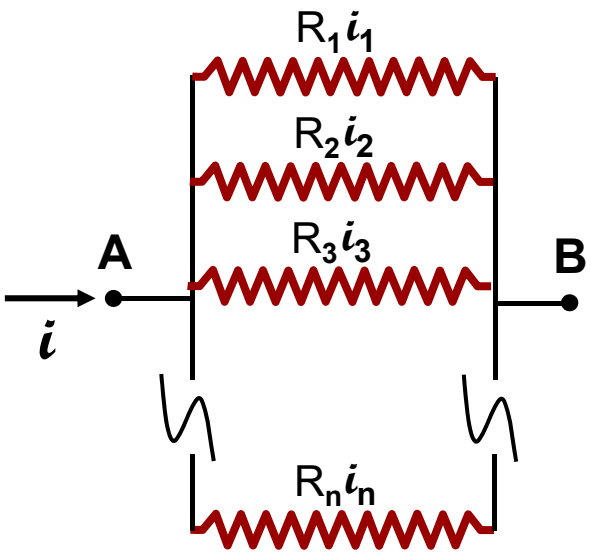
$$V_{AB} = R_{eq}\, i$$

$$V_{AB} = V_1 + V_2 = R_1\, i_1 + R_2\, i_2$$

$$= (R_1 + R_2)\, i$$

$$V_{AB} = R_{eq}\, i$$

$$\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2}$$



In generale:
parallelo

d.d.p. V = 100 V
$R_1 = R_2 = 50$ Ohm

$$\frac{1}{R_{eq}} = \Sigma \frac{1}{R_k}$$

$R_{eq} = 25\ \Omega$
$i = V / R_{eq} = 4$ A

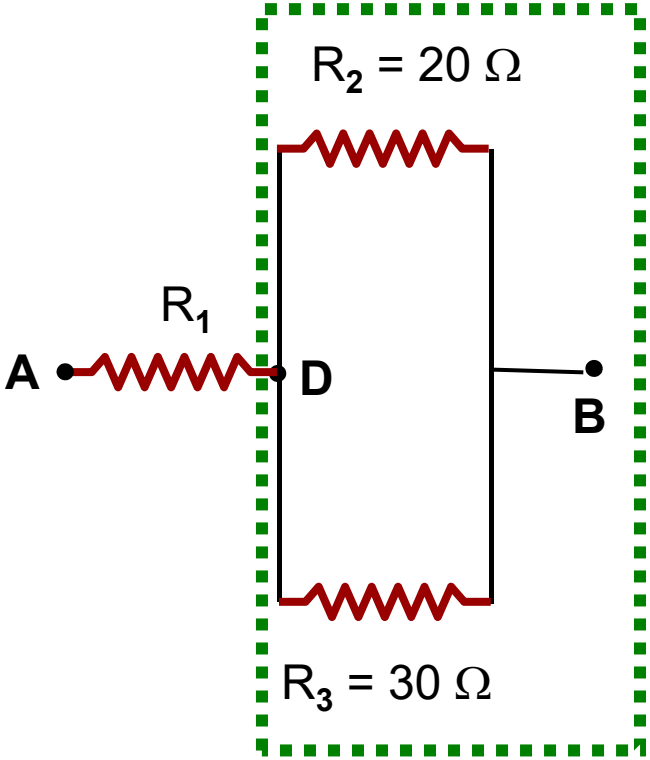
La R_{eq} ha un valore minore rispetto a quello dei singoli componenti

serie

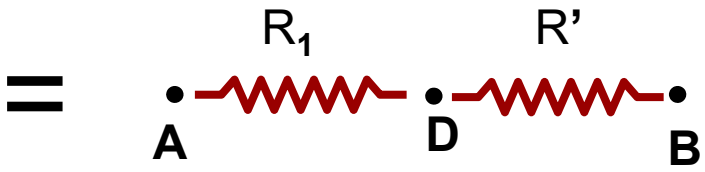
$$R_{eq} = \Sigma R_k$$

$R_{eq} = 100\ \Omega$
$i = V / R_{eq} = 1$ A

La R_{eq} ha un valore maggiore rispetto a quello dei singoli componenti



Vogliamo una corrente, nel circuito, di 5 A con una d.d.p. di 100 V



$$R' = \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1} = 12\ \Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R'$$

$$i = \frac{V}{R_{eq}} \qquad R_{eq} = \frac{V}{i} = \frac{100}{5} = 20\ \Omega$$

$$i_2 = 3\ A$$

$$R_1 = R_{eq} - R' = 20 - 12 = 8\ \Omega \qquad R_1\, i = V_1 = 40\ V$$

$$i_3 = 2\ A$$