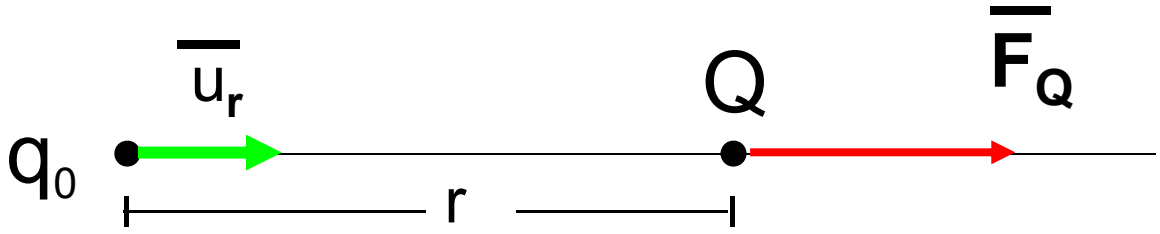
Il Campo Elettrico



$$\overline{F_Q} = k_e \frac{q_0 \, Q}{r^2} \overline{u_r}$$

$$= \boxed{k_e \frac{q_0}{r^2} \overline{u_r}} \, Q$$

$$= \overline{E} \, Q$$

In questa espressione separiamo i termini che costituiscono il contributo (Campo) della carica q_0 che **produce** la Forza, dalla carica Q che **subisce** la Forza

Alla parte cerchiata, si dà il nome di

Campo Elettrico

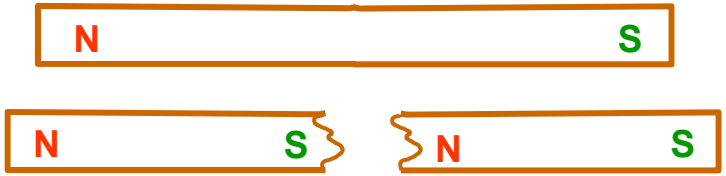
La carica diventa il punto di discontinuità del campo E

Il campo magnetico

Il CM: erano note fin dai tempi dei Greci
le proprietà delle magnetiti di attirare solo materiali di tipo ferroso.
Le proprietà risultano concentrate in alcune zone del materiale (poli o masse magnetiche). Se ne possono individuare di due tipi + e - .

Si può misurare l'entità delle masse magnetiche (legge di Coulomb magnetica).
Si attribuisce l'interazione al Campo Magnetico $\mathcal{B}$

Un fenomeno "strano": non si riesce mai ad isolare una massa magnetica; questa si presenta sempre in coppia con quella di segno opposto che risulta della stessa entità.
esperienza della "calamita spezzata"



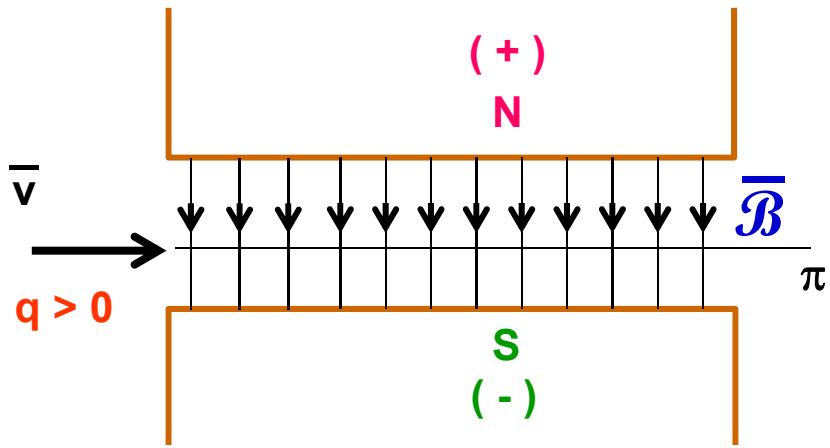
Oggi: il magnetismo è interpretato come una manifestazione delle cariche elettriche in movimento.

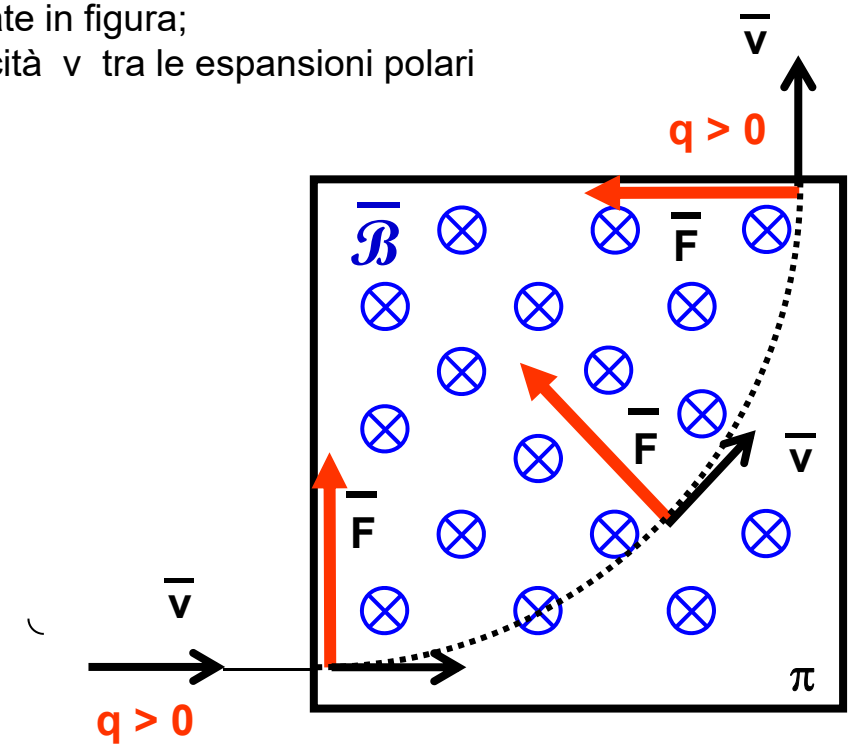
L'interazione tra cariche elettriche in moto relativo è descritta dal C.M $\mathcal{B}$

Definiamo CM quel campo vettoriale che agisce su di una carica in moto;

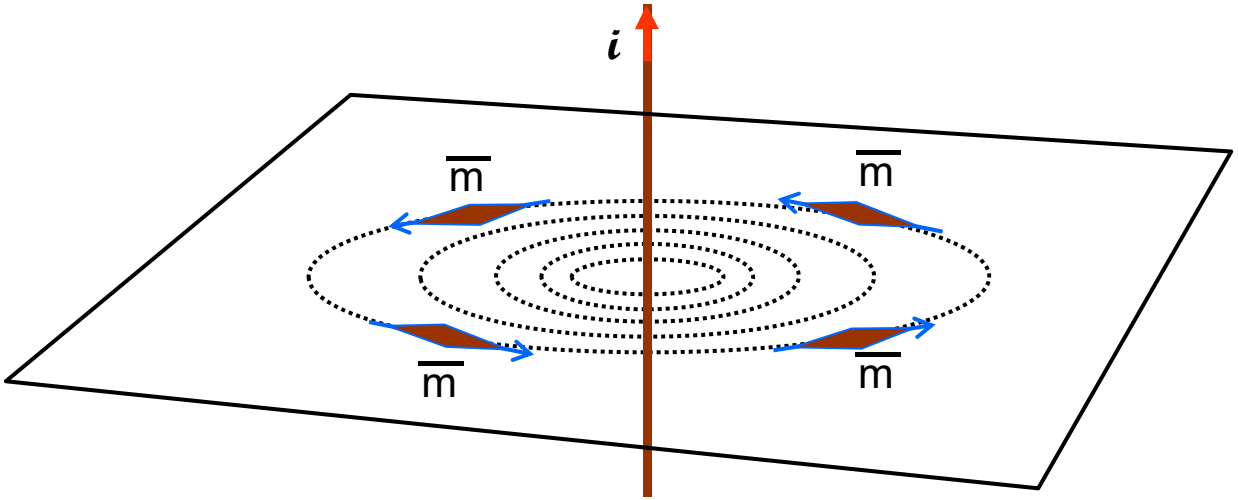
per generare un CM prendiamo le due espansioni polari di una calamita tra le quali, le linee del campo hanno un andamento come quelle riportate in figura;
lanciamo una carica q > 0 con velocità v tra le espansioni polari

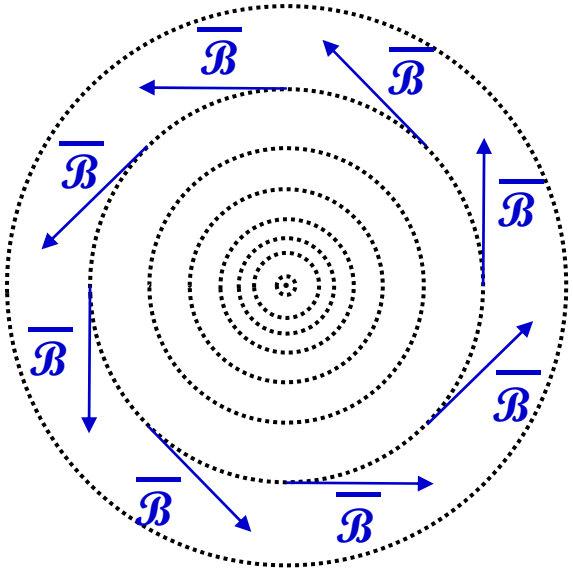
Si osserva che il moto della carica avviene su traiettoria circolare sotto l'effetto di una forza perpendicolare alla velocità stessa ed al CM





Si possono costruire le linee del campo che agisce sul dipolo, chiamato Campo Magnetico.





1° Legge di Ampere – Laplace:

$$\overline{\mathcal{B}} = k_m \, i \int_\ell \frac{\overline{d\ell} \times \overline{u}_r}{r^2}$$

$$k_m = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \ T\,m\,A^{-1} \qquad \mu_0 = 4\pi \ 10^{-7} \ T\,m\,A^{-1}$$

$$c = \frac{1}{(\varepsilon_0 \mu_0)^{1/2}} = 2.98 \times 10^{8} \ m/s$$

Le onde

Consideriamo un sistema in quiete, come ad esempio:

- uno specchio d'acqua con superficie "ad olio";
- una corda tesa ma ferma;
- una stanza in cui non ci sono suoni (rumori) di alcun tipo.

Introduciamo una perturbazione,

- un sasso nell'acqua;
- un impulso sulla corda;
- un diapason che vibra.

La perturbazione si propaga nel mezzo e si allontana con una certa velocità dal punto in cui è stata generata.

A questa perturbazione che si propaga nello spazio si dà il nome di onda.

L'ONDA è una PERTURBAZIONE che si PROPAGA nello spazio.

La perturbazione può essere di natura scalare (Temperatura, pressione…) o vettoriale (velocità, spostamento, sforzi normali o tangenziali…)

Onde piane in una dimensione: la funzione d'onda

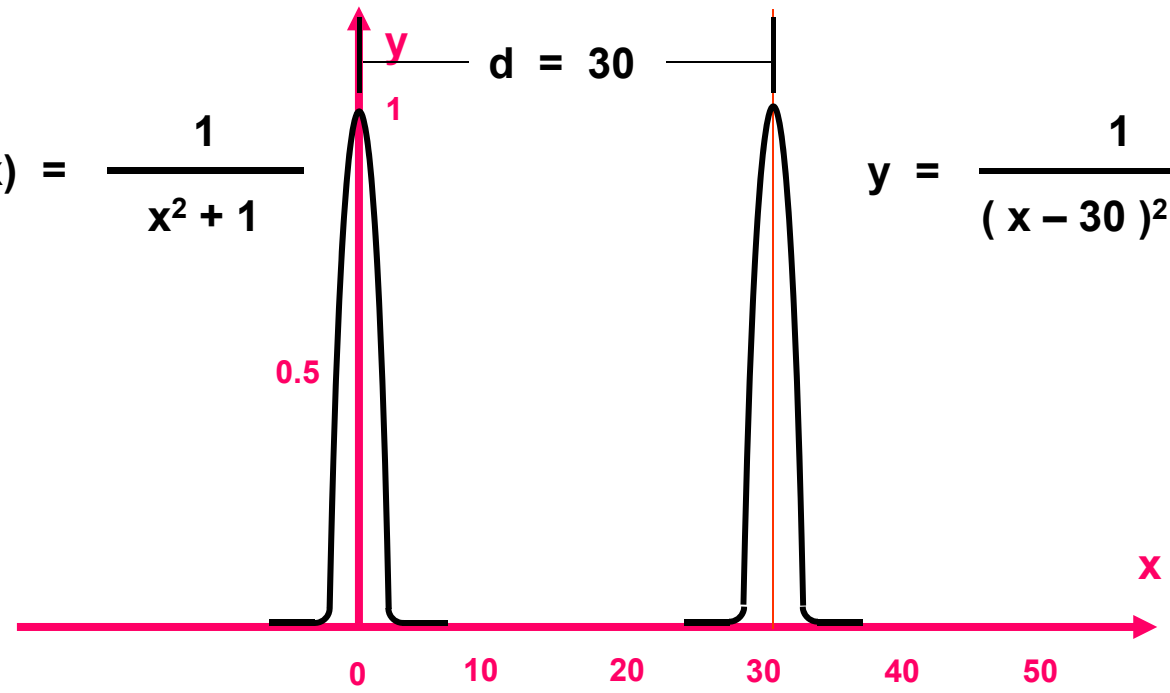
Consideriamo una funzione **y = f(x)**

riferita ad un sistema di assi cartesiani ortogonali xOy.

Se spostiamo rigidamente verso destra la curva di una quantità **" + d "**, otteniamo una funzione che ha la stessa forma di quella iniziale, ma la sua forma analitica sarà del tipo:

$$y = f(x - d)$$

$$y = f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$

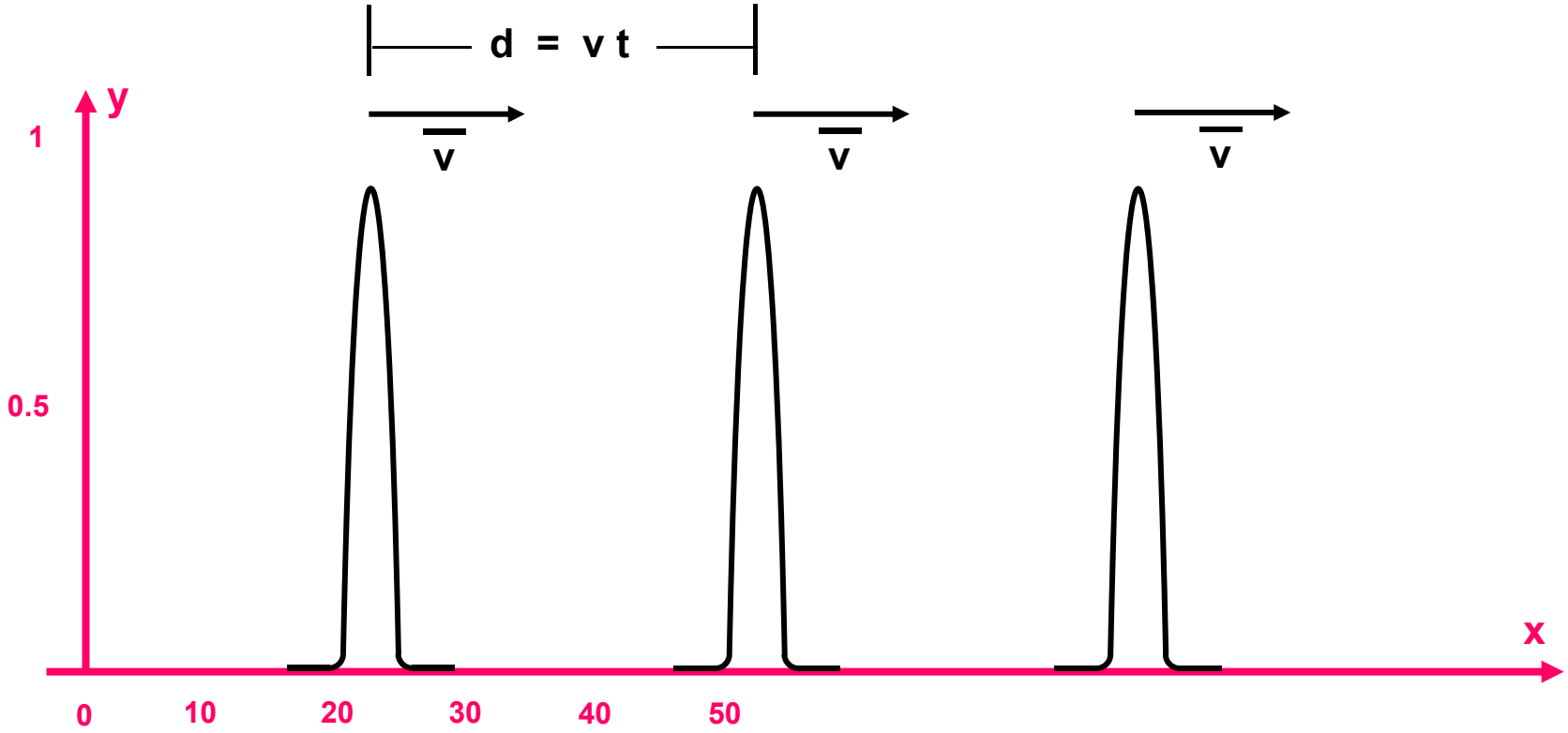


$$y = \frac{1}{(x - 30)^2 + 1}$$

Se interpretiamo la funzione **y = f(x)** come un impulso che si propaga senza deformazione in un mezzo (lungo una corda ad es.) con velocità costante,
nel tempo **t** esso avrà percorso una distanza pari ad **d = v t**. La nuova funzione che rappresenta l'impulso è **y = f (x – d) = f (x – v t)**

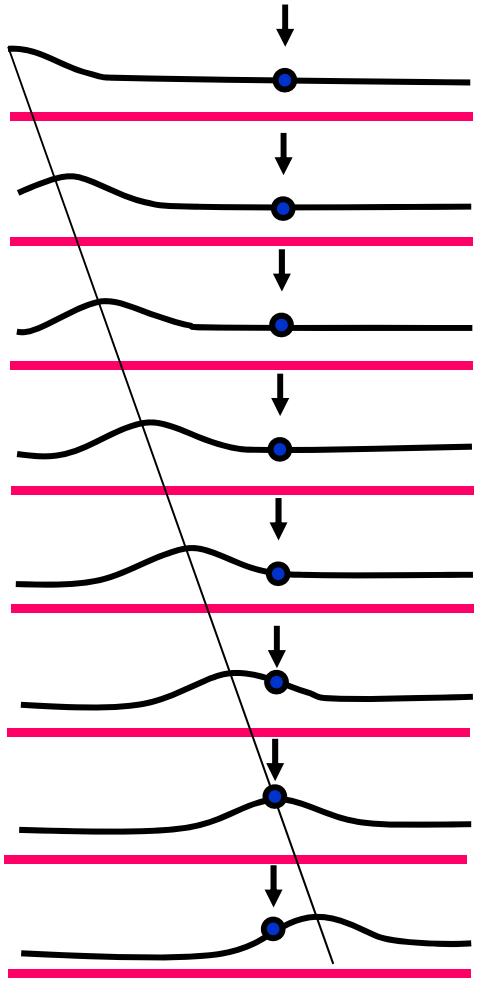
$$y = f(x) \longrightarrow y = f(x-d) = f(x-vt)$$

$$y = f(x) \qquad y = f(x-vt)$$

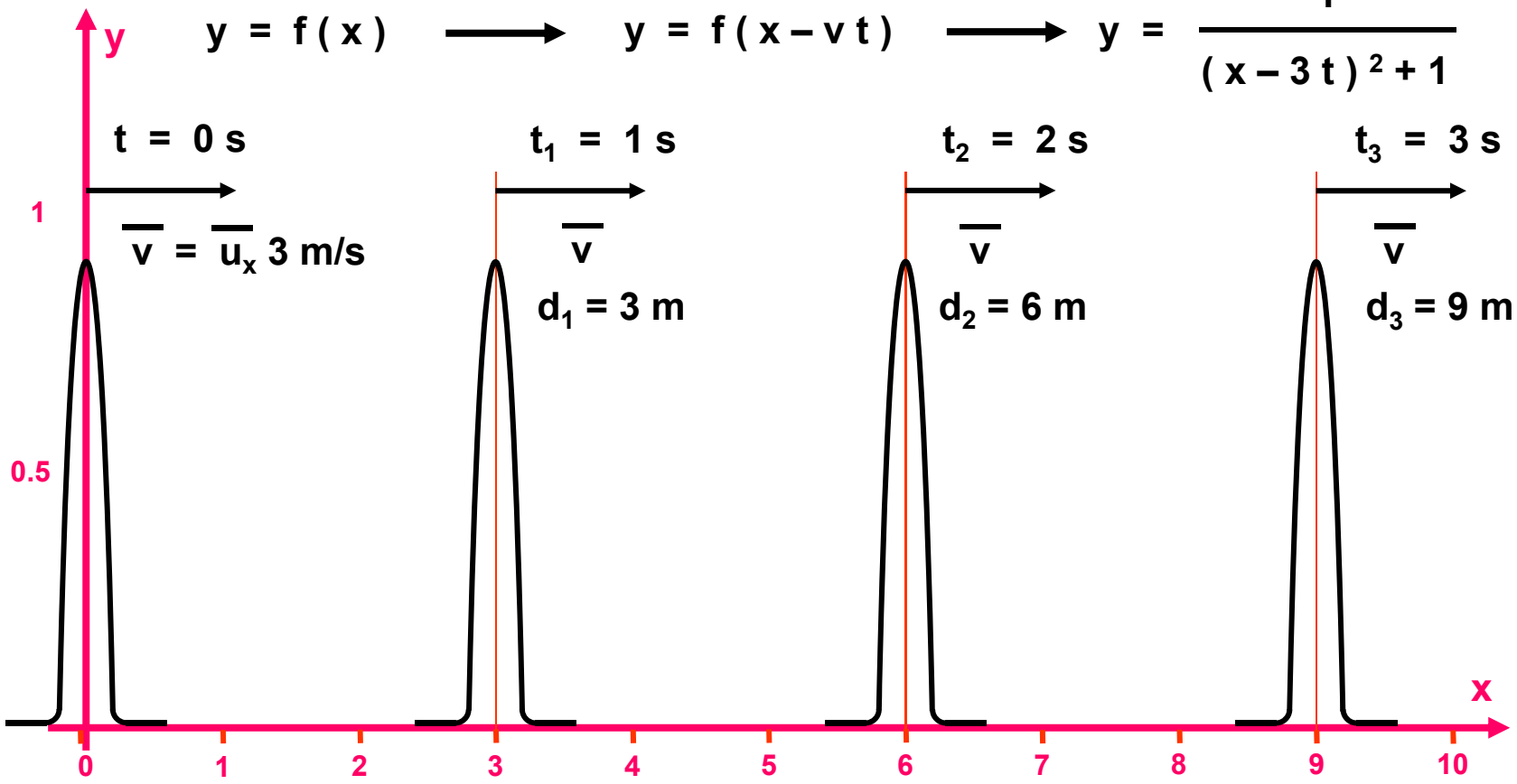


Impulso lungo una corda:
Immagini scattate ad intervalli regolari.

L'impulso si muove di moto rettilineo ed uniforme.



$$y = f(x) \longrightarrow y = f(x - v\,t) \longrightarrow y = \frac{1}{(x - 3\,t)^2 + 1}$$



La funzione $y = \dfrac{1}{(x - 3\,t)^2 + 1}$

Rappresenta quindi un impulso che si propaga con velocità **v = 3 m/s** verso le **x > 0**
Al tempo **t = 0 s** **y** ha il valore max a coordinata **x = 0 m**
Al tempo **t_1 = 1 s** il valore max di **y** si è spostato a coordinata **x = 3 m** ……..

Esempio di onda progressiva

Un'onda regressiva si muove verso le x negative con velocità **(- v);**
la funzione d'onda che la rappresenta è del tipo:

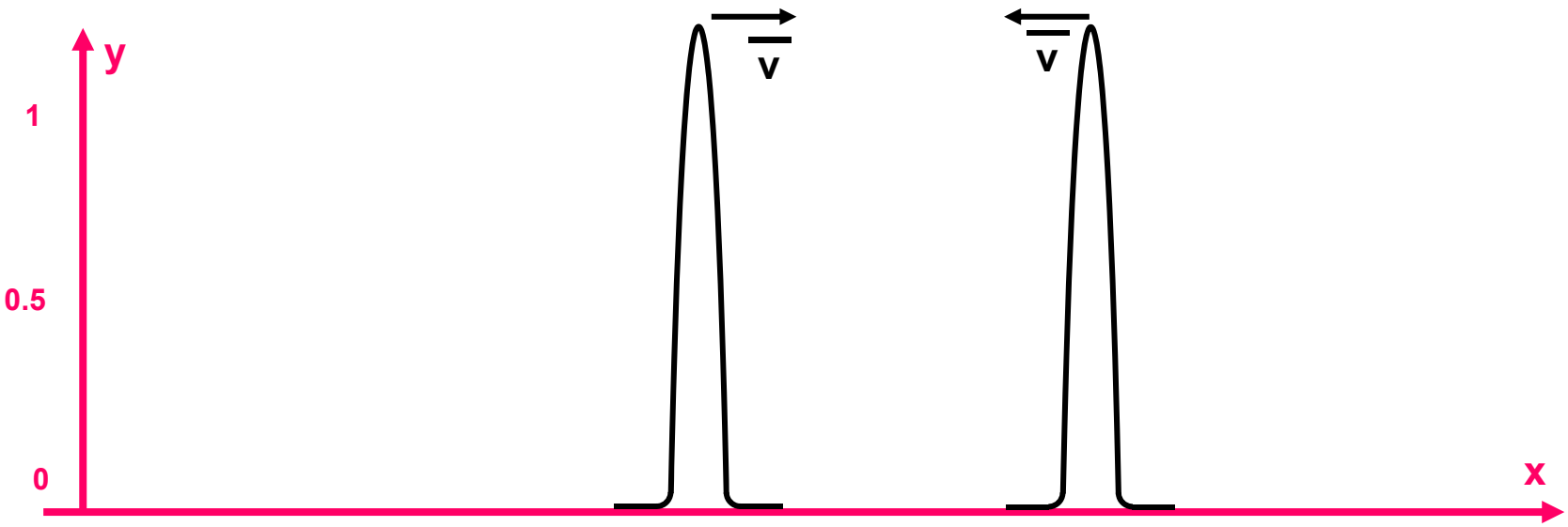
$$y = g(x + vt)$$

Rappresentano un'onda anche le funzioni del tipo

$$y = f(a\,x \pm b\,t) = f(a(x \pm t\,b/a)) \qquad v = b/a$$

Un'onda, in generale potrà essere rappresentata da una sovrapposizione di un'onda progressiva (**v > 0**) e di un'onda regressiva (**v < 0**):

$$y = \underbrace{f(x - v\,t)}_{\text{Onda progressiva}} + \underbrace{g(x + v\,t)}_{\text{Onda regressiva}}$$



Equazione delle onde

Data una grandezza fisica scalare (pressione, temperatura, energia…..) o vettoriale (forza, spostamento, CE, CM…..) che si propaga nello spazio, cerchiamo di determinare un criterio in base al quale possiamo dire che questa grandezza fisica si propaga come un'onda.

Per essere un'onda in base alla definizione, la grandezza fisica dev'essere rappresentata da una funzione del tipo

$$\mathbf{y(x,t) = f\,(\,x \pm v\,t\,)} \qquad \mathbf{(\,1\,)}$$

Deriviamo rispetto alla coordinata **x** e al tempo **t** l'equazione dell'onda **(1)**

$$\frac{\partial y}{\partial x} = y' \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \underline{y''} \qquad \mathbf{(\,1.1\,)}$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = y'\,(\pm v) \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \underline{y''}\;v^2 \qquad \mathbf{(\,1.2\,)}$$

Sostituendo la **(1.1)** nella **(1.2)** si ottiene l'eq. differenziale

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\;v^2}$$

Equazione di d'Alembert

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \boxed{v^2}$$

L'equazione di d'Alembert è lineare: per la soluzione generale vale il principio di sovrapposizione.

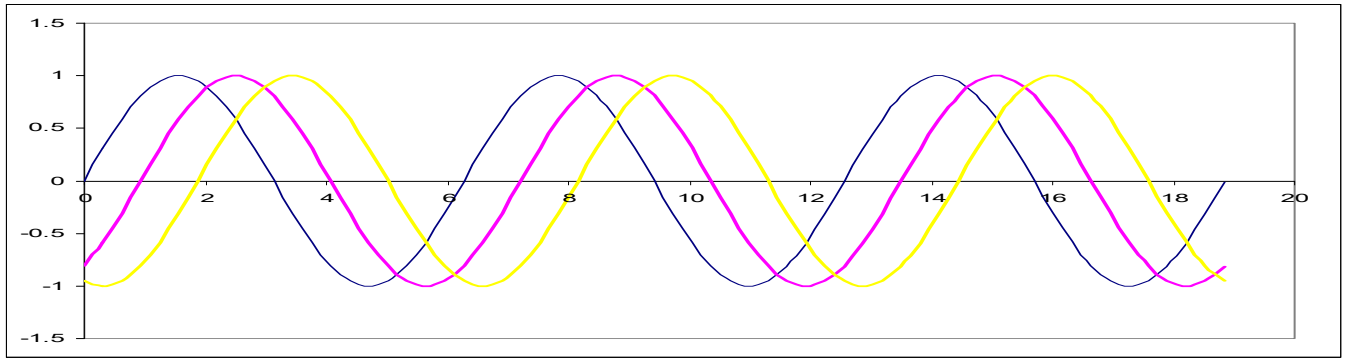
Se $f_1(x,t), f_2(x,t), \ldots f_n(x,t)$ sono singolarmente soluzioni dell'equazione, anche una loro combinazione lineare lo è :

$$y(x,t) = \Sigma A_i f_i(x,t)$$

le funzioni sinusoidali del tipo:

$$f_1(x,t) = A\cos k(x \pm vt) \quad ; \quad f_2(x,t) = B\sin k(x \pm vt)$$

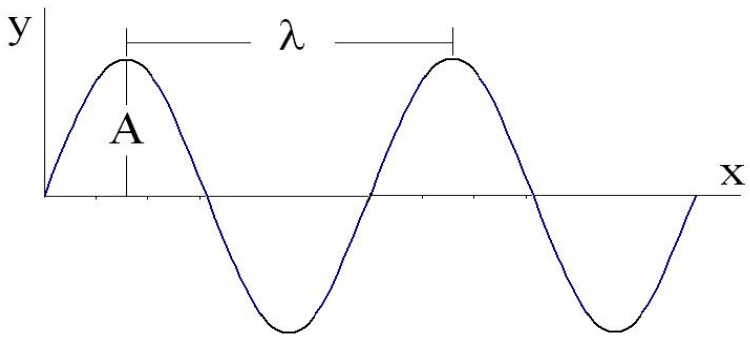
le $f_{1,2}(x,t) = f_{1,2}(x \pm vt)$ e quindi sono soluzioni dell'equazione di d'Alembert



Caratteristiche dell'onda sinusoidale:

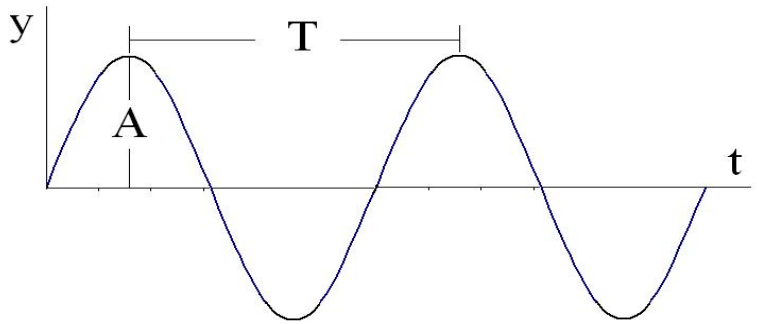
Consideriamo come funzione d'onda sinusoidale la **y = A sin k (x – v t)**
Che può essere scritta: **y = A sin (kx – kvt)**

Al tempo **t = 0** fotografiamo la posizione dell'onda: **y = A sin (kx)**



A è l'ampiezza di oscillazione
λ è la lunghezza d'onda [m]
k = 2 π/λ è il numero d'onda [rad/m]

Nel punto di coordinata **x = 0** rileviamo l'oscillazione che subisce il punto al passaggio dell'onda **y = A sin (kvt) = A sin (**ω**t)**



T è il periodo di oscillazione [s]
$\omega = 2\pi/T$ è la pulsazione [rad/s]
f = 1/T è la frequenza [1/s = Hz]
Vale la relazione di dispersione:

$\omega = k\,v$ **e** $v = \lambda f$

Verifica. Consideriamo un'onda di tipo armonico:

$$y = A \sin (kx - \omega t)$$

Avendo posto $k\,v = \omega$ in base alla relazione di dispersione

Deriviamo questa funzione rispetto ad **x** e rispetto a **t**

$$\frac{\partial y}{\partial x} = A\,k \cos(k\,x - \omega\,t) \qquad \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega\,A \cos(k\,x - \omega\,t)$$

Deriviamo una seconda volta rispetto ad **x** e rispetto a **t**

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -A\,k^2 \sin(k\,x - \omega\,t) \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega\,A(-\sin(k\,x - \omega\,t))(-\omega) = -A\,\omega^2 \sin(k\,x - \omega\,t)$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{k^2}{\omega^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}$$

N.B. per l'onda regressiva si ottiene lo stesso risultato

Particolare importanza hanno combinazioni lineari di onde sinusoidali del tipo:

$$\mathbf{f(x,t) = A\cos k(x \pm vt) + B\sin k(x \pm vt)} \qquad \mathbf{(1)}$$

la $\mathbf{f(x,t) = f(x \pm vt)}$ e quindi è una

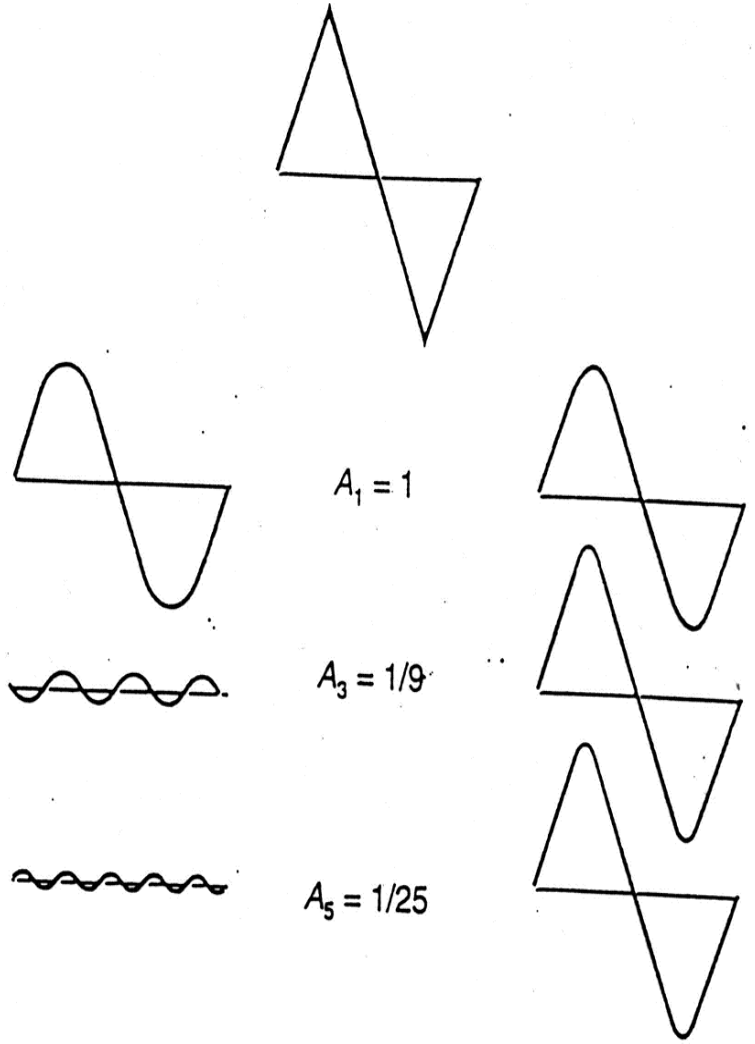
soluzione dell'equazione di d'Alembert

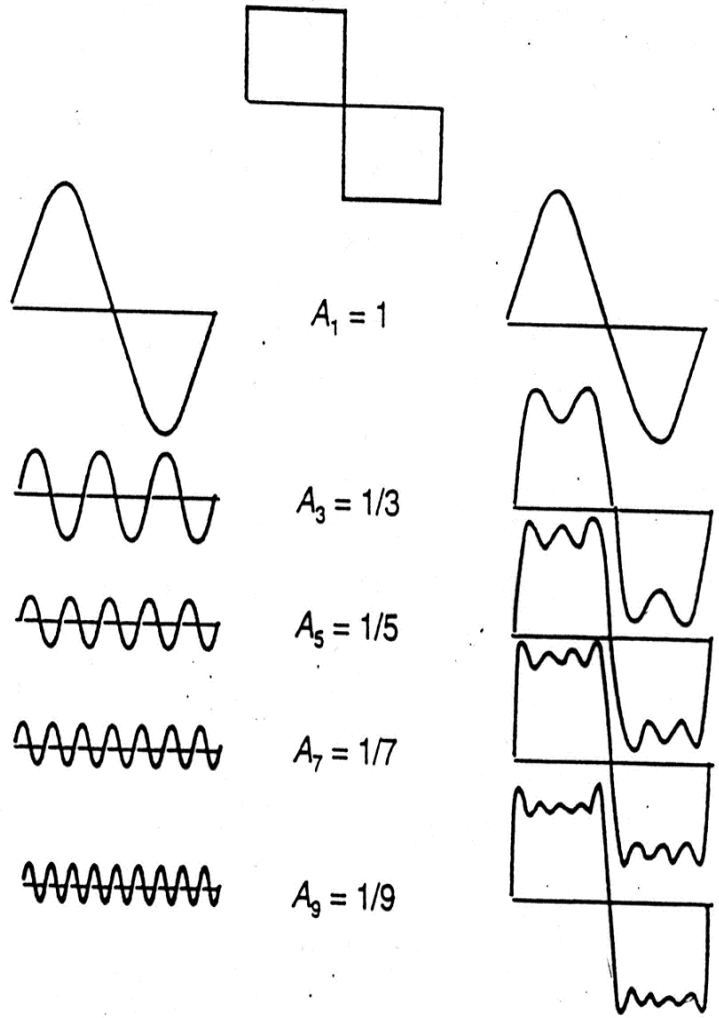
La funzione d'onda sinusoidale è estesa infinitamente sia nel tempo che nello spazio, e non è adatta a descrivere fenomeni impulsivi (perturbazioni finite).

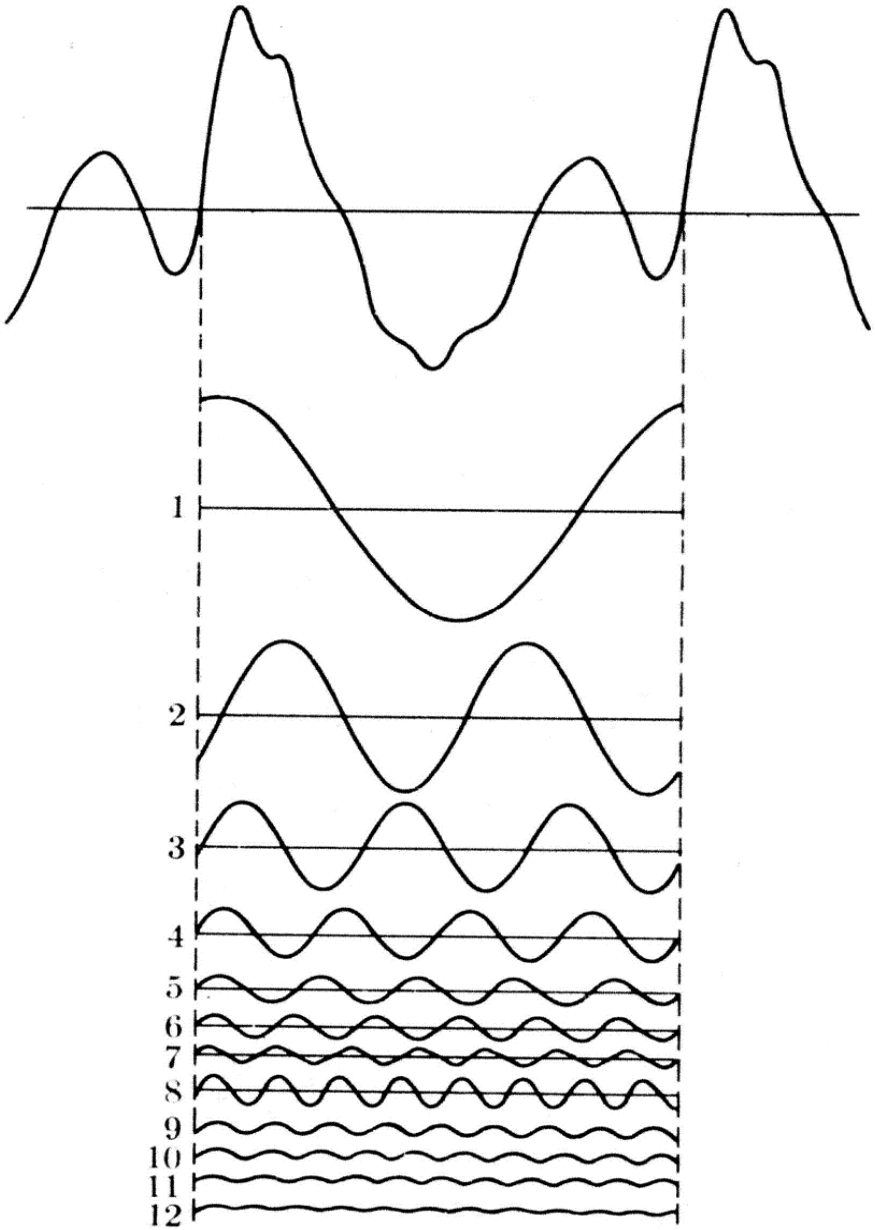
Tuttavia, per il Teorema di Fourier una qualsiasi funzione **f(x,t)** può essere scomposta in una serie discreta o continua di funzioni sinusoidali
(che costituiscono lo spettro di **f(x,t)**) come la **(1)**

$$\mathbf{f(x,t) = \Sigma\, f_i(x,t)}$$

Esempi di sviluppo in serie del tipo $\mathbf{f(x,t) = \Sigma A_i \sin(k_i x - \omega_i t)}$






1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12

In conclusione

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{k^2}{\omega^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Una grandezza fisica la cui evoluzione nel tempo e nello spazio sia rappresentata da una funzione che soddisfa l'equazione di d'Alembert, è un'onda.

L'equazione di d'Alembert è lineare e per essa vale il principio di sovrapposizione.

In base al teorema di Fourier, ogni armonica dello sviluppo in serie è soluzione dell'equazione

Quindi d'ora in avanti considereremo solo funzioni d'onda sinusoidali.

Onde in due o tre dimensioni

La funzione $\xi = \mathbf{f}(\mathbf{x} - \mathbf{vt})$ che abbiamo ricavato dall'equazione di D'Alembert

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

Rappresenta un'onda che si propaga lungo l'asse **x** con velocità **v**.

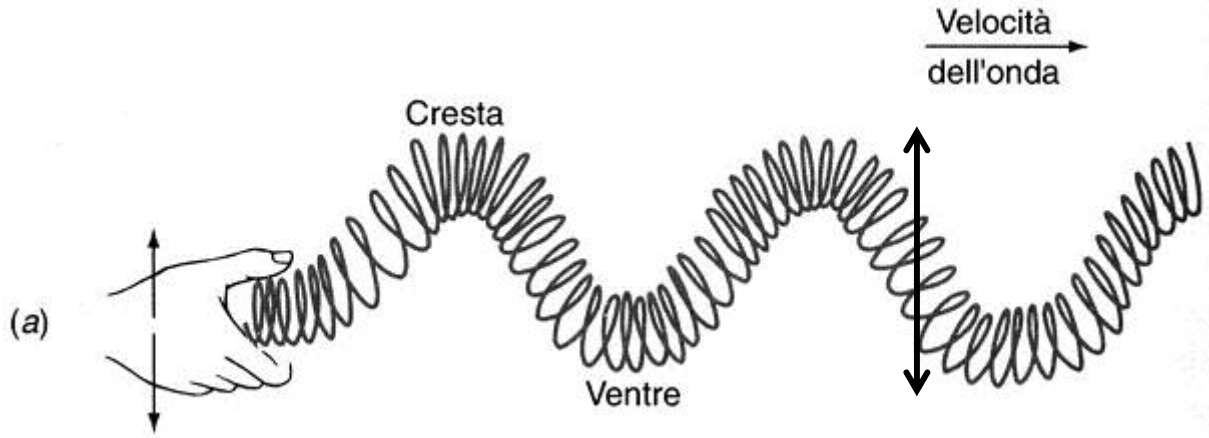
Per un'onda in tre dimensioni con funzione d'onda

$\xi = \mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z},\mathbf{t})$ l'equazione diventa:

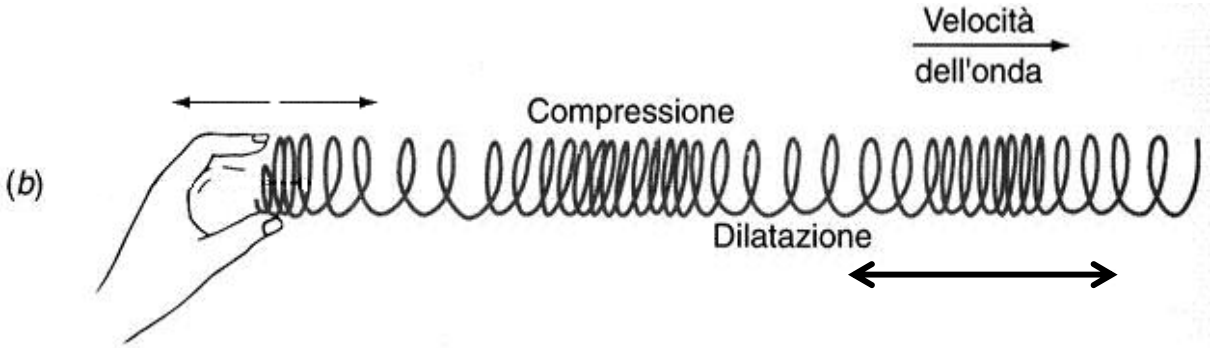
$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \qquad \nabla^2 \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

Le onde vanno classificate in base al modo in cui le grandezze fisiche interessate nella propagazione oscillano rispetto alla direzione di propagazione dell'onda.
Le onde possono essere di tipo :

a) trasversale



b) longitudinale



Onde meccaniche in una sbarra elastica

$$\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2} = \boxed{\frac{Y}{\rho}} \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2} \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \boxed{v^2} \qquad v = \left(\frac{Y}{\rho} \right)^{1/2}$$

Onde sonore

L'aria in condizioni standard si può considerare un gas perfetto biatomico:

$$p\,V^{\gamma} = \text{cost} \qquad \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \boxed{\frac{p_0\,\gamma}{\rho}} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \qquad v = \left(\frac{p_0\,\gamma}{\rho} \right)^{1/2}$$

$p_0 = 101$ kPa ; $\rho = 1.29$ kg/m^3 ; $\gamma = 1.41$ $\qquad v = 331.5$ m/s

Onde trasversali in una coda

$$\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2} = \boxed{\frac{T}{\rho_l}} \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2} \qquad v = \left(\frac{T}{\rho_l} \right)^{1/2}$$

Le equazioni di Maxwell

$$\oint \bar{E} \cdot \bar{u}_n \, dA = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

GAUSS
1ª Maxwell

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\oint \bar{B} \cdot \bar{u}_n \, dA = 0$$

CM solenoidale
2ª Maxwell

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{B} = 0$$

$$\oint_\Gamma \bar{E} \cdot d\bar{\ell} = - \frac{d}{dt} \int_A \bar{B} \cdot \bar{u}_n \, dA$$

FH
3ª
Maxwell

$$\bar{\nabla} \times \bar{E} = - \frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$$

$$\oint_\Gamma \bar{B} \cdot d\bar{\ell} = \mu_0 i + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \Phi_E$$

Ampere – Maxwell
4ª Maxwell

$$\bar{\nabla} \times \bar{B} = \mu_0 \bar{j}_c + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \bar{E}}{\partial t}$$

$$\nabla^2 \overline{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \overline{E}}{\partial t^2}$$

Che rappresenta **l'equazione di d'Alembert per il CE nel vuoto.**
Se facciamo l'ipotesi che il **CE** si propaghi come **un'onda piana lungo l'asse x**
l'equazione che lo rappresenta sarà

$$\overline{E}(x, t) = \overline{E_0} \sin(k x - \omega t)$$

La velocità di propagazione del CE è

$$c = \frac{1}{(\mu_0 \varepsilon_0)^{1/2}} = 2.98 \times 10^{8} \text{ m/s}$$

In modo analogo, per il CM, risulta:
(si deriva rispetto al tempo la legge di FH)

$$\nabla^2 \overline{\mathcal{B}} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \overline{\mathcal{B}}}{\partial t^2}$$

Se anche per Il CM consideriamo un'onda piana che si propaga lungo l'asse x,

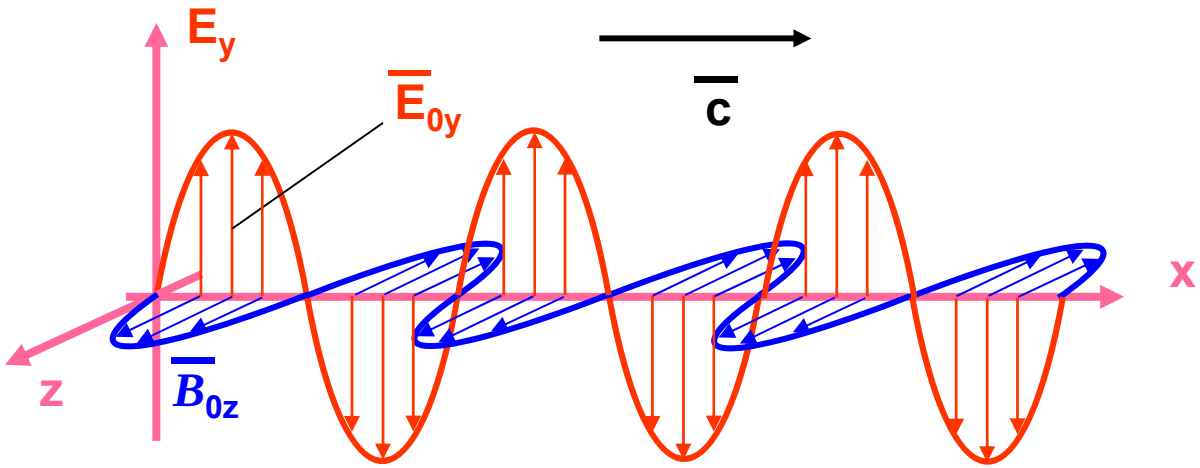
$$\overline{\mathcal{B}}(x, t) = \overline{\mathcal{B}}_0 \sin(k x - \omega t)$$

La velocità di propagazione del CM è

$$c = \frac{1}{(\mu_0 \varepsilon_0)^{1/2}} = 2.98 \times 10^{8} \text{ m/s}$$

$$\frac{E_{0y}}{B_{0z}} = \frac{\omega}{k} = c$$

In conclusione lsi dimostra che le onde CE e CM sono trasversali ed in fase tra loro.
Il rapporto tra le ampiezze dei due campi è uguale alla vellocità dell'onda (della luce) nel mezzo.



Si rappresenta la radiazione *elettromagnetica* come:
un' *onda* (**natura ondulatoria**) oppure
una serie di pacchetti discreti di energia, i *fotoni* (**natura corpuscolare**).

Natura ondulatoria: si adatta bene al mondo macroscopico (spiega effetti come rifrazione, diffrazione, interferenza)
Natura corpuscolare: mondo atomico e molecolare (fotoni ➔ effetto fotoelettrico)

Il legame tra le due rappresentazioni: ogni fotone ha energia pari a

$$E = h \cdot \nu$$

dove h è la costante di Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J. s

Luce monocromatica, di lunghezza d'onda λ = 590 nm.

a) Esprimere il valore della lunghezza d'onda in m, μm, nm, A.

λ = 590 nm = 5,9 x 10^{-7} m = 0,59 μm = 5900 Å

b) Ricavare la frequenza di tale radiazione

$\lambda = c / f$ quindi f = c / λ = 3 $\cdot 10^{8} m/s$ / 5,9$\cdot 10^{-7} m$ = 5,1 x 10^{14} Hz

c) Ricavare l'energia di un fotone:

E = h f = 6,63 x 10^{-34} J. s x 5,1 x 1014 Hz = 3,34 x 10^{-19} J

d) Se la potenza della sorgente è P = 50 W calcolare quanti fotoni arrivano in 1 secondo:

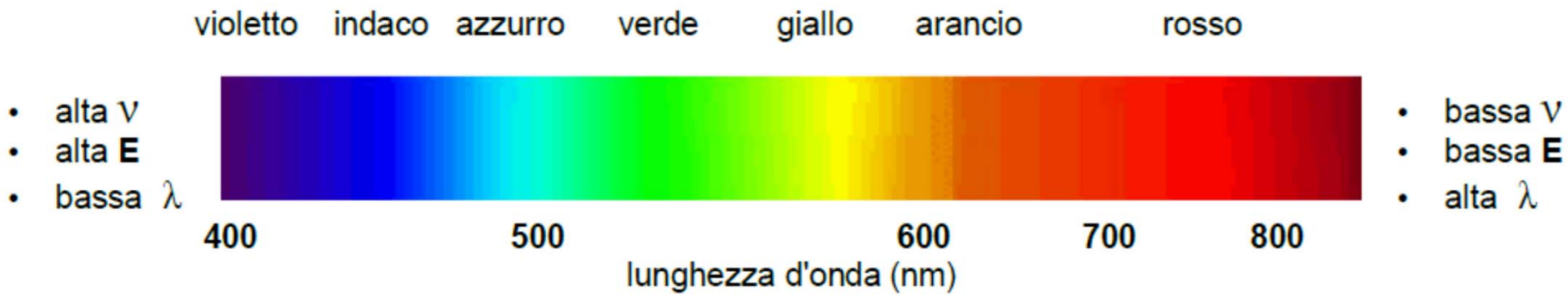
E = 50 J/s = N h f (in 1 s); h f = E_f = 3,34 x 10^{-19} J * 5,1 x 10^{14} =17.0 x 10^{-5} J
N = 50 / E_f = 2.94117 x 10^{-5} fotoni/s

LO SPETTRO DELLA RADIAZIONE ELETTROMAGNETICA

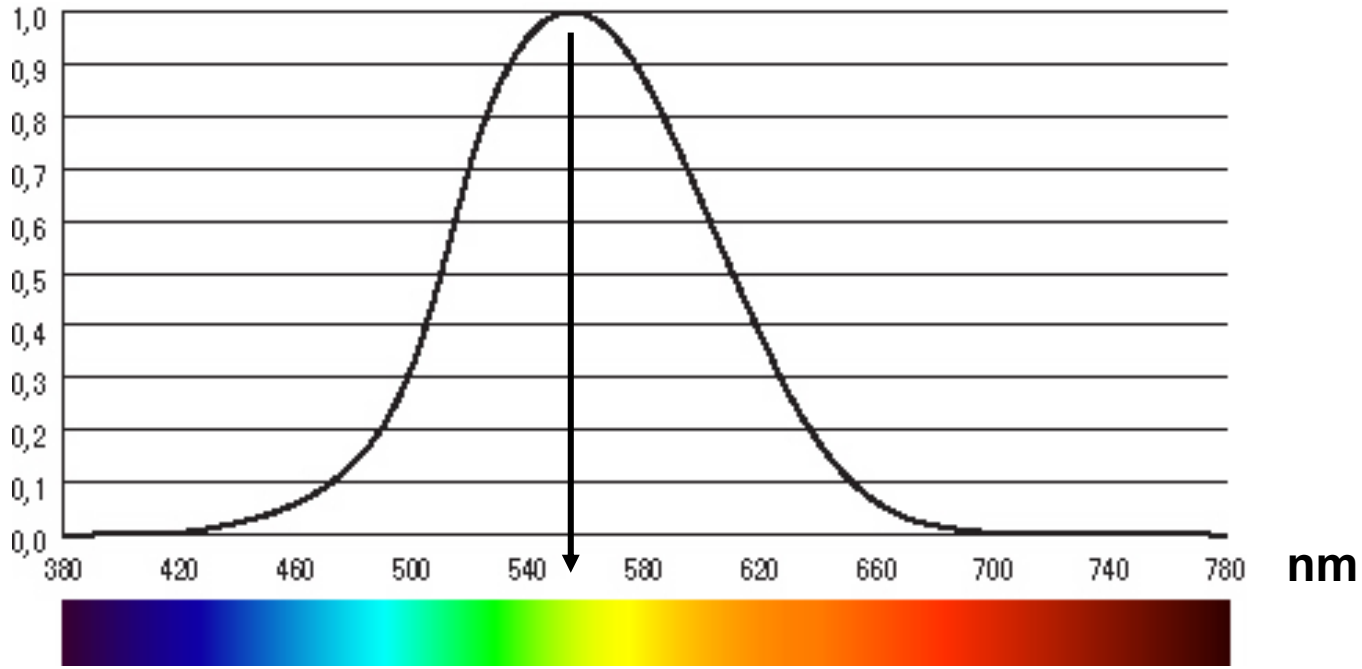
Radiofrequenze	**0.3 m < λ < km**
Microonde	**1 mm < λ < 0.3 m**
Infrarosso	**0.78 μm < λ < 1 mm**
Visibile	**0.38 μm < λ < 0.78 μm**
Ultravioletto	**6 nm < λ < 0.38 μm**
Raggi X	**0.6 nm < λ < 6 nm**
Raggi γ	**λ < 0.6 nm**

Viola	0.38 μm
Giallo	0.55 μm
Rosso	0.78 μm

Dispersione $f = c / \lambda$ f (giallo) = $1.65\ 10^{14}$ Hz

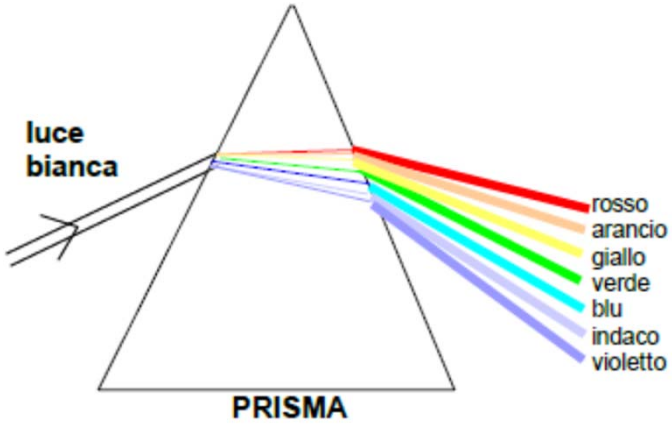


Spettro della luce visibile



Curva di visibilità relativa fotopica (coni)
La maggiore sensibilità dell'occhio è alla lunghezza d'onda di 555 nm (giallo).
I bastoncelli altri elementi sensibili nella retina, non distinguono i colori ma hanno uguale sensibilità nel buio.

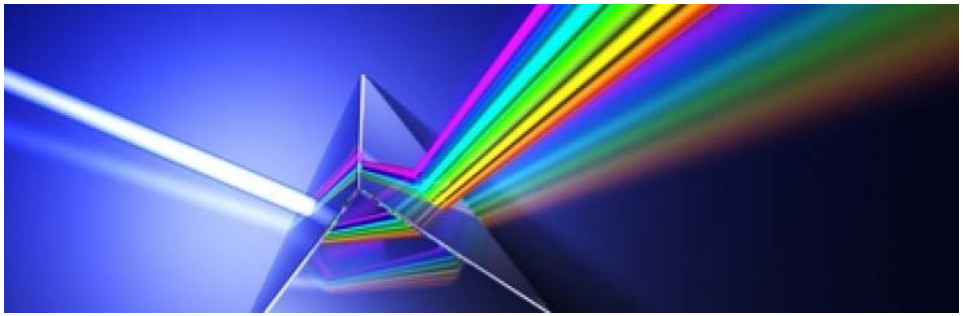
Composizione della luce visibile: dispersione

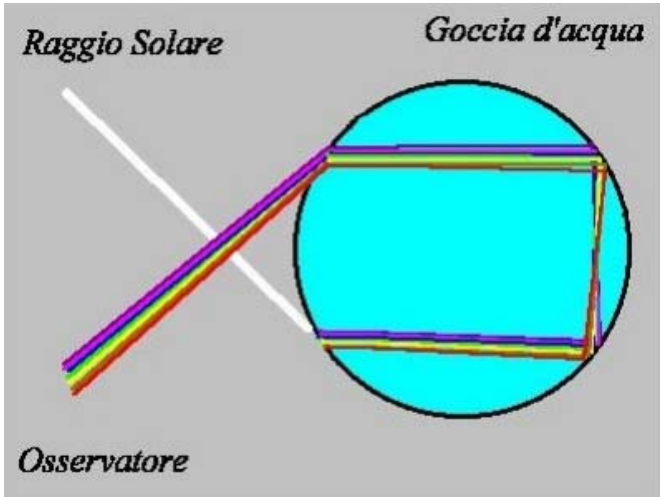


Raggio di luce bianca su un prisma di vetro; ne escono diversi colori, i colori dell'iride o dell'arcobaleno (superficie di un CD o superficie di una macchia d'olio su acqua)

Fenomeno della **''dispersione''** della luce:

- la luce "bianca" è l'effetto della **sovrapposizione** di radiazioni di diversa frequenza;
- quando un raggio di luce passa da un mezzo ad un altro viene deviato (fenomeno detto "**rifrazione**"); l'entità della deviazione dipende dalla lunghezza d'onda del raggio incidente.





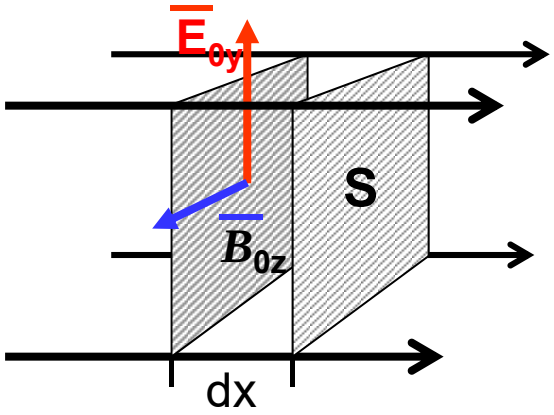
Un fascio di luce **monocromatico** è costituito da radiazioni di una sola frequenza e lunghezza d'onda.
Un fascio di luce **policromatico è** costituito da radiazioni di frequenza e lunghezza d'onda diverse.
La luce bianca proveniente dal sole è policromatica

Energia trasportata dall'onda EM

Intensità: la potenza che attraversa una determinata superficie:

$$I = \frac{dU}{dt}\,\frac{1}{S} = \frac{d\mathcal{V}}{dt}\,\frac{\omega}{S}$$

$$= \frac{\cancel{S}\,dx}{dt}\,\frac{\omega}{\cancel{S}} = \omega\, v$$



L'onda EM trasporta energia, legata alla densità di energia del CE e del CM:

$$I = (\omega_e + \omega_m)\, c = c\left[\frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}\right]$$

$$\overline{E}(x,t) = E_{0y}\sin(kx - \omega t)\,\overline{u}_y \qquad \overline{B}(x,t) = B_{0z}\sin(kx - \omega t)\,\overline{u}_z$$

$$I = (\omega_e + \omega_m)\, c = c \left[\frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0} \right]$$

Ricordiamo la relazione che esiste tra CE e CM nell'onda EM:

$$\frac{E}{B} = c \qquad c^2 = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}$$

Sostituendo: $$I = c\, \varepsilon_0\, E^2 = c\, \varepsilon_0\, E_{0y}^2 \sin^2 (k x - \omega t)$$

Si definisce anche **il vettore di Poynting**, che,
in direzione e modulo è la misura del flusso di energia

$$\overline{I} = \overline{S} = c^2\, \varepsilon_0\, \overline{E} \times \overline{B}$$

Noi **misuriamo un valore medio per l'intensità**.

Il valor medio del quadrato di una funzione sinusoidale è pari ad 1/2

$$< I > = \frac{1}{2} \; c \; \varepsilon_0 \; E_0^2 = < \frac{dU}{dt} > \frac{1}{S}$$

Ad esempio, per la radiazione solare si ha sperimentalmente:

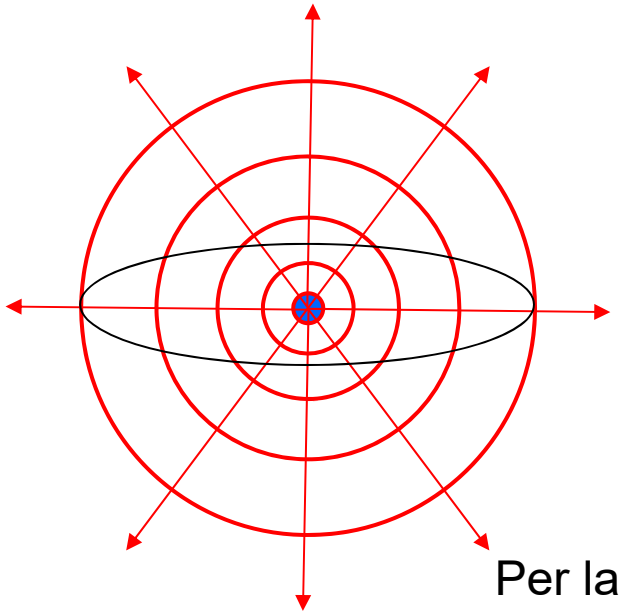
$$< I > = 1535 \text{ W / m}^2 = \frac{1}{2} \; c \; \varepsilon_0 \; E_0^2 \qquad E_0 = 1080 \text{ V / m} \qquad B_0 = 3.58 \; \mu\text{T} \qquad B = \frac{E}{c}$$

In un mezzo con velocità **v** definiamo l'indice di rifrazione del mezzo **n = c / v**

$$c = \frac{1}{(\mu_0 \, \varepsilon_0)^{1/2}} \qquad v = \frac{1}{(\mu \, \varepsilon)^{1/2}} \qquad n = \frac{c}{v} = (\mu_r \, \varepsilon_r)^{1/2} \qquad \mu_r \approx 1 \qquad \boxed{n = (\varepsilon_r)^{1/2}}$$

$$< I > = \frac{1}{2} \; v \; \varepsilon \; E_0^2 = \frac{1}{2} \frac{c}{n} \; \varepsilon_r \; \varepsilon_0 \; E_0^2$$

$$\boxed{< I > = \frac{1}{2} \; c \, n \; \varepsilon_0 \; E_0^2}$$



Come si comporta un'onda che si propaga in tre dimensioni ?

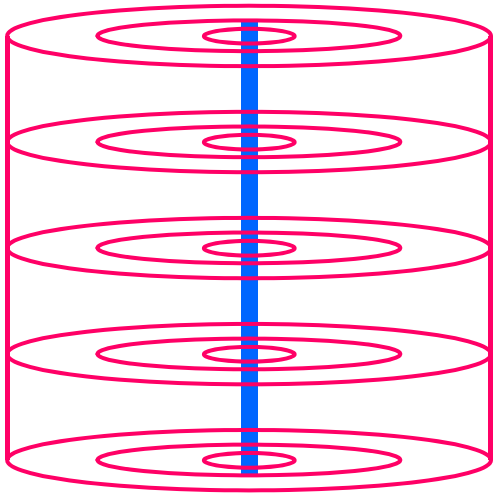
Se il fronte d'onda è sferico:

$$P = \int_A I \, dA = \int_A \frac{1}{2} c \, n \, \varepsilon_0 \, E_0^2 \, dA$$

$$= \frac{1}{2} c \, n \, \varepsilon_0 \, E_0^2 \, (4 \pi r^2)$$

Per la conservazione dell'energia **P** non deve dipendere da **r**

$$P = \text{cost} \qquad E_0 = E_0(r)$$



$$E(r,t) = \frac{E_0(r)}{r} \cos(\omega t - \bar{k} \cdot \bar{r})$$

Se il fronte d'onda è cilindrico

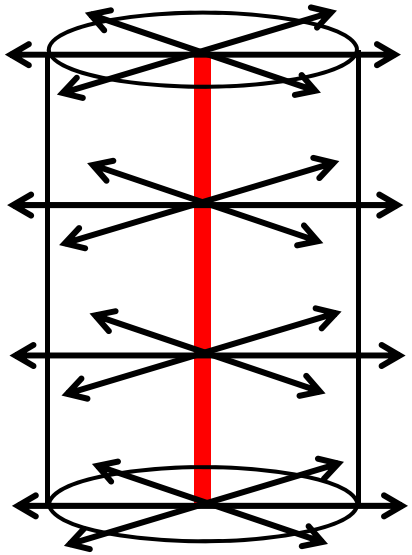
$$E(r,t) = \frac{E_0}{r^{1/2}} \cos(\omega t - \bar{k} \cdot \bar{r})$$

Un cellulare ha una potenza media **P = 2 W** emessi tramite un'antenna di 2 cm di lunghezza.

Calcolare l'ampiezza del CE ad una distanza **r = 5 cm**.

A **5 cm** di distanza dall'antenna, la potenza dell'onda è distribuita su di una superficie cilindrica

$$S = 0.02 \times 2\pi r = 0.0063 \text{ m}^{2}.$$

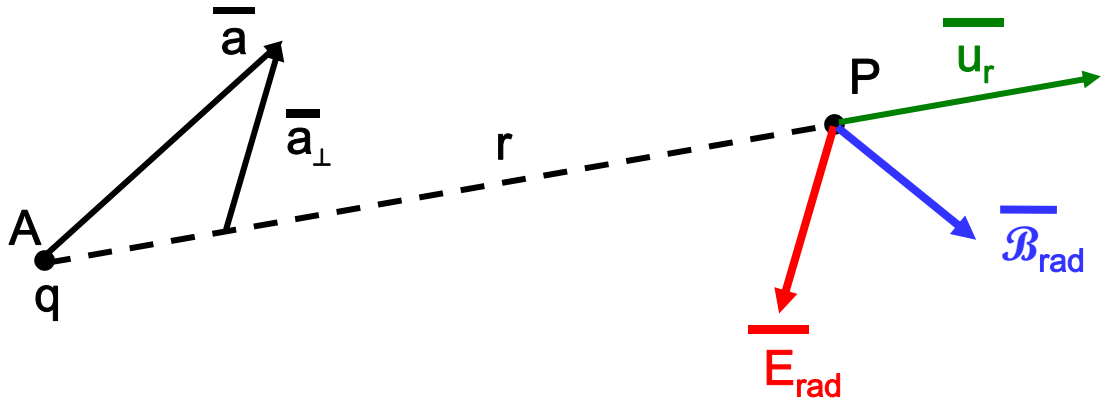


L'intensità:

$$I = \frac{P}{S} = 318.3 \text{ W m}^{-2}. = \frac{1}{2} c\, n\, \varepsilon_0 E_0^2$$

L'ampiezza max del CE (n = 1) $E_0^2 = 2\, I\, (c\, \varepsilon_0)^{-1}$ $E_0 = 491$ V/m

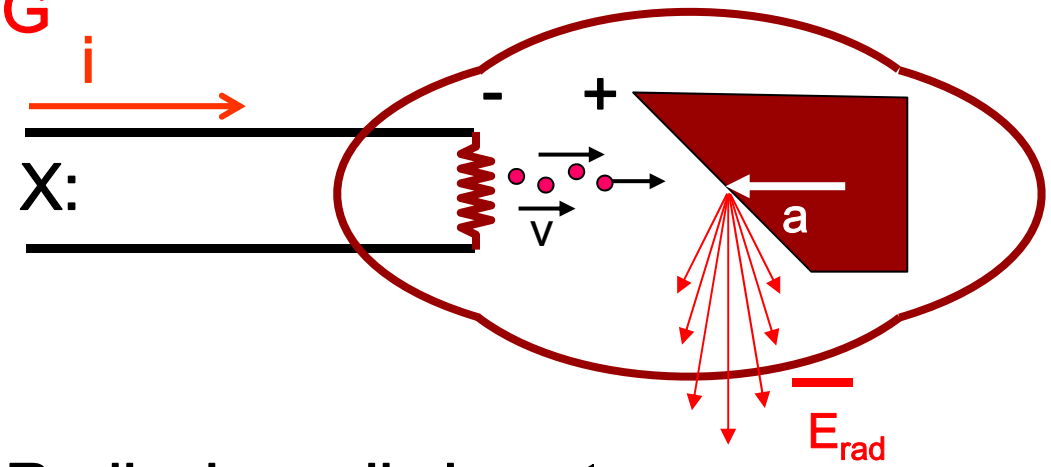
$$\begin{cases} \overline{E}_{rad} = - k_e q \dfrac{\overline{a}_\perp}{c^2 r} \\ \overline{\mathcal{B}}_{rad} = \dfrac{\overline{u}_r \times \overline{E}_{rad}}{c} \end{cases}$$

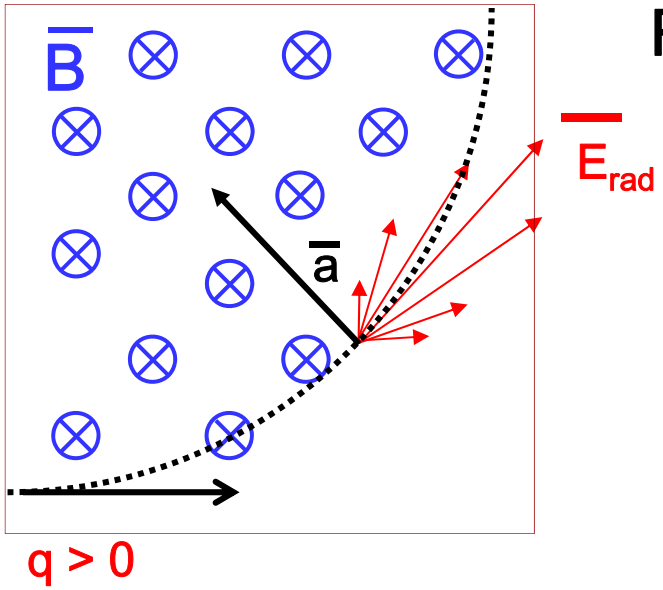


Si tratta di un'onda e.m. sferica (dipende da 1/r) con centro in A che si propaga nel verso di u_r

BREMSSTRAHLUNG

Produzione di raggi X:





Radiazione di sincrotrone

Una carica q in moto circolare ed uniforme con velocità angolare ω, risente di una accelerazione centripeta

$$a = \omega^2 r$$

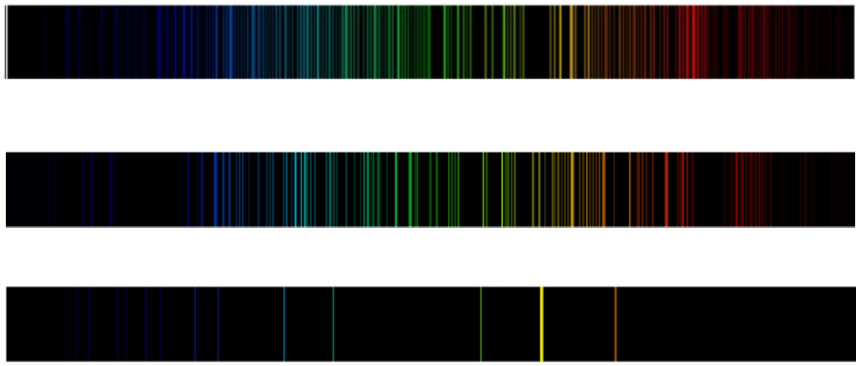
(r è il raggio dell'orbita) :
irradia energia e.m.
Sorgenti radio stellari

Corpo nero

Qualsiasi corpo, che si trovi allo stato solido, liquido o gassoso,
emette radiazioni e.m.

Lo spettro delle sostanze allo stato solido o liquido è generalmente continuo
Quello delle sostanze gassose è uno spettro a righe

Spettro continuo



Spettro di emissione dei gas

A Temperatura ambiente l'effetto non è percepibile ad occhio nudo
Però un metallo portato a temperatura elevata diventa incandescente:
emette radiazione principalmente nel visibile

Riflessione e assorbimento della luce nei corpi

L'assorbimento o la riflessione della luce sulla superficie di un corpo, dipende dalla lunghezza d'onda: se vediamo un corpo blu o giallo, è perché, della luce bianca che incide su di esso, viene riflessa soprattutto la luce con quella λ.
Una caratteristica dei corpi è di **assorbire le λ che emettono (se riscaldati)**

Spettro di emissione di un gas

Spettro di assorbimento dello stesso gas

Per le superfici di solidi:
quelle **bianche** o argentate **riflettono** tutta la luce incidente (thermos)
quelle **nere**, invece, **assorbono** tutta la luce incidente
(nero fumo, pece, inchiostro nero)

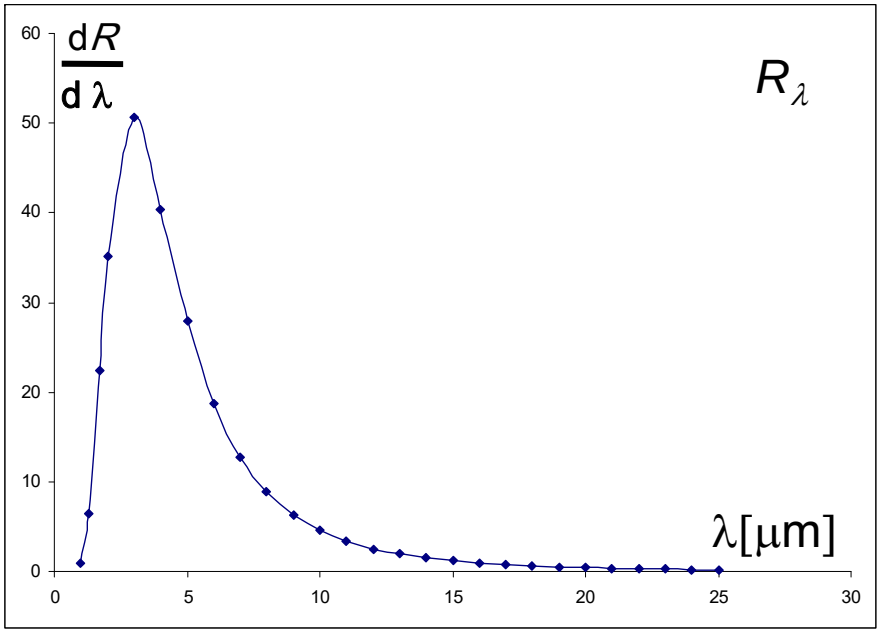
Definiamo alcune grandezze fisiche correlate col problema:

Radianza o emittenza (R) :
Potenza e.m. emessa dalla superficie unitaria del solido [W/m^2]

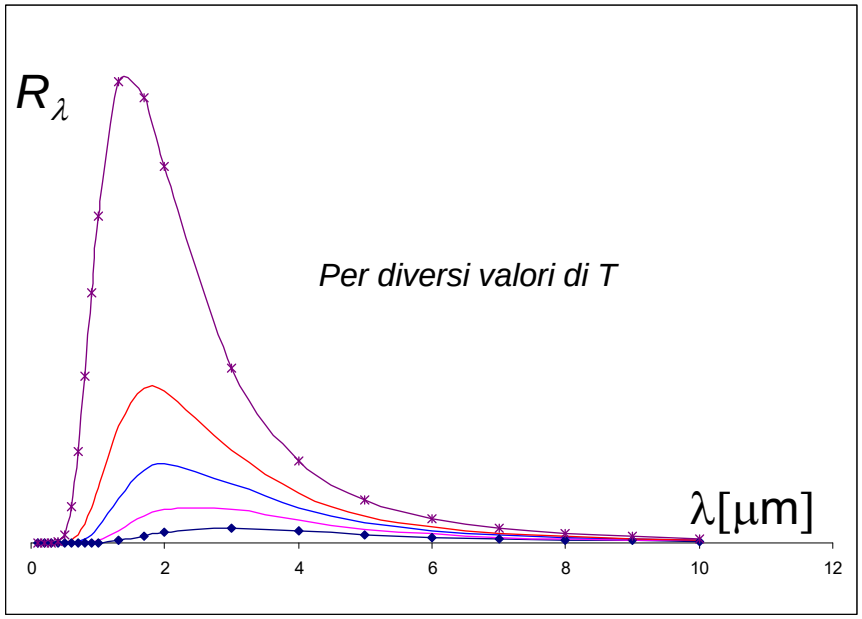
Radianza spettrale (R_λ) :
Potenza e.m. emessa dalla superficie unitaria del solido
per intervallo unitario di λ [W/m^3]

$$R_\lambda = \frac{dR}{d\lambda}$$

$$R = \int_0^\infty R_\lambda \, d\lambda$$



In base a quanto affermato sul colore della superficie dei corpi,
la radianza spettrale dipende
dalla natura del solido,
dalla sua temperatura.

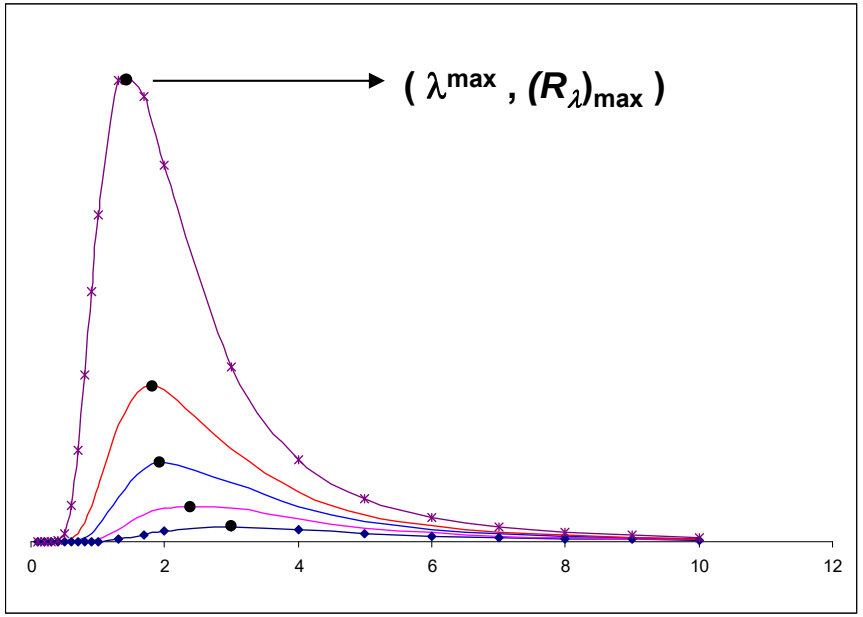


Le leggi del corpo nero:

1ª Legge di Wein (dello spostamento) $\lambda_{max}\, T = cost = 0.289\ 10^{-2}\ m\ K$

Per un corpo umano $T = 310\ K$ $\lambda_{max} = 93\ \mu m$

2ª Legge di Wein $\dfrac{(R_\lambda)_{max}}{T^5} = cost = 1.2\ 10^{-5}\ W\ m^{-3} K^{-5}$



Legge dell'irraggiamento o di Stephan – Boltzmann:

$$R = \int_0^\infty R_\lambda\, d\lambda = \sigma\, T^4$$

$$\sigma = 5.67\ 10^{-8}\ W\ m^{-2}\ K^4$$

Il massimo della Radianza spettrale del Sole si ha alla lunghezza d'onda del giallo, λ_{max} = 555 10^{-9} m. Calcolare:
a) la temperatura della superficie del Sole T_S;

Dalla 1ª legge di Wien: $\lambda_{max}\, T = 0.289\ 10^{-2}$ m K ; $T_S = 5270$ K

b) il raggio del Sole R_S, sapendo che l'Intensità della radiazione solare sulla superficie terrestre vale I = 1.53 kW/m²

Legge dell'irraggiamento (Stephan – Boltzmann) : $R = \sigma\ T^4 = 437\ 10^9$ W m^{-2}

$\sigma = 5.67\ 10^{-8}$ W m^{-2} K^4

La **potenza** emessa dal Sole è data da : $P = R\ 4\ \pi\ R_S^2$;

sulla Terra, a distanza r = 1.5 10^{11} m risulta $I = P / 4\ \pi\ r^2 = R\ 4\ \pi\ R_S^2 / 4\ \pi\ r^2$,

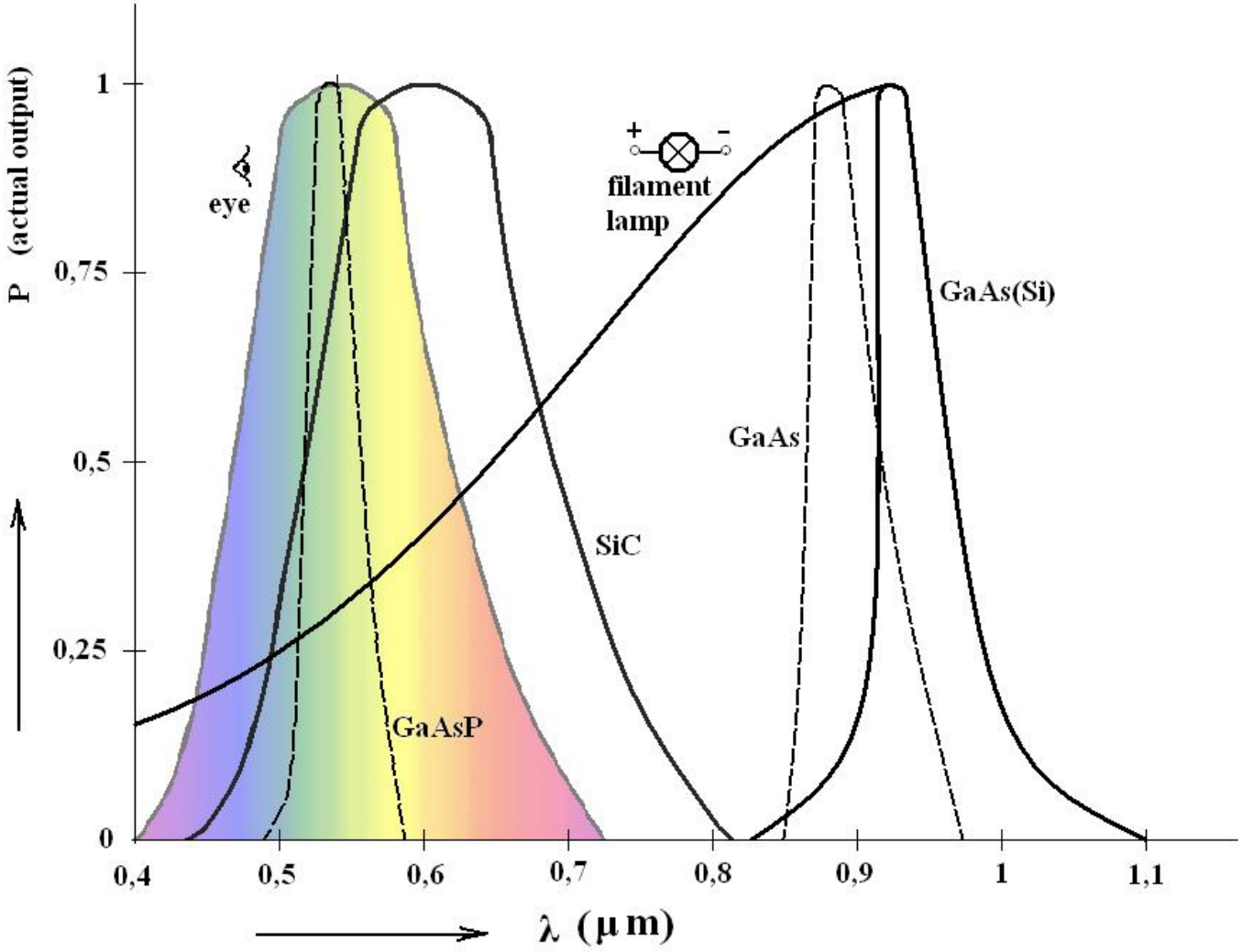
da cui $R_S = (I\ r^2 / R)^{1/2} = 9\ 10^8$ m ,

che è in buon accordo con le misure astronomiche, da cui $R_S = 6.965\ 10^8$ m.

Discrepanza:
Il Sole non è un corpo nero e nel calcolo si è trascurato l'assorbimento della Potenza da parte dell'atmosfera

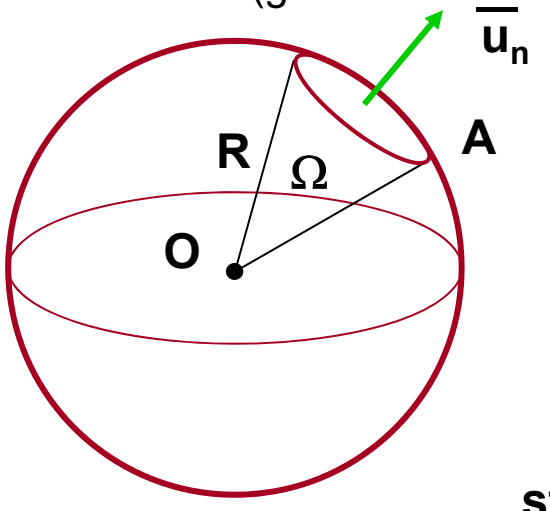
Efficienza luminosa

Lampada a incandescenza 2%
Tubi fluorescenti 10%
LED dall'1 al 44 %



Misura di un angolo solido in Steradianti

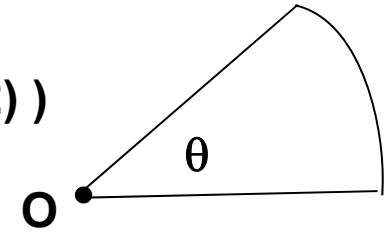
(generalizzazione del concetto di radiante al caso di figure solide)

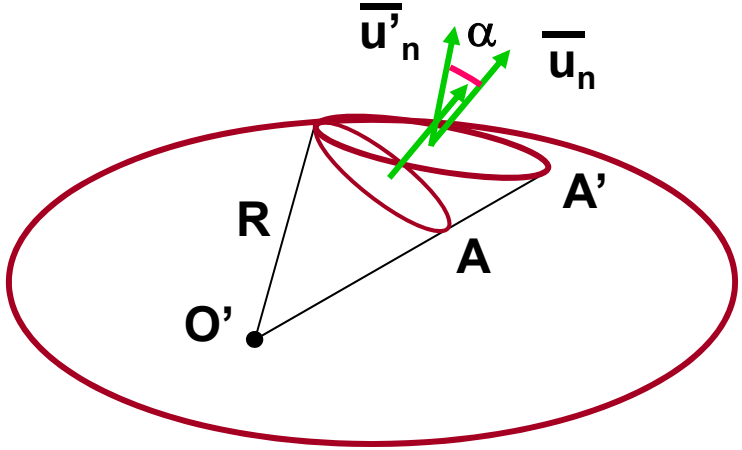


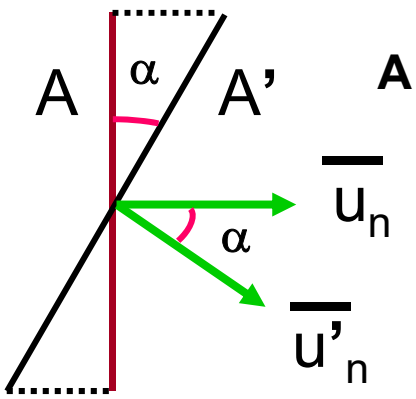
Sulla superficie di una sfera di raggio R consideriamo una superficie elementare dA. che sarà vista da un osservatore situato nel punto O sotto un angolo solido dΩ

$$\Omega = \frac{A}{R^2} = \frac{A' \cos \alpha}{R^2}$$

sterad = 2π (1 – cos (θ/2))







A = A' cos α

La potenza media di una stazione che irradia nello spazio in una semisfera, è P = 10^5W. Calcolare, a 10km dalla sorgente, l'Intensità I della radiazione.
Se la sorgente emette su di una semisfera di raggio r, la potenza emessa si distribuisce su di un'area A **= 2 π r^2 ; I = P/A = $10^5/[2\pi(10^4)^2]$ = 1.6 10^{-4} W/m^2**

Una lampada da **500W** irradia **l'80%** della sua potenza isotropicamente. Calcolare ad una distanza **r = 5m** il valore dell'intensità I.
La potenza irradiata è $P = 500 \times 0.8 = 400W$;
a **r = 5m** di distanza I = **P/A = 400/ (4 π r^2) = 1.273 W/m^2**

Un trasmettitore emette onde elettromagnetiche in un cono che copre un angolo solido **$\Delta\Omega$ = 2 10^{-2}sr**. Ad una distanza **r = 2km** dal trasmettitore l'intensità della radiaizone è **I_0 = 0.53 W/m^2**. Calcolare la Potenza **P_0** emessa dal trasmettitore e l'intensità a **10km** di distanza dal trasmettitore.
A **2 km** di distanza la superficie interessata va**le A_0 = $\Delta\Omega$ r^2 = 8 10^4 m^2.**
L'intensità media è definita come **I_0 = P_0 / A_0** e quindi
P_0 = I_0 * A_0 = 0.53 * 8 *10^4 W = 42.5 kW.
Inoltre, dalla conservazione dell' energia su due differenti superfici A_0 **e** A_1**,** che sottendono lo stesso angolo solido **$\Delta\Omega$**, risulta:

P_0 = I_0 * A_0 = I_1 * A_1 , da cui,

I_1 = I_0 * A_0 / A_1 = I_0 * π r_0^2/ π r_1^2 = I_0 * r_0^2/ r_1^2

I_1 = 0.53 * 4 *10^6 /100 *10^6 = 2.12 10^{-2} W/m^2

lumen = 1/683 watt a 555 nm
candela = lumen/sr
lux = lumen/m^2
Efficienza luminosa = lumen/watt

Una lampada irraggia a 3,162m, 22 lux.
Calcolare la potenza assorbita dalla lampada.

Stesso angolo solido; dall'uguaglianza della potenza emessa

$P(r_1 = 1m) = P(r_2 = 3{,}162\ m) \rightarrow I_1 A_1 = I_2 A_2 \rightarrow I_1 \pi r_1^2 = I_2 \pi r_2^2$

$I_1 = I_2 (r_2/r_1)^2 = 22 * 10$ lux

(a 1 metro) 1 lux = 1 candela

lumen = candela * sr (tot di 360-30°) =

$220 * 2\pi(1 - \cos(330/2) = = 220 * 12.35 = 2717$ lumen

Eff = 0.02 watt totali = (2717/683)/0.02 = 3.98 / 0.02 = 200 W

D'Alembert: è **nota la forma dell'onda e la sua propagazione** una volta che siano note **le sorgenti e le condizioni al contorno.**
(dalla teoria delle soluzioni delle equazioni differenziali)

$$\nabla^2 \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

Nota la distribuzione delle sorgenti ed i valori della funzione x su di una superficie chiusa (**condizioni al contorno**) **è possibile trovare una soluzione** all'equazione di D'Alembert.

L'equazione, però, non spiega come si comporta l'onda alla superficie di separazione di due mezzi o in presenza di ostacoli.
È possibile allora studiare il comportamento dell'onda solo in base al carattere propagatorio, indipendentemente dalla sua ampiezza ?

È possibile determinare la forma della superficie d'onda in un istante t_2 conoscendola all'istante t_1 ?

Principio di Huyghens (metodo geometrico per costruire la forma dell'onda)

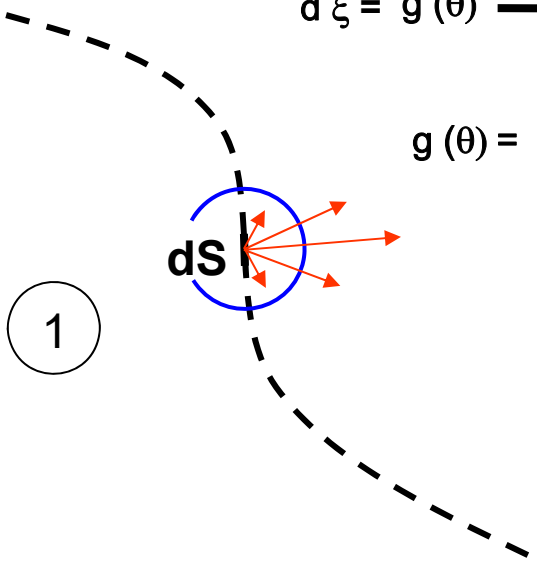
1 - Ogni elemento di una superficie d'onda $S(t_1)$ si può considerare a sua volta come **sorgente di onde sferiche elementari coerenti** (tutte in fase tra loro).

2 - **L'ampiezza** di queste onde è **proporzionale alle dimensioni dell'area elementare dS** che le genera con **intensità dipendente dall'angolo di emissione**.

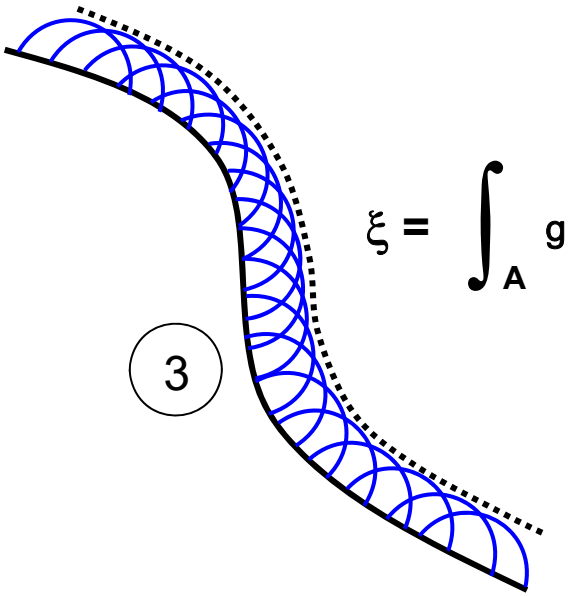
3 - La superficie d'onda $S(t_2)$ è data dall'inviluppo delle singole onde elementari.

$$d\xi = g(\theta)\,\frac{f(r - vt)}{r}\,dS$$

$$g(\theta) = \frac{1 + \cos\theta}{2}$$



2

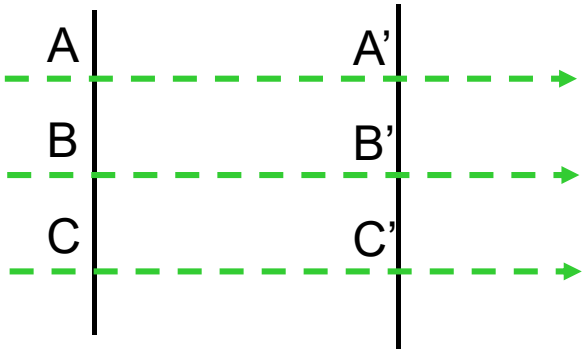


$$\xi = \int_A g(\theta)\,\frac{f(r - vt)}{r}\,dS$$

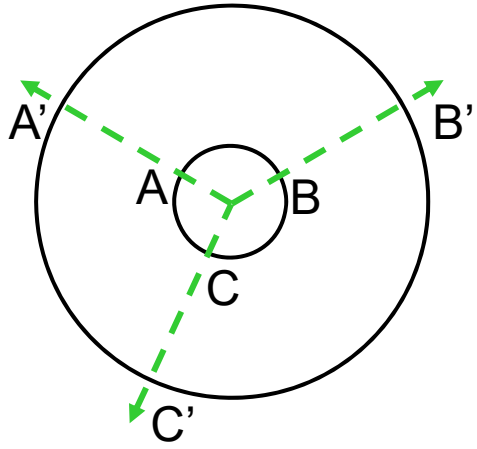
Teorema di Malus

Consideriamo due superfici d'onda corrispondenti a due istanti successivi t_1 e t_2.
I punti intersezione di un raggio con le superfici si dicono punti corrispondenti.

Superfici d'onda piana



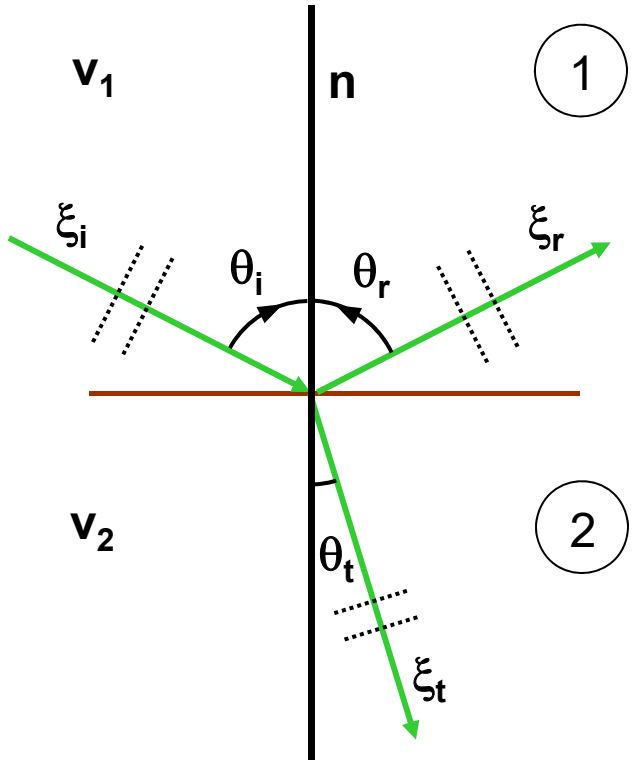
Superfici d'onda sferica



I punti corrispondenti: AA', BB', CC'.

Teorema di Malus dice che l'intervallo di tempo (cammino ottico) che separa punti corrispondenti di due superfici d'onda, è lo stesso per tutte le coppie di punti corrispondenti.

Riflessione e Rifrazione di onde piane su superfici piane



Le tre leggi: (Snell e Cartesio)

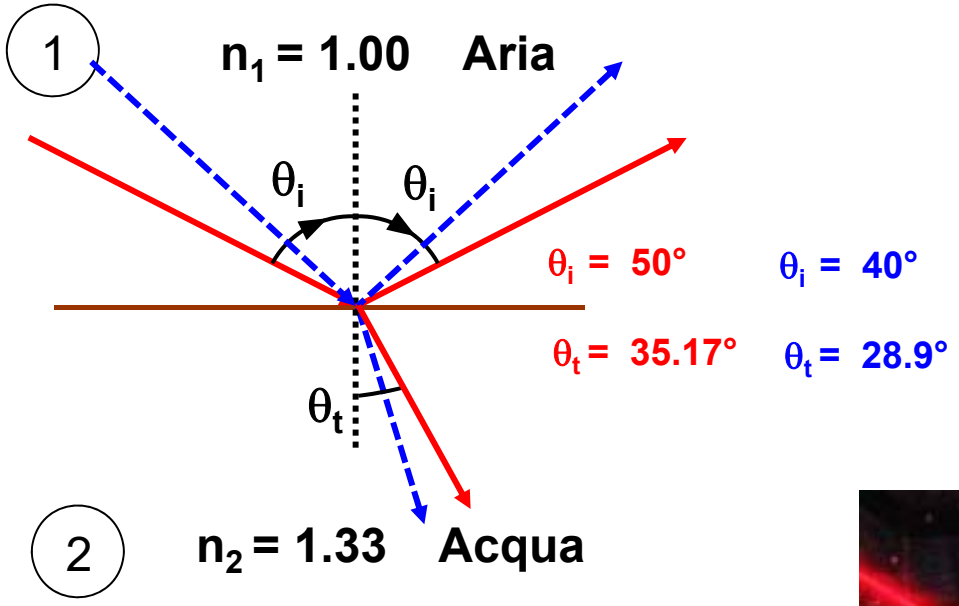
1 – i raggi incidente, riflesso, rifratto e la normale alla superficie nel punto di incidenza sono complanari.

2 – L'angolo riflesso è uguale all'angolo di incidenza. $\theta_i = \theta_r$

3 – Per la rifrazione

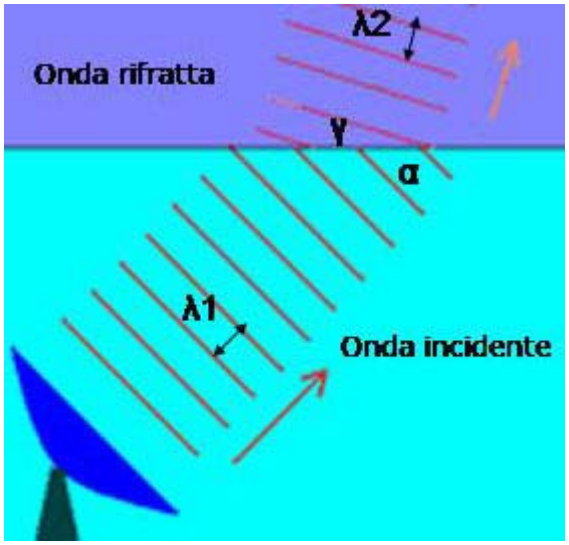
$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_t} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

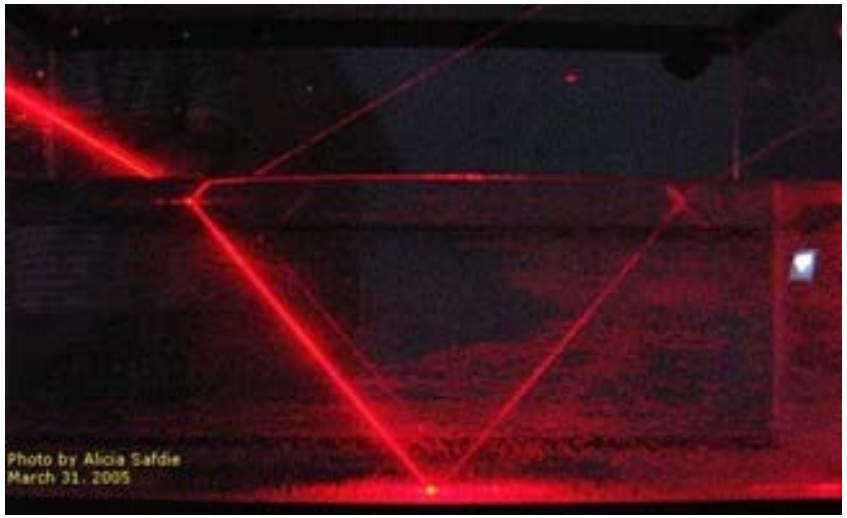
$$n = \frac{c}{v}$$



$$\sin\theta_i = \sin\theta_r$$

$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_t} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$





Tratto da: http://slideplayer.it/slide/596119/

Tratto da :http://www.openfisica.com/fisica_ipertesto/onde/rifrazione.php

Angolo limite

$$\sin\theta_t = \frac{n_1}{n_2}\sin\theta_i = n_{21}\sin\theta_i = 1 \qquad \sin\theta_i = \frac{n_2}{n_1}$$

$n_2 > n_1$ la condizione è sempre soddisfatta

$n_1 > n_2$ la condizione è soddisfatta se

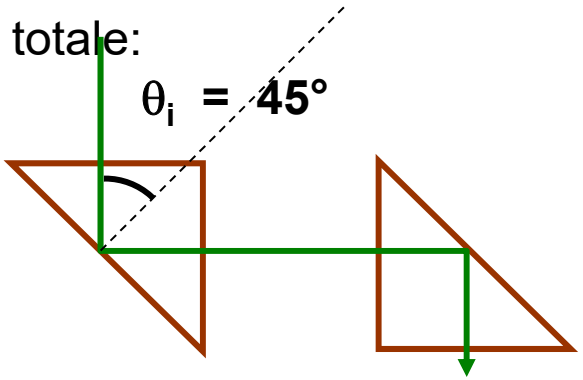
$$\theta_l = \arcsin\frac{n_2}{n_1}$$

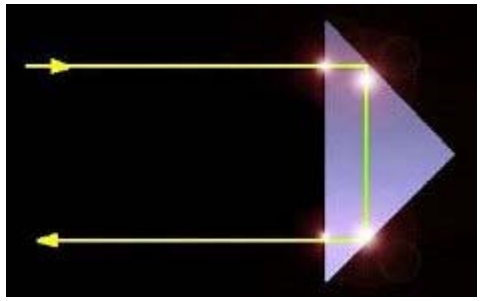
Esempio: passaggio di luce da vetro ad aria o da acqua ad aria

$$n_1 = n_{vetro} = 1.5 \qquad n_2 = n_{aria} = 1 \qquad \theta_l = \arcsin\frac{1}{1.5} = 41.8°$$

Prismi a riflessione totale:

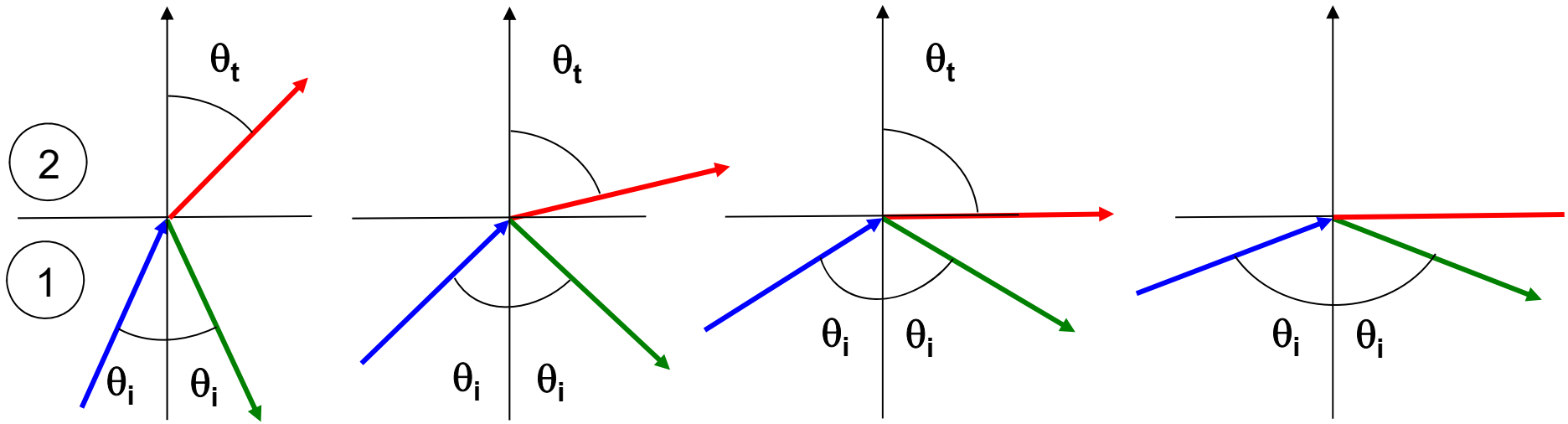
$\theta_i = 45°$





Tratto da: http://www.openfisica.com/fisica_ipertesto/openfisica1/riflessione_totale.php

$n_2 < n_1$ $n_1 = 1.33$ Acqua $n_2 = 1.00$ Aria



acqua/aria
$n_1 = 1.33$

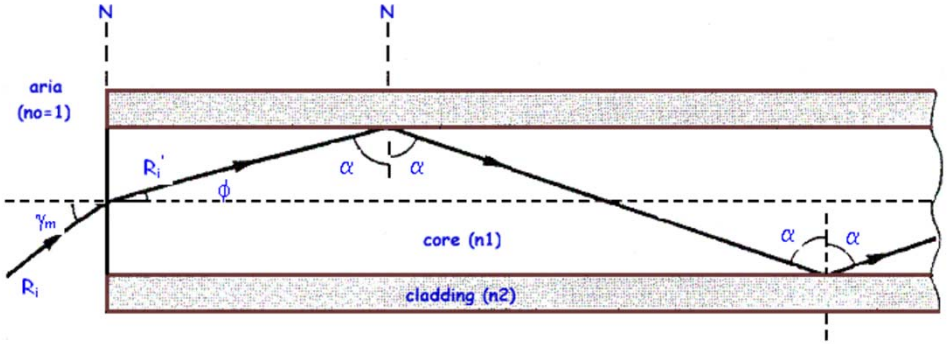
$\theta_L \cong 49°$

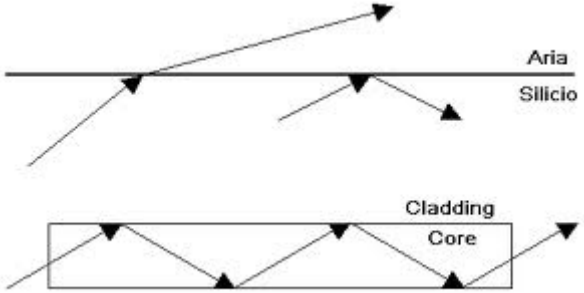
vetro crown/aria
$n_1 = 1.514$

$\theta_L \cong 41°$

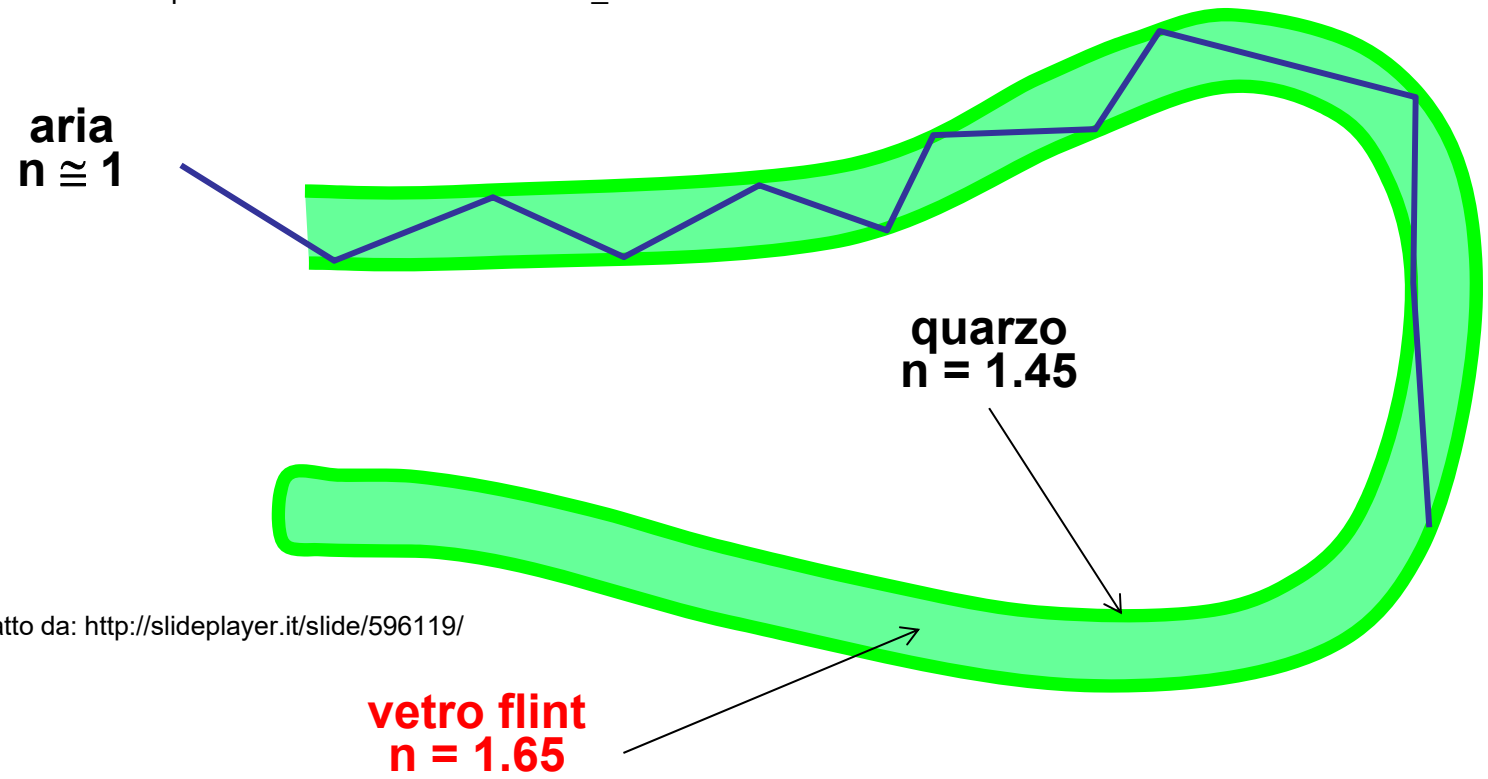
diamante/aria
$n_1 = 2.458$

$\theta_L \cong 24°$

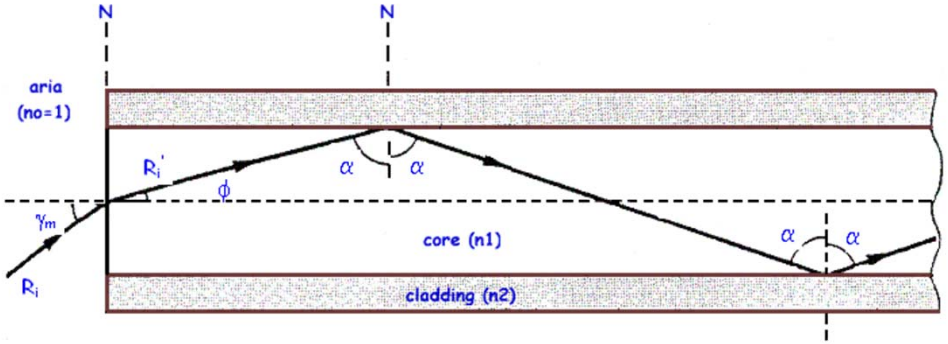


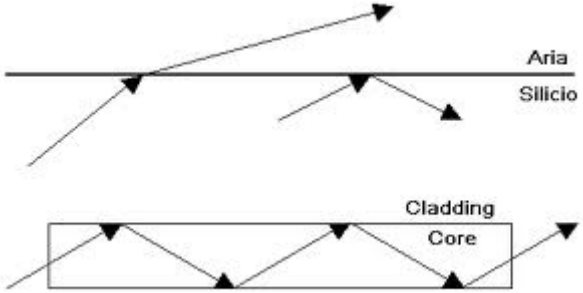


Tratto da: http://www.nonsolocittanova.it/fibre_ottiche.htm

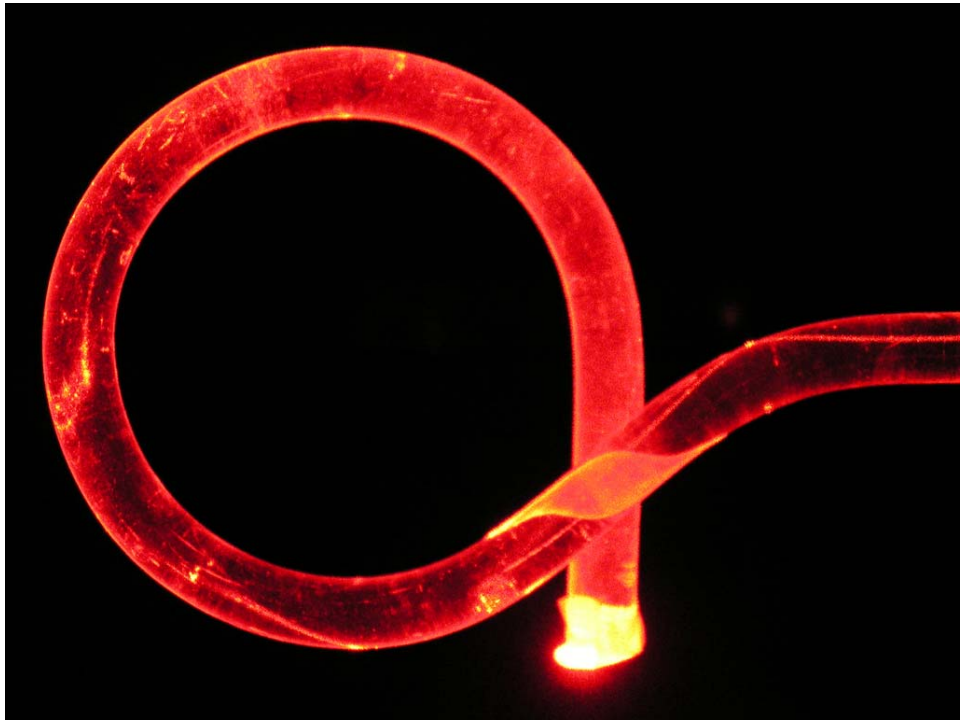


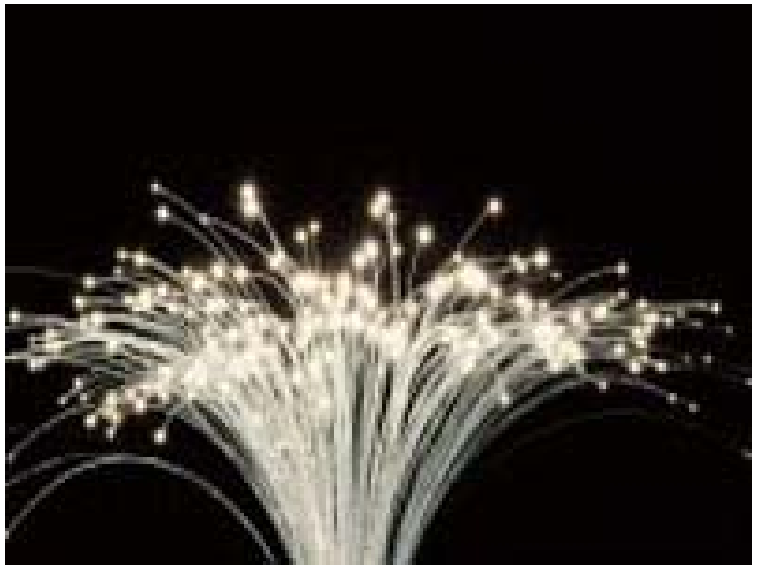
Tratto da: http://slideplayer.it/slide/596119/



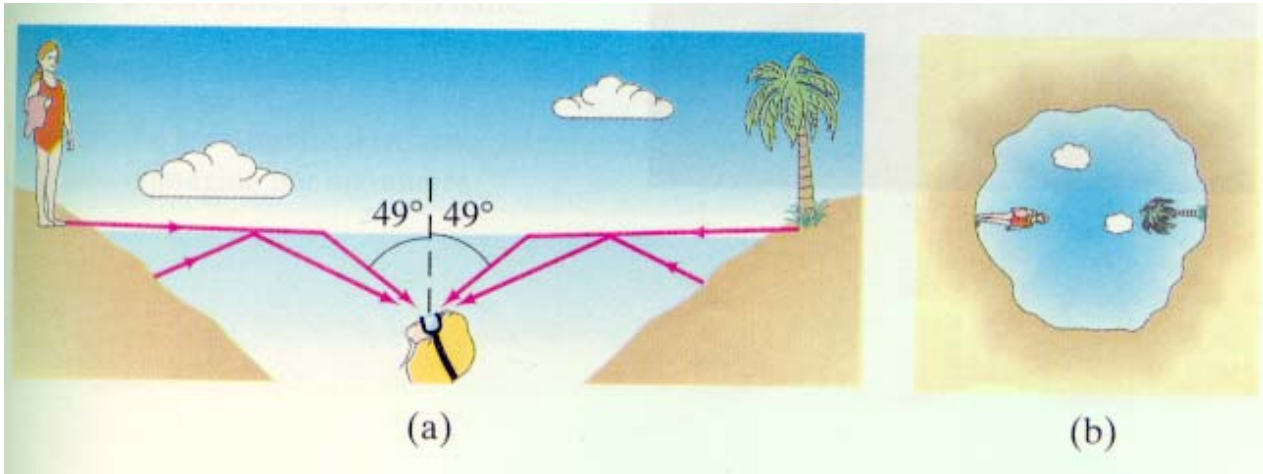


Tratto da: http://www.nonsolocittanova.it/fibre_ottiche.htm





Tratto da: http://fisicaondemusica.unimore.it/Indice_di_rifrazione.html

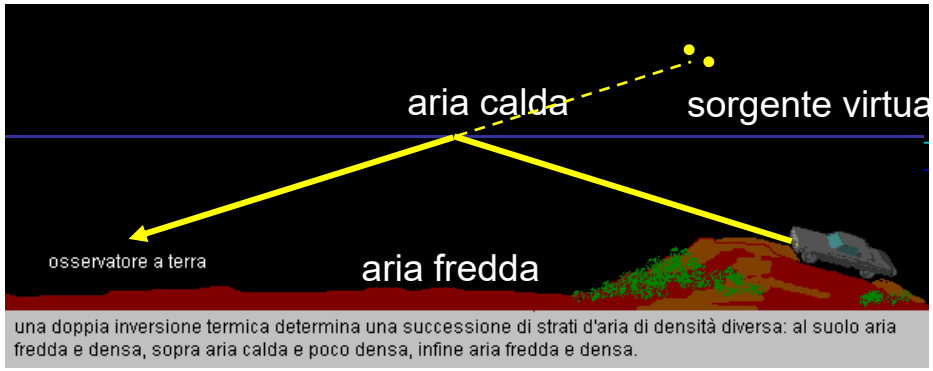


visione subacquea

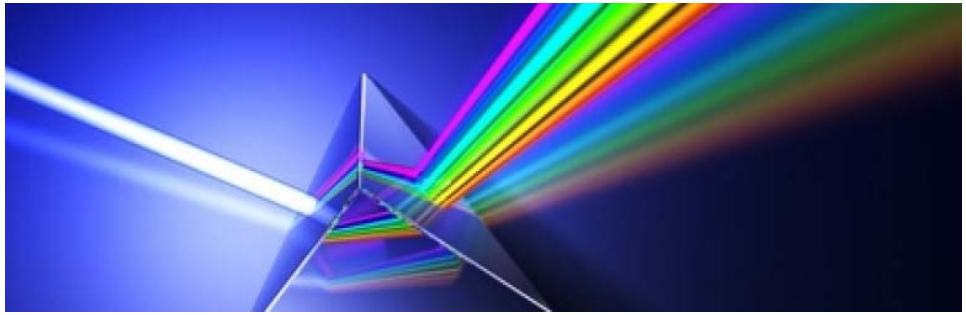
"brillantezza" del diamante

n dipende dalla densità, quindi dalla temperatura n = n(T)

- **Miraggio ottico (fata Morgana)**
- **"Tremolio" immagini vicine superfici calde**

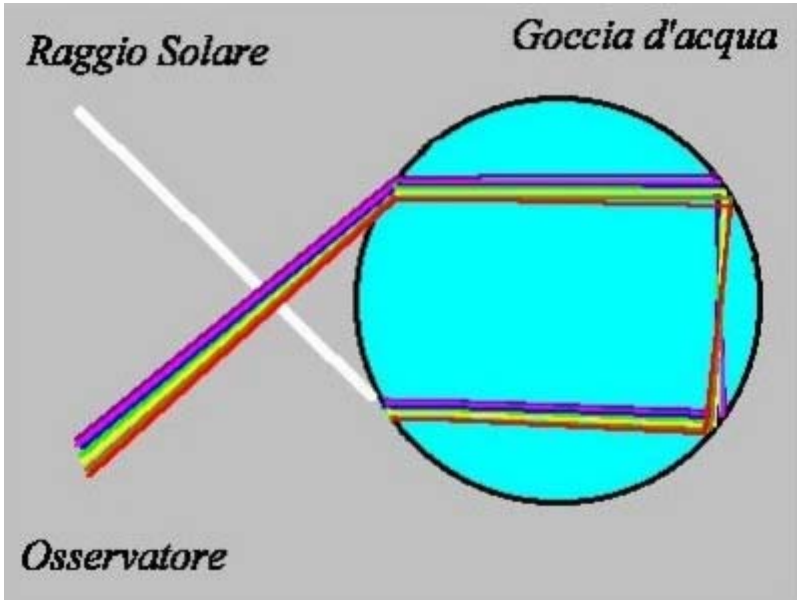


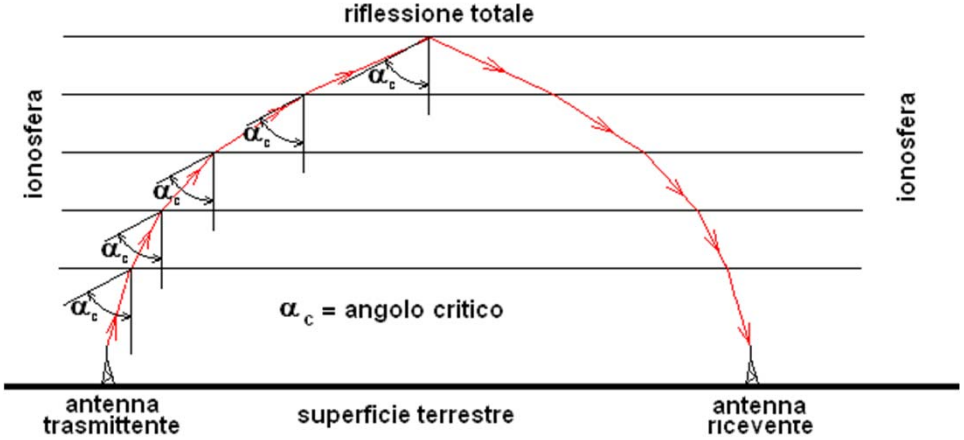
Immagini tratte da: http://slideplayer.it/slide/596119/



http://www.pleiadi.net/scuola/secondaria-i/secondaria-1-i/luce-e-ottica/

Tratto da: http://www.scientic.fauser.edu/luce/scientic/rifraz/dispersione.htm





Tratto da: http://www.elpav.it/Area%20educazionale/Onda%20spaziale.htm

Tratto da : http://www.vialattea.net/esperti/php/risposta.php?num=8244

Coefficienti di RIFLESSIONE e TRASMISSIONE per onde e.m.

Le leggi di Snell e Cartesio individuano la "forma geometrica" delle onde rifratta e riflessa.
Calcoliamo ora l'**AMPIEZZA** di queste onde rispetto all'onda incidente che le ha generate:
Calcoliamo quindi i **coefficienti R e T di Riflessione e Trasmissione.**

R e T dipendono dalla struttura fisica del problema che impone diverse condizioni alla perturbazione sulla superficie S di separazione dei mezzi in cui si propaga l'onda

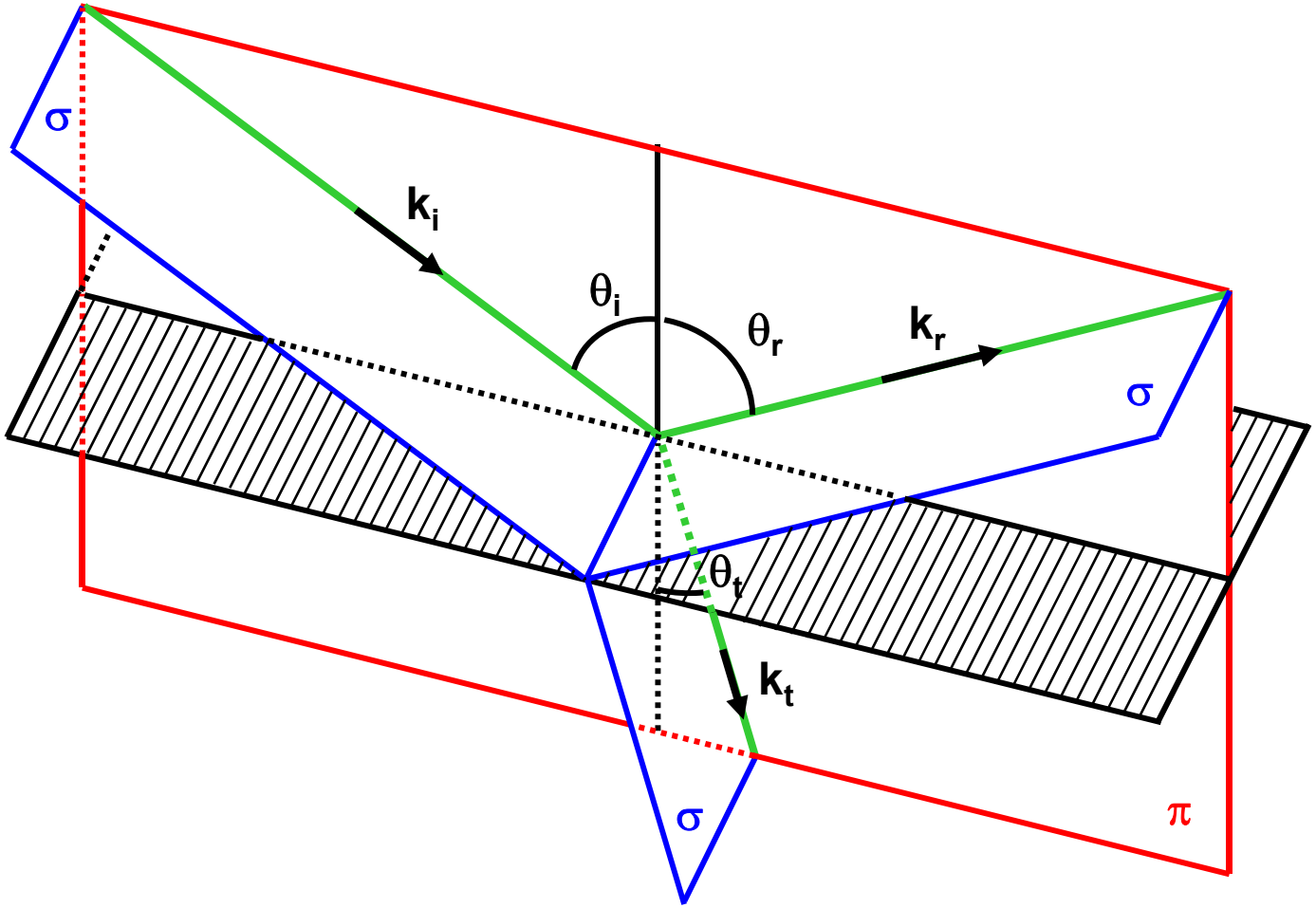
Ad esempio, per un'onda sonora si studia lo sforzo solo normale e quindi "l'onda di pressione". Si richiede
- la CONTINUITA' dell'onda di spostamento su S
- la CONTINUITA' dell'onda di pressione su S

……..

Per un'onda elettromagnetica che incide sulla superficie di separazione di due dielettrici: la struttura fisica del problema è descritta dalle equazioni di Maxwell e dalle caratteristiche dei due mezzi.
Si scrivono le **equazioni di Maxwell in forma integrale,**
in un mezzo materiale con cost. dielettrica e permeabilità relative

$\varepsilon_r \; \mu_r$

Definiamo **due piani di riferimento per le onde incidente, riflessa e trasmessa:**
il piano di incidenza (**piano** π)
Il piano perpendicolare al piano di incidenza (**piano** σ)



Dalla polarizzazione delle onde: una qualsiasi onda può essere scomposta lungo due direzioni perpendicolari tra loro. Scegliamo:

$$\overline{E} = \overline{E}_\pi + \overline{E}_\sigma \qquad \overline{\mathcal{B}} = \overline{\mathcal{B}}_\pi + \overline{\mathcal{B}}_\sigma$$

La relazione che collega vettorialmente le componenti di E e di B è la solita relazione caratteristica delle onde e.m.

$$\overline{u}_E \times \overline{u}_{\mathcal{B}} = \overline{u}_c \qquad \mathcal{B}\, c = E$$

$$\overline{\mathcal{B}} = \frac{\overline{u}_c \times \overline{E}}{c}$$

$$R_\pi = \frac{E_{r\pi}}{E_{i\pi}} = \frac{n_1 \cos\theta_t - n_2 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_t + n_2 \cos\theta_i} = - \frac{tg\,(\theta_i - \theta_t)}{tg\,(\theta_i + \theta_t)}$$

Raccolgo n_2

+ legge di Snell

$$T_\pi = \frac{E_{t\pi}}{E_{i\pi}} = \frac{2\, n_1 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_t + n_2 \cos\theta_i} = \frac{2 \sin\theta_t \cos\theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t)\cos(\theta_i - \theta_t)}$$

$$R_\sigma = \frac{E_{r\sigma}}{E_{i\sigma}} = \frac{n_1 \cos\theta_i - n_2 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t} = - \frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$$

$$T_\sigma = \frac{E_{t\sigma}}{E_{i\sigma}} = \frac{2\, n_1 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t} = \frac{2 \sin\theta_t \cos\theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$$

Nel caso particolare di $\theta_i = \theta_t$ (incidenza normale) devo necessariamente utilizzare le espressioni in cui compaiono gli indici di rifrazione.

Bilanci energetici per l' onda incidente

Conviene scomporre l'onda secondo i piani

π e σ

Vale la
conservazione dell'energia

$$P_i = P_r + P_t$$