

Cognome e Nome : _____ Matricola : _____ Svolge : I , II, Teoria

Prima parte : Meccanica

I.1 Un proiettile di massa $m=0.05$ Kg viene accelerato su un'orbita circolare di raggio $R=5$ m. La velocità del corpo varia nel tempo secondo la legge $v=v_0(1-e^{-t/\tau})$, con $v_0=100$ m/s, e $\tau=1$ sec. Calcolare:

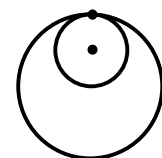
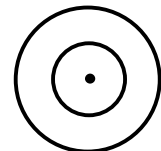
- 1) il modulo dell'accelerazione del corpo al tempo $t=0.15$ sec, a_{15} .
- 2) in quale istante t_0 l'accelerazione centripeta eguaglia quella tangenziale
- 3) il massimo valore della forza centripeta, F_c^{MAX} , che si deve sviluppare per mantenere in orbita il corpo

I.2 E' dato un sistema di due dischi coassiali sovrapposti di raggi $R_1=0.1$ m e $R_2=0.2$, e uguale massa M , liberi di ruotare attorno ad un asse verticale passante per il centro di ciascun disco (figura 1). I due dischi sono a contatto in modo che tra i due si può sviluppare un momento di attrito τ . Ad un certo istante, il disco sovrastante, di raggio R_1 , viene messo in moto con velocità angolare iniziale $\omega_0=5$ rad/s. A seguito dell'attrito il disco sottostante viene trascinato nel moto fino a che il sistema si muove come un tutt'uno. Calcolare

- 1) la velocità angolare finale ω_f del sistema
- 2) la frazione dell'energia iniziale ($\rho=\Delta U/U$) dissipata dall'attrito.

Si supponga invece che il disco superiore sia incernierato ad un perno solidale col disco sottostante come in figura 2, e che ciascun disco sia libero di ruotare attorno al proprio perno centrale.

- 3) Calcolare in queste circostanze la velocità angolare finale ω'_f del sistema.



Seconda Parte: Elettrostatica e Termodinamica

II.1 Per innescare la fusione nucleare, due nuclei di Deuterio ($m=3.34 \cdot 10^{-27}$ Kg, $q=e=1.6 \cdot 10^{-19}$ C) devono essere portati ad una distanza D dell'ordine di 30 fm ($1 \text{ fm}=10^{-15}$ m). Calcolare:

- 1) La forza F di repulsione coulombiana tra i due nuclei alla distanza D .
- 2) La velocità minima v_{min} , nel sistema del centro di massa, che dovrebbe avere ciascun nucleo per avvicinarsi fino alla distanza D
- 3) La temperatura T corrispondente a questa velocità'.

II.2 Una massa di ghiaccio di 5 Kg e' mantenuta alla temperatura $T_1=270^\circ\text{K}$ all'interno di un contenitore immerso in un ambiente di temperatura costante $T_2=300^\circ\text{K}$. A causa della non perfetta adiabaticita' delle pareti, ogni secondo penetra dall'ambiente un calore $Q_1=60$ J. Il ghiaccio viene mantenuto a temperatura costante da un motore che asporta ogni secondo proprio il calore Q_1 dal contenitore. Equiparando il motore ad una macchina che compie un ciclo di Carnot invertito (cioe' frigorifero), calcolare:

- 1) La potenza utilizzata dal motore
- 2) La variazione di entropia dell'universo in un secondo di operazione del sistema
- 3) Il tempo necessario a scongelare tutto il ghiaccio dall'istante in cui si spegne il motore (si assuma, per semplicita', che la temperatura di fusione del ghiaccio sia $T_0=273$ °K; calore specifico del ghiaccio $c_g= 2260$ J/°K, calore latente di fusione $\lambda=335 \cdot 10^3$ J/Kg).

					Unita'
I.1.1 a_{15}	45	66	95	110	
I.1.2 t_0	0.09	0.22	0.35	4.1	
I.1.3 F_c^{MAX}	50	100	150	200	
I.2.1 ω_f	1	2.5	4	5	
I.2.2 ρ	0.2	0.4	0.6	0.8	
I.2.3 ω'_f	0.15	0.22	0.71	1.12	
II.1.1 F	0.26	0.77	0.85	1.03	
II.1.2 v_{min}	$1.5 \cdot 10^6$	$2.5 \cdot 10^6$	$3.5 \cdot 10^6$	$4.5 \cdot 10^6$	
II.1.3 T	$1.2 \cdot 10^6$	$1.8 \cdot 10^8$	$1.1 \cdot 10^{10}$	$4.2 \cdot 10^{11}$	
II.2.1 W	2	4	6	8	
II.2.2 ΔS	0.02	0.04	0.06	0.08	
II.2.2 t	11200	19500	24100	28400	

I.1

$$a = \sqrt{a_c^2 + a_T^2}; \quad a_T = \frac{dv}{dt} = \frac{v_0}{\tau} e^{-t/\tau}; \quad a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_0(1 - e^{-t/\tau}))^2}{R}$$

$$1) \text{ per } t=1 \text{ s: } a_T(0.1) = \frac{v_0}{\tau} e^{-0.15} = 86 \text{ m/s}^2, \quad a_c \approx \frac{v_0^2}{R} \cdot \left(\frac{t}{\tau}\right)^2 = 45 \text{ m/s}^2, \quad a_{15} = 95 \text{ m/s}^2$$

$$2) \frac{v_0}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{v_0^2(1 - e^{-t/\tau})^2}{R}, \quad e^{-2t/\tau} - \left(2 + \frac{R}{v_0\tau}\right) e^{-t/\tau} + 1 = 0; \quad ax^2 + bx + c = 0, \text{ con}$$

$$x = e^{-t/\tau}; \quad b = -\left(2 + \frac{1}{v_0\tau}\right) = -2.05, \quad a = c = 1; \quad x_{1,2} = \left\{ \begin{array}{l} 0.8 \\ 1.25 \end{array} \right., \quad t = -\tau \ln(0.8) = 0.22 \text{ s}$$

$$3) a_c \text{ max per } t \rightarrow \infty = \frac{v_0^2}{R} = 2000 \text{ m/s}^2, \text{ quindi } F_{MAX} = \frac{m v_0^2}{R} = 100 \text{ N}$$

I.2

$$1) I_1 \omega_0 = (I_1 + I_2) \omega_f, \quad \omega_f = \omega_0 \frac{I_1}{(I_1 + I_2)} = \omega_0 \frac{MR_1^2}{MR_2^2 + MR_1^2} = \frac{1}{5} \omega_0 = 1 \text{ rad/s}$$

$$2) U_i = \frac{1}{2} I_1 \omega_0^2; \quad U_f = \frac{1}{2} (I_1 + I_2) \omega_f^2 = \frac{1}{2} \frac{I_1^2}{I_1 + I_2} \omega_0^2; \quad \Delta U = \frac{1}{2} I_1 \omega_0^2 \left(\frac{I_1}{I_1 + I_2} - 1 \right) = -\frac{1}{2} \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} \omega_0^2,$$

$$\frac{\Delta U}{U} = -\frac{I_2}{I_1 + I_2} = -\frac{R_2^2}{R_1^2 + R_2^2} = -\frac{4}{5}$$

3) Asintoticamente il sistema si muove come un unico corpo rigido di momento d'inerzia

$$I' = I_1 + I_2 + MR_1^2 = \frac{1}{2} M(3R_1^2 + R_2^2)$$

$$I_1 \omega_0 = I' \omega'_f, \quad \omega'_f = \omega_0 \frac{I_1}{I'} = \omega_0 \frac{R_1^2}{3R_1^2 + R_2^2} = \frac{1}{7} \omega_0 = \frac{5}{7} \text{ rad/s}$$

II.1

$$1) F_c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 D^2} = 0.256 \text{ N}$$

$$2) 2 \times \frac{1}{2} m v^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 D}; \quad v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 D m}} = 1.51 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$3) \frac{3}{2} kT = \frac{1}{2} m v^2 = 3.8 \cdot 10^{-15} \text{ J}, \quad T = \frac{m v^2}{3k} = 1.83 \cdot 10^8 \text{ K}$$

II.2

$$1) \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0; \quad Q_2 = -Q_1 \frac{T_1}{T_2} = 66 \text{ J}; \quad W = Q_2 - Q_1 = 6 \text{ J};$$

$$2) \Delta S_{motore} = 0 \text{ (ciclo)}; \quad \Delta S_{contenitore} = 0 \text{ (tutto il calore assorbito dalle pareti e' asportato dalla macchina)}$$

$$\Delta S_U = \Delta S_{ambiente} = \frac{|Q_2|}{T_2} - \frac{|Q_1|}{T_1} = 0.02 \text{ J/K}$$

$$3) t = \frac{m(c_G(T_0 - T_2) + \lambda)}{Q_1} = 28400 \text{ s}$$