Docente-bis

Nome: **Luca Stanco**

Sede: **Dipartimento di Fisica, Università di Padova**

Via Marzolo, 8 – Padova

Telefono: **049 967 7076**

E-mail: luca.stanco@unipd.it

Sito internet:

http://www.pd.infn.it/~stanco/didattica/Odontoiatria

Le onde

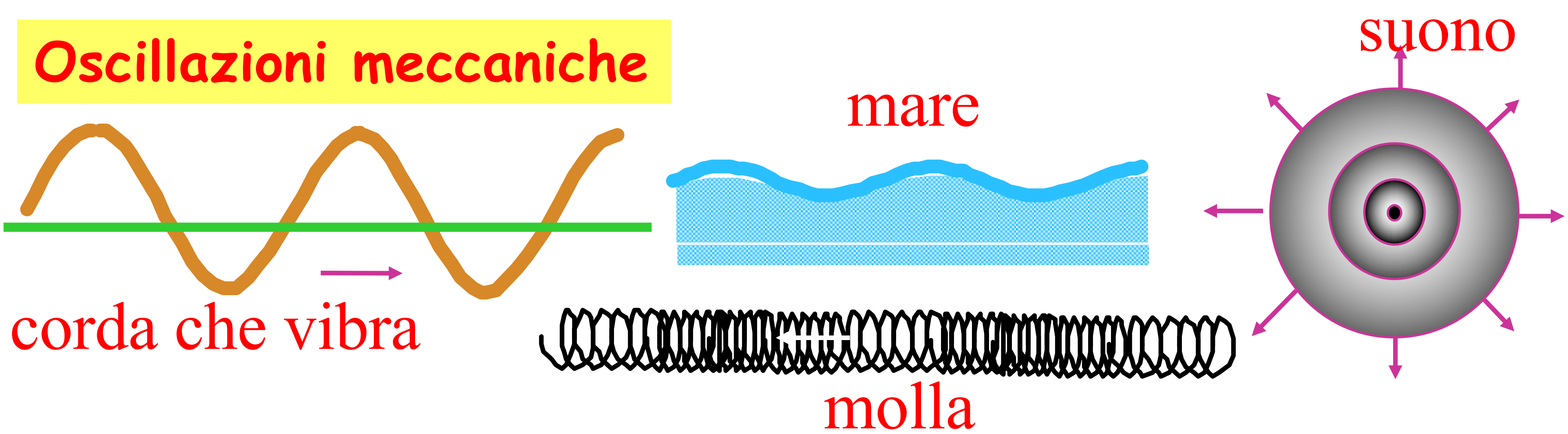
Scannicchio: capitoli 12, 13, 14

LE ONDE

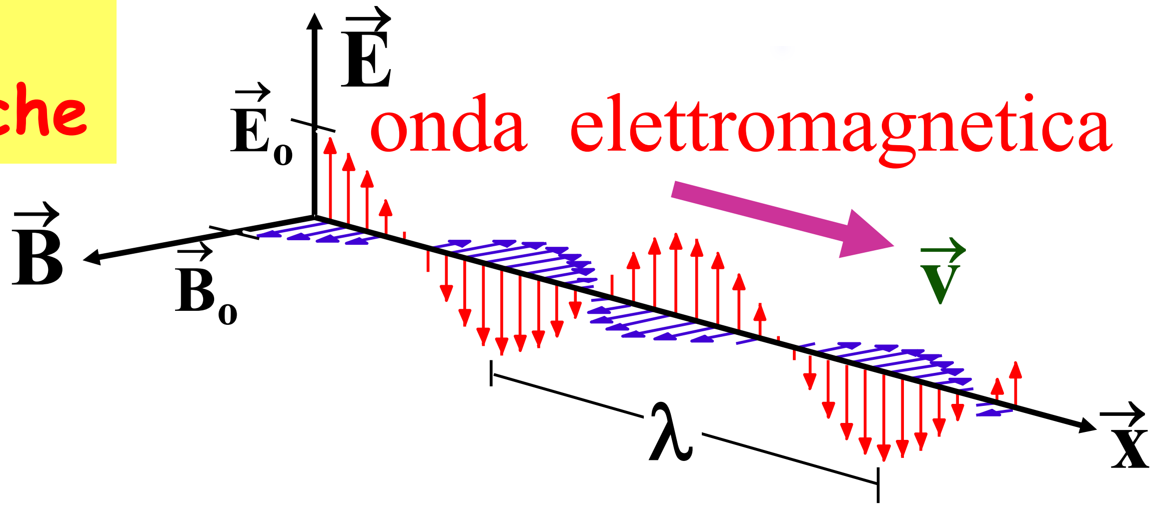
Fenomeni ondulatori
Caratteristiche: Periodo e frequenza
Lunghezza d'onda e velocità
Legge di propagazione
Energia trasportata
Onde meccaniche: il suono
Onde elettromagnetiche:
Velocità della luce
Spettro elettromagnetico
Energia dell'onda elettromagnetica

Fenomeni ondulatori

Oscillazioni meccaniche



Oscillazioni elettromagnetiche



Fenomeni Ondulatori

Le onde sono **vibrazioni** (possono essere di tipo elastico, meccanico o acustico) che si propagano in un mezzo, oppure sono onde elettromagnetiche che si propagano anche nel vuoto (oltre che in un mezzo).
Le onde possono essere ***longitudinali*** se oscillano lungo la direzione di propagazione, oppure ***trasversali*** se oscillano in direzione perpendicolare alla loro propagazione.

Onde trasversali e longitudinali

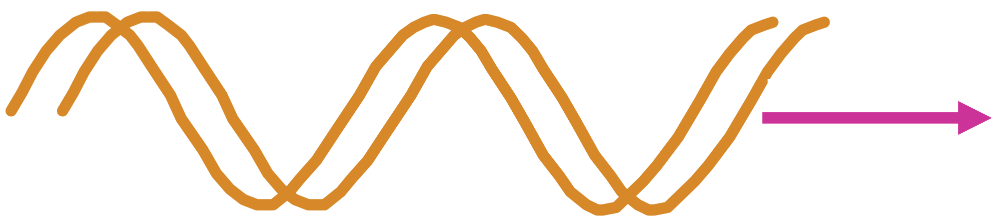
- **trasversali**

vibrazione

propagazione

esempio :

onda lungo una corda



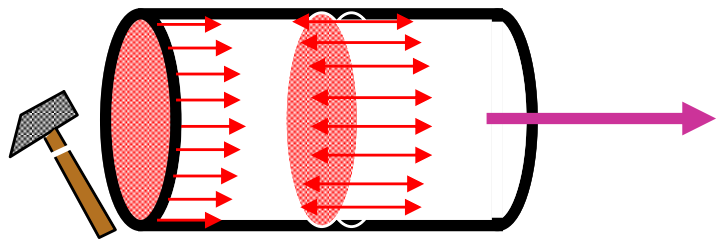
- **longitudinali**

vibrazione

propagazione

esempio :

onda di percussione in un solido



Funzione d' onda

La velocità è il parametro fondamentale che descrive i fenomeni ondulatori.

Il più generico fenomeno ondoso è descritto da una funzione a **due** variabili, x e t che rappresentano *spostamento* e *tempo*, in relazione tra loro come:

$$f(x \pm vt)$$

dove " f " è una funzione qualsiasi. Si generalizza per onde in 3 dimensioni:

$$f(\vec{x} \pm \vec{v}t)$$

$$\boxed{\begin{array}{l} es. \qquad f_0 = x_0 \\ f_1 = x_1 - vt_1 = f_0 \\ f_2 = x_2 - vt_2 = f_0 \\ \dots \end{array}}$$

v: parametro costante che indica la velocità
Il segno $\pm$ si riferisce a propagazione "all'indietro" o "in avanti"

Velocità di propagazione

In un mezzo elastico, due fattori determinano la velocità di propagazione di un'onda: la densità del mezzo e l'elasticità

velocità $$u_{solido} = \sqrt{\frac{E}{\delta}} \qquad u_{fluido} = \sqrt{\frac{K}{\delta}} \qquad u_{gas} = \sqrt{\frac{\gamma p}{\delta}}$$

Al numeratore compare il modulo di elasticità di Young, E, per i solidi o il modulo di comprimibilità, K, per i fluidi. Per i gas, si ottiene un buon accordo con l'esperienza se si usa non il modulo di comprimibilità isotermo, cioè la pressione, p, ma quello adiabatico, che è pari a γp ($\gamma = 1.4$ per l'aria).

δ : densità $\delta = \frac{m}{V}$

Esempio

Es:

Si consideri un'onda acustica che si propaga in aria. Qual è la velocità di propagazione?

$$\gamma_{aria} = 1.4 \qquad P_0 = 1.013 \cdot 10^5 \ Pa$$

$$\delta_{aria} = 1.29 \cdot 10^{-3} \ \frac{g}{cm^3} = 1.29 \ \frac{Kg}{m^3}$$

velocità

$$u_{suono} = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\delta}} = \sqrt{\frac{1.4 \cdot 1.013 \cdot 10^5}{1.29}} \ m \ s^{-1} \cong 332 \ m \ s^{-1}$$

Periodo e frequenza

perturbazione ondulatoria (nel tempo)

$$\boxed{f(t) = f(t + T)}$$

$T = \text{periodo} \longrightarrow s$

- f(t) funzione periodica qualsiasi
- funzione periodica più semplice :

$$f(t) = A\,\text{sen}(\omega t + \phi)$$

$$\omega T = 2\pi$$

- $\omega = 2\pi\nu = \dfrac{2\pi}{T}$
- $\nu = \dfrac{1}{T}$ = FREQUENZA

- dimensioni $[\nu] = [t]^{-1}$
- unità di misura S.I.

$s^{-1} \equiv$ hertz (Hz)

n. di oscillazioni al secondo

$$f(t) = A\,\text{sen}\left(\frac{2\pi}{T}t + \phi\right)$$

ω = pulsazione, ν = frequenza = $\omega / 2\pi$

Parametri di un'onda

$$x(t) = S(t)$$

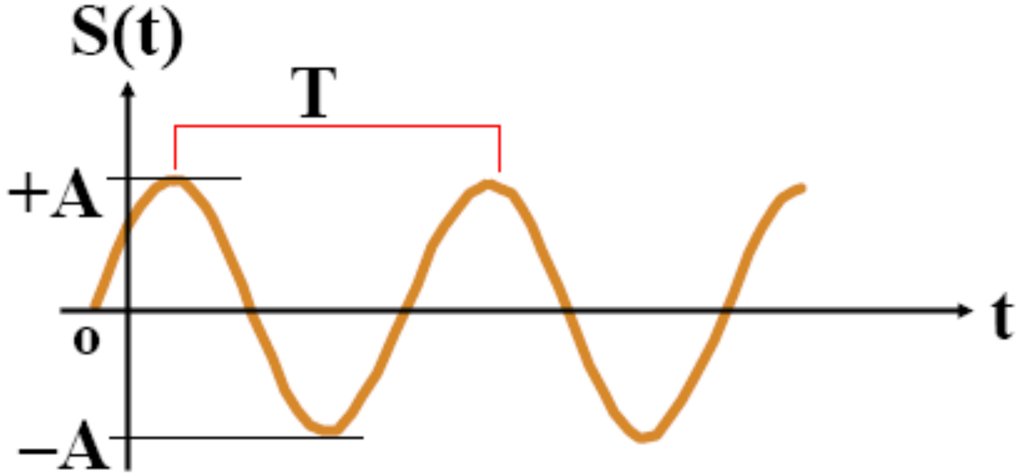
$$\boxed{S(t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi)}$$

$$[\omega\,(t+T)] + \phi - [\omega t + \phi] = 2\,\pi$$

$$\omega\,T = 2\,\pi$$

$$\omega = \frac{2\,\pi}{T} = 2\pi\,\nu$$

A = ampiezza
T = periodo
ν= frequenza
ϕ = fase



ENERGIA
DI UN'ONDA

$$E \propto A^2$$

ϕ = fase = ampiezza al tempo t = 0

Energia dell'onda dimostrazione

(F=-K x e U=1/2 K x^2)

Ricordando le forze elastiche, per un oggetto di massa **m** l'energia potenziale è:

$$U = \frac{1}{2}\omega^2 m S^2(t) \qquad \text{assumendo} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Essendo la velocità dell'oggetto $v(t) = \frac{dS(t)}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \phi)$

L'energia totale è $E = E_k + U = \frac{1}{2} m v^2(t) + \frac{1}{2}\omega^2 m S^2(t)$

$$E = E_k(t_1) + \frac{1}{2}\omega^2 m S^2(t_1) = 0 + \frac{1}{2}\omega^2 m A^2 \text{ per } \omega t_1 + \phi = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \ldots = \pi\left(\frac{1}{2} + n\right)$$

$$= \frac{1}{2}\omega^2 m A^2 + 0 \text{ per } \omega t_1 + \phi = 0, \pi, 2\pi, \ldots = \pi(n-1)$$

Intensità di un'onda

Intensità = energia trasportata nell'unità di tempo attraverso l'unità di superficie

$$I = \frac{E}{\Delta t \times S}$$

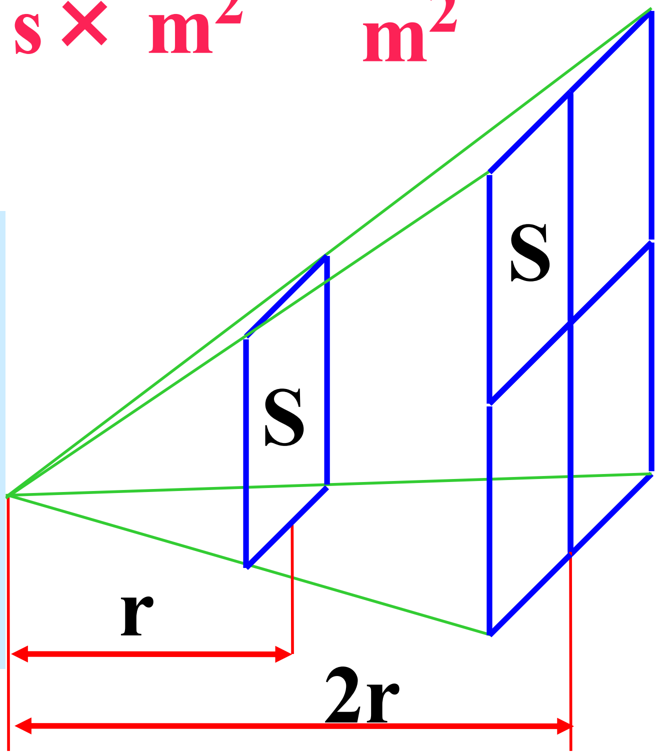
unità di misura: $\dfrac{\text{joule}}{s \times m^2} = \dfrac{\text{watt}}{m^2}$

onda sferica: $S=4\pi r^2$

L'energia è costante (cons.energia)

↓

L'intensità diminuisce con il quadrato della distanza

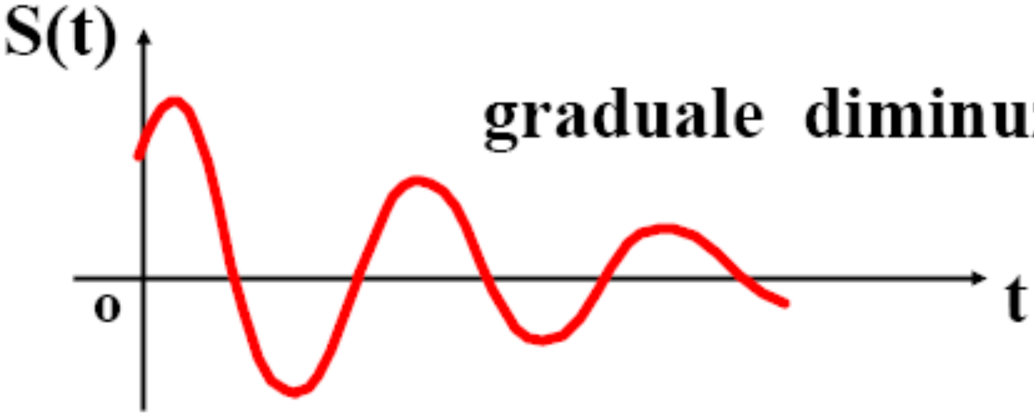


Oscillazioni smorzate e forzate

- forze dissipative (attriti) → energia dissipata

↓

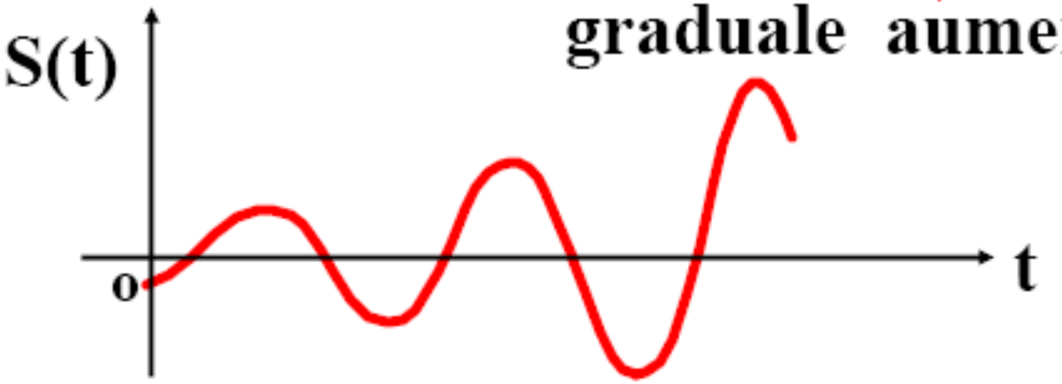
graduale diminuzione dell'ampiezza A



- energia rifornita al sistema

↓

graduale aumento dell'ampiezza A



Propagazione di un'onda

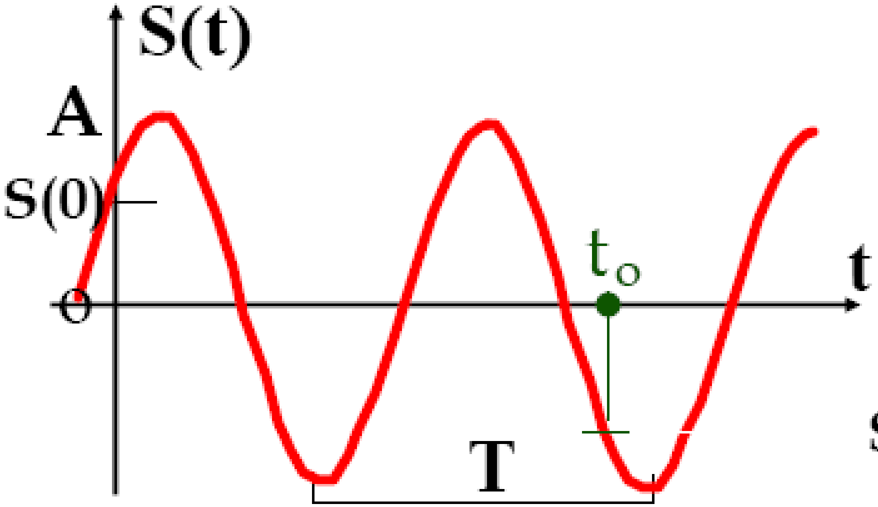
Moto rettilineo uniforme - velocità costante

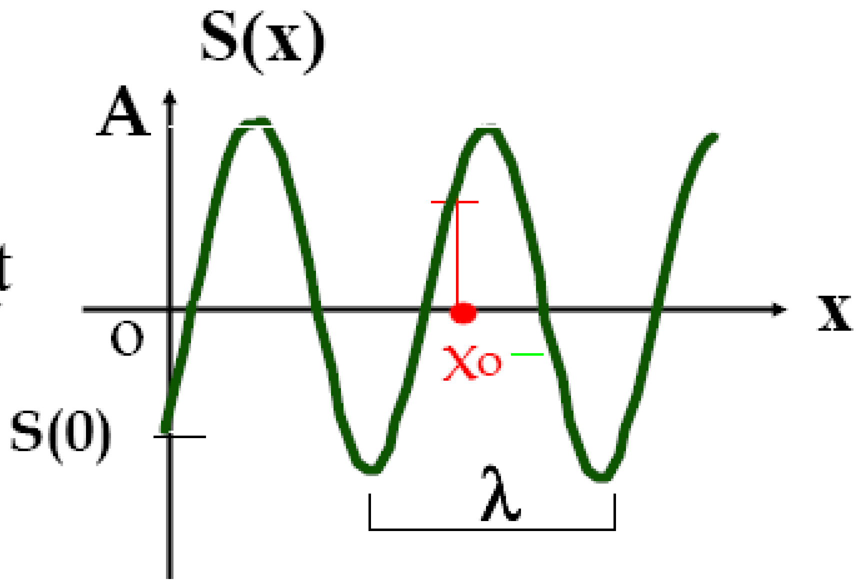
$$x = v\,t \longrightarrow \boxed{\lambda = v\,T}$$

λ = lunghezza d'onda

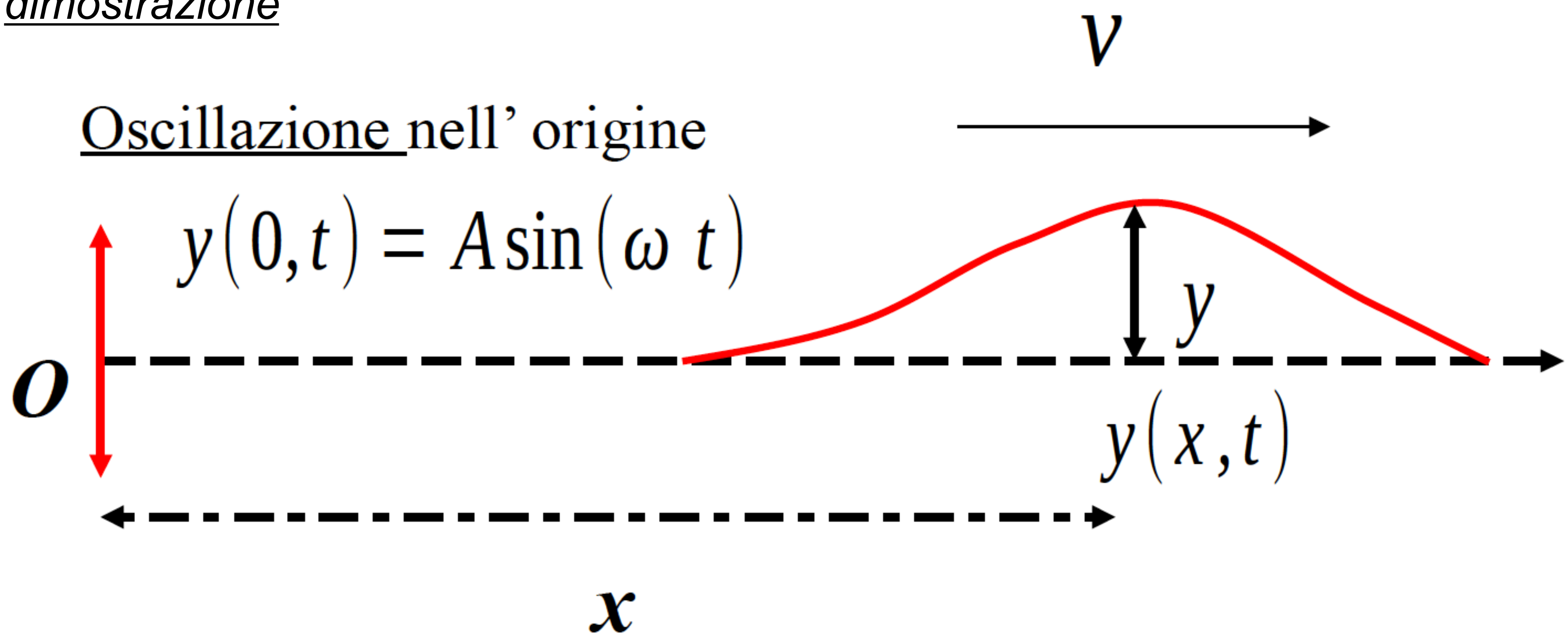
$v = \lambda / T = \lambda\,\nu$ = velocità (costante)

lunghezza d'onda e frequenza inversamente proporzionali





dimostrazione



Un punto a x metri dall' origine O all' istante t subisce lo spostamento $y(x,t)$ dalla posizione di riposo che aveva l' origine O Δt secondi prima, dove

$$\Delta t = \frac{x}{v}$$

Lo spostamento trasversale *y(x,t)* del punto a distanza *x* dall' origine all' istante *t* si scriverà pertanto

$$y(x,t) = A\sin\left(\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right) =$$

$$A\sin\left(\omega t - \frac{\omega}{v}x\right)$$

Definiamo

$$\boxed{\frac{\omega}{v} \equiv k}$$

Numero d' onda

Congeliamo il tempo t=0

$$y(x,t) = A\sin(kx)$$

$$k\lambda = 2\pi$$

Lunghezza d'onda

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}$$

Espressione generale:

$$S(t) = A\sin(\omega t - kx) = A\sin\left(2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right)$$

Legge di propagazione delle onde

Ogni onda si propaga con una propria velocità costante

Lunghezza d'onda λ =
minima distanza
dopo la quale il fenomeno riprende la stessa configurazione =
distanza percorsa in un periodo
(unità di misura: metro).

Lunghezza d'onda e frequenza sono inversamente proporzionali: il loro prodotto è la velocità

Esercizio 12.1

λ di onda sonora con ν=4000 Hz

Velocità di onde sonore: 344 m/s

$$\lambda = \frac{\upsilon}{\nu} = \frac{344 \, {}^{m}\!/_{s}}{4000 \, Hz} = \frac{344}{4000} m = 8.6 \, cm$$

Esercizio

Sasso cade in un pozzo. Il suono dell'impatto sull'acqua arriva dopo 10 secondi. Quanto è profondo il pozzo ?

$$\ell = \frac{1}{2} g t_1^2$$

$$\ell = v_s t_2$$

$$t_1 + t_2 = 10 \sec$$

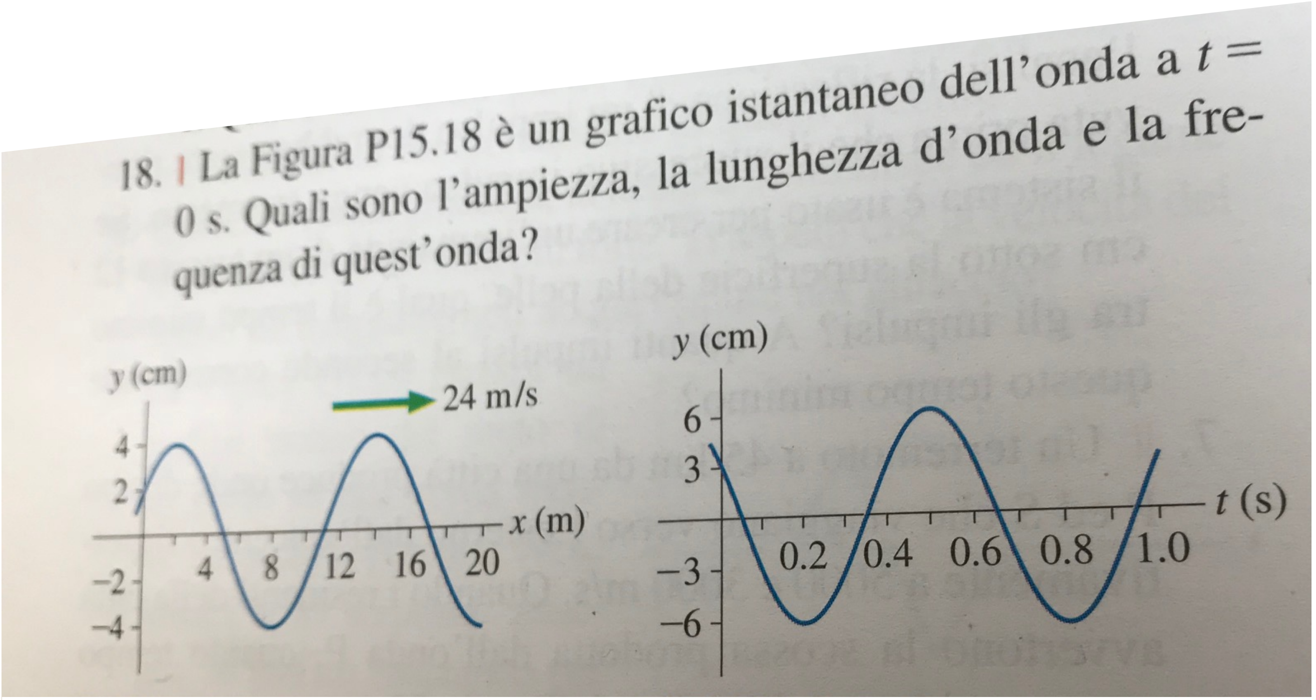
$$\frac{1}{2} g t_1^2 = \upsilon_s t_2 \Rightarrow \frac{1}{2} g t_1^2 - \upsilon_s (10 - t_1) = 0$$

$$\Rightarrow 5 t_1^2 + 344 t_1 - 3440 = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{-344 + \sqrt{344^2 + 3440 * 20}}{10}$$

$$t_1 = 8.9 \sec$$

$$t_2 = 1.1 \sec$$

$$\ell = 380 m$$



18. | La Figura P15.18 è un grafico istantaneo dell'onda a $t =$ 0 s. Quali sono l'ampiezza, la lunghezza d'onda e la frequenza di quest'onda?

A=4 cm

$$\lambda = 12\,m$$

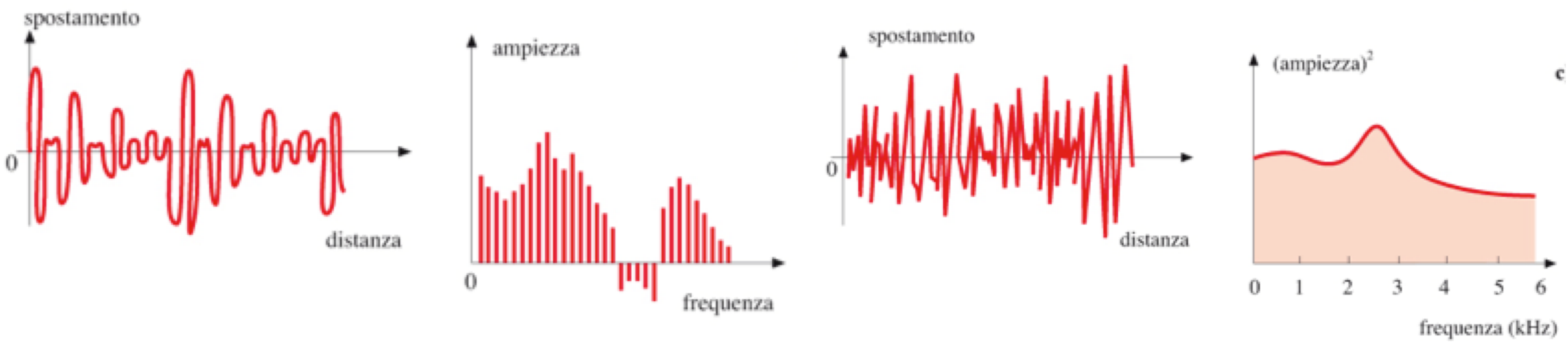
$$\nu = \frac{\upsilon}{\lambda} = \frac{24m/s}{12\,m} = 2Hz = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.5\,s}$$

Analisi di Fourier

f(t) periodica con periodo T ➔ somma (finita/infinita) di sin e cos con nT

$$f(t)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(C_n\cos n\omega t+S_n\sin n\omega t\right)\quad \begin{cases} \omega=\dfrac{2\pi}{T} & \text{armonica fondamentale} \\[2ex] \omega=n\dfrac{2\pi}{T}\quad (n=2,3,4\ldots) & \text{armoniche superiori}\end{cases}$$

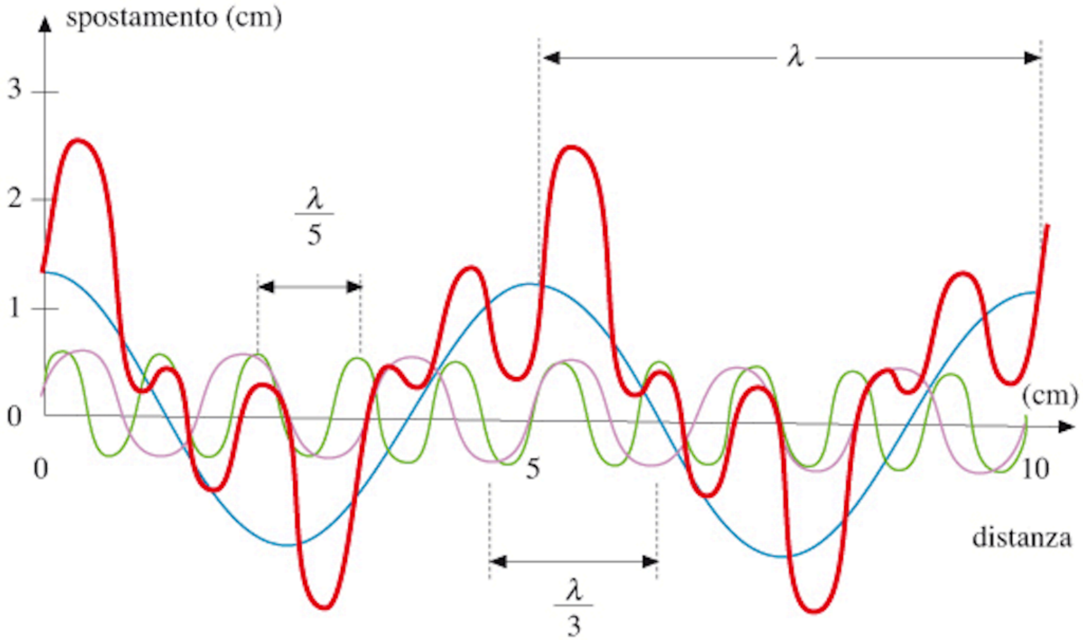
Fondamentale per capire le ampiezze dominanti nei fenomeni periodici

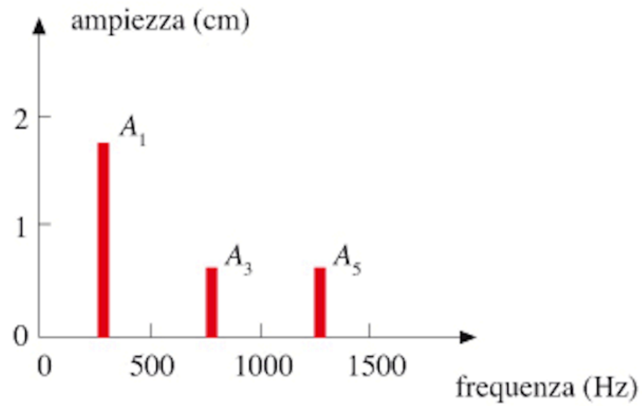


Esempio analisi Fourier

Figura 12.14

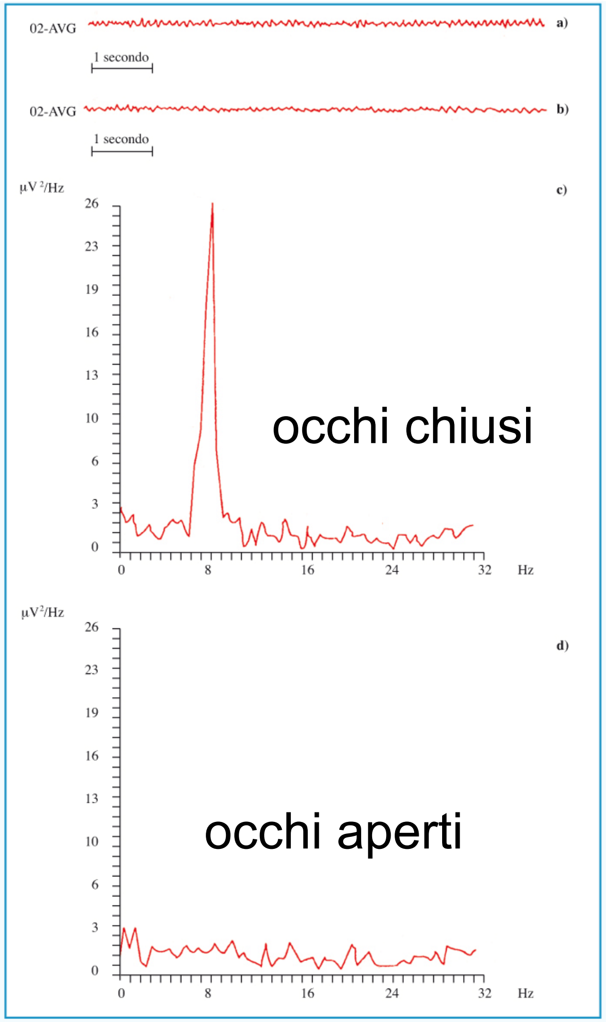
(**a**) La sovrapposizione di tre vibrazioni armoniche fornisce come risultato una vibrazione il cui spettro è riportato sotto in un grafico ampiezza-frequenza. Il tratto blu rappresenta l'armonica fondamentale avente lunghezza d'onda $\lambda = v\,T$. La terza armonica (rosa) e la quinta armonica (verde) hanno la stessa ampiezza. La vibrazione complessiva è riportata con una linea continua più spessa rossa. (**b**) Spettro di Fourier di un'onda periodica complessa. (**c**) Anche segnali ***non periodici*** possono essere analizzati in uno spettro di Fourier, che risulta allora essere continuo nelle ampiezze per l'addensamento delle frequenze, e non discreto come negli esempi (**a**) e (**b**).





Utilizzo Fourier per EEG

Figura 12.16
(a) Tracciato EEG di un soggetto normale derivato dalla regione occipitale destra, in veglia e a occhi chiusi: ritmo alfa dominante. **(b)** Tracciato EEG dello stesso soggetto di **(a)**, registrato ad occhi aperti: scomparsa del ritmo alfa e presenza di attività a basso voltaggio. **(c)** Spettro di potenza del tracciato riportato in **(a)**: si osservano armoniche dominanti intorno a 8 Hz. **(d)** Spettro di potenza del tracciato riportato in **(b)**: la differenza rispetto a **(c)** risulta evidente; la maggior attività cerebrale comporta un maggior numero di segnali (potenziali d'azione) scambiati fra le cellule cerebrali il cui effetto complessivo causa un notevole smorzamento nell'EEG (si veda il §19.8).

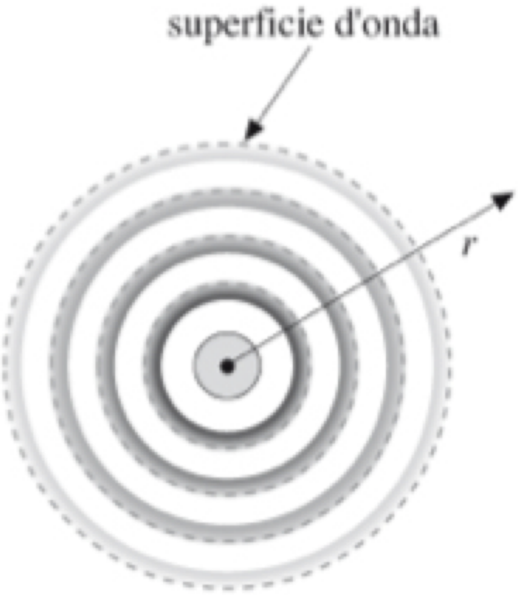


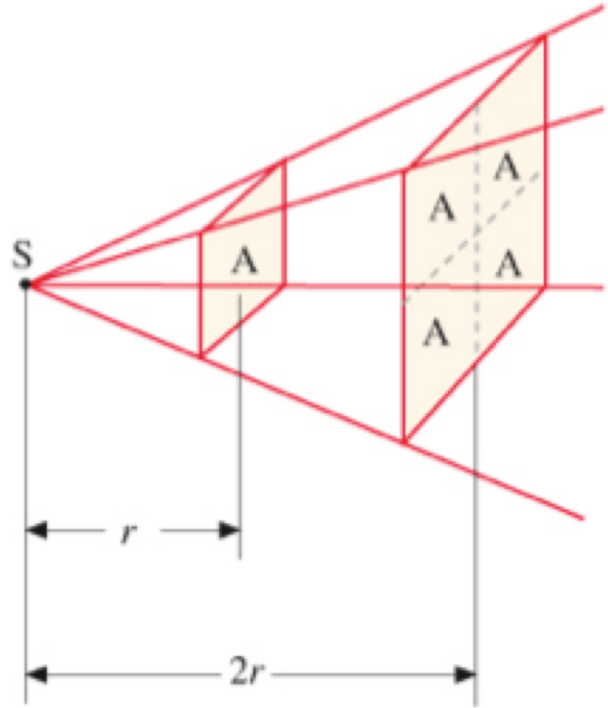
occhi chiusi

occhi aperti

Domenico Scannicchio
Fisica Biomedica
EdiSES

Onde sferiche





$$\boxed{S(t) = \frac{A_0}{r} \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right)}$$

per il principio di conservazione dell'energia

Principi

Principio di Malus: l'energia si trasporta sul <u>raggio di propagazione</u> (linea perpendicolare alle superfici d'onda)

Principio di Huygens: qualunque punto raggiunto da un'onda è esso stesso <u>sorgente di vibrazione</u> (➔ superficie d'onda)

Principio di sovrapposizione: <u>somma vettoriale</u> dei raggi di vibrazioni

Huygens:

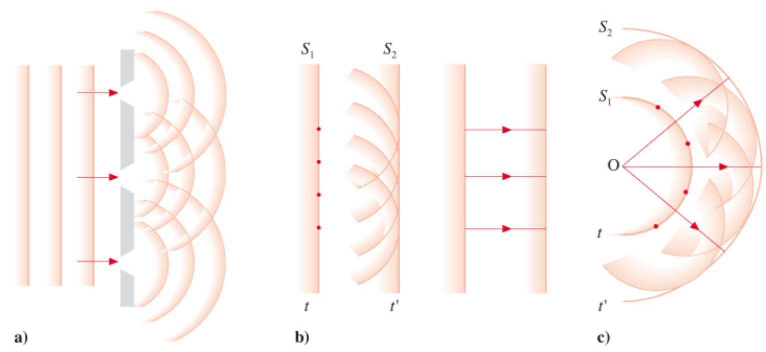


Figura 12.13

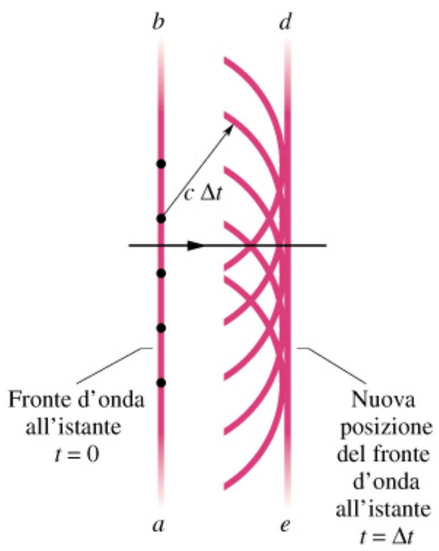
(a) In corrispondenza dell'apertura si originano superfici d'onda semicircolari. **(b)** Generazione di superfici d'onda: l'inviluppo dà luogo a un'onda piana successiva. **(c)** Generazione di superfici d'onda: l'inviluppo dà luogo a un'onda successiva circolare (nel piano) o sferica (nello spazio tridimensionale). Le frecce indicano la direzione di propagazione della superficie d'onda.

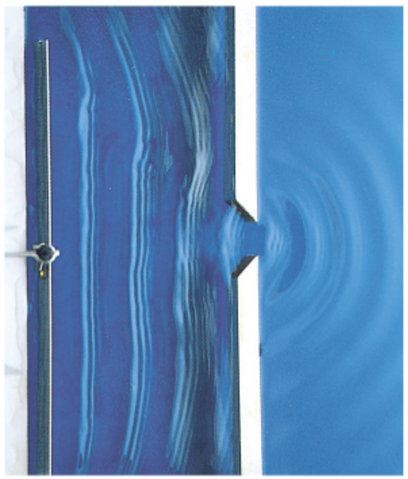
Domenico Scannicchio
Fisica Biomedica
EdiSES

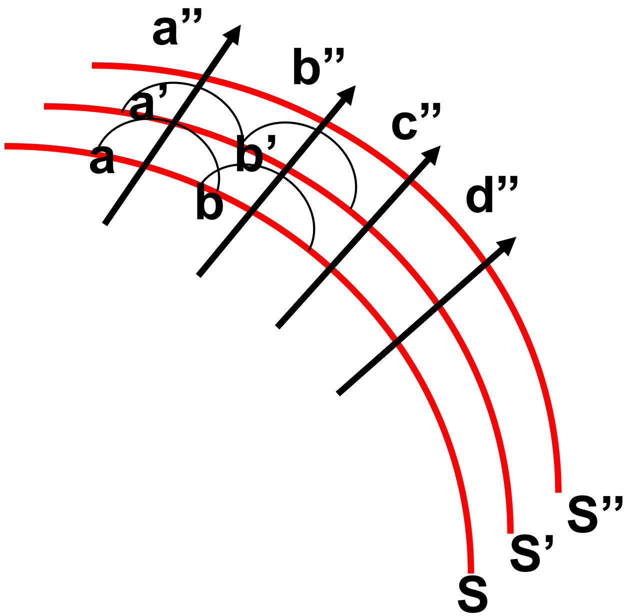
Principio di Huygens (1680)

Superficie d'onda o fronte d'onda
Superficie con fase costante che passa per i punti del mezzo che sono raggiunti dall'onda in moto nello stesso istante (per un'onda piana sono piani ⊥ al vettore di propagazione)

Principio di Huygens
Ogni punto di un fronte d'onda primario funge da sorgente di onde sferiche secondarie o elementari che si propagano con velocità e frequenza uguali a quelle dell'onda primaria. Il fronte d'onda primario ad un istante successivo è l'**<u>inviluppo</u>** di queste onde secondarie.



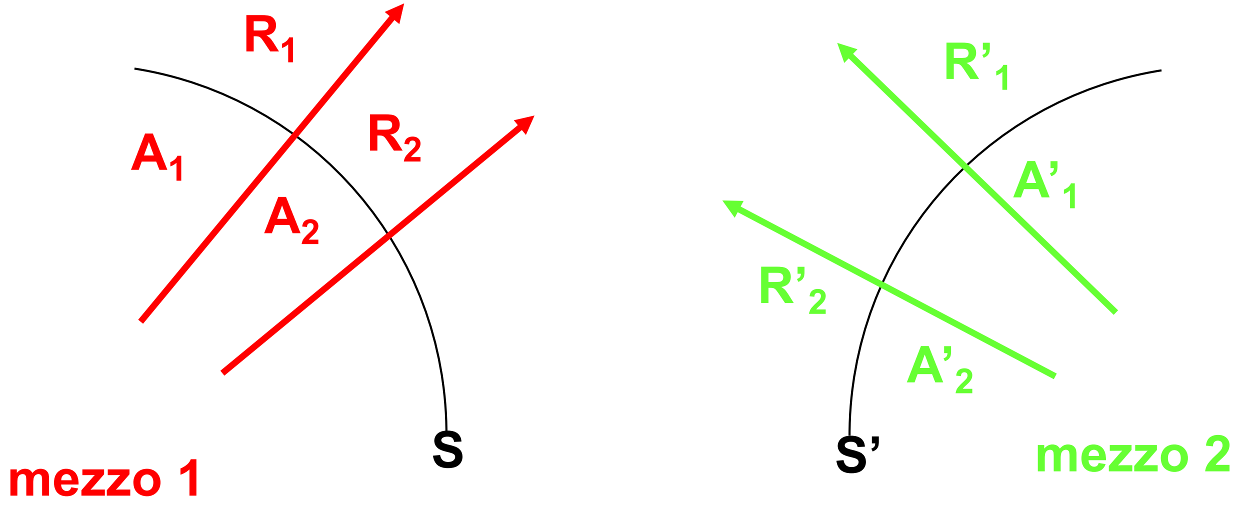




Legge di Malus

Le frecce sono ⊥ ai fronti d’onda e sono dette raggi: corrispondono alle linee di propagazione dell’onda (analogia con linee di forza e superfici equipotenziali)
a, a’,a” e b, b’, b” sono **punti corrispondenti**

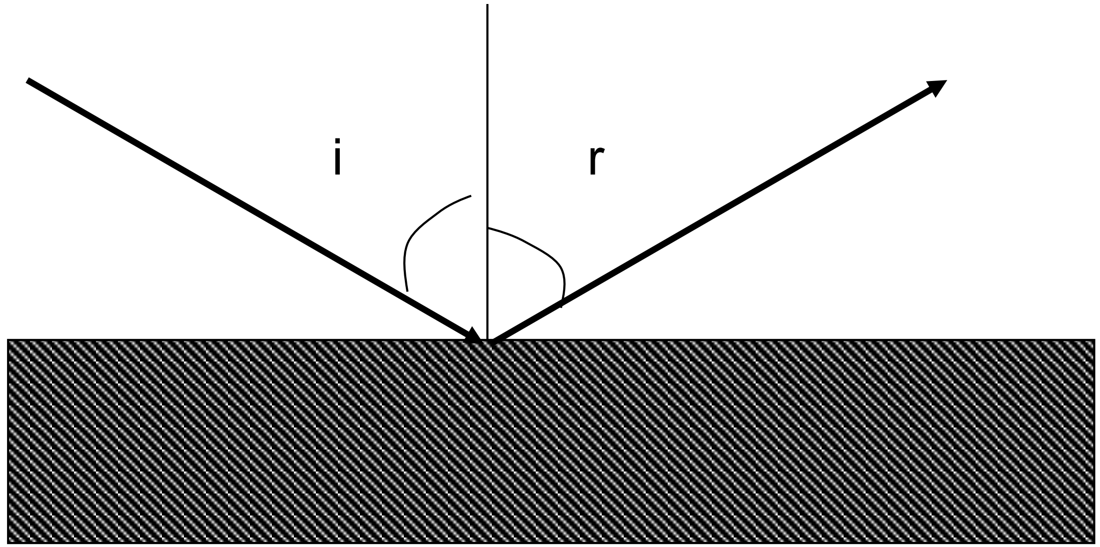
Il tempo impiegato per andare da S ad S” non dipende dal raggio seguito perché in S” le onde sono in fase tra loro. **L’intervallo di tempo che separa punti corrispondenti di due superfici d’onda è lo stesso per tutte le coppie di punti corrispondenti**.
I tempi per percorrere i tratti aa”, bb”, cc” dipendono dalla velocità dell’onda sui percorsi. Se il **mezzo è isotropo ed omogeneo**, la **distanza tra due fronti d’onda è la stessa** ovunque ⇒ **i raggi sono delle rette**.
Mezzi isotropi ed omogenei: all’interno di ciascuno i raggi sono ⊥ ai fronti d’onda



A_1 e A'_1 sono punti corrispondenti perché $R_1 \perp S$ e $R'_1 \perp S'$. Il tempo per andare da A_1 ad A'_1 è lo stesso necessario ad andare da A_2 ad A'_2.

Riflessione

Quando un raggio luminoso viene riflesso da una superficie piana, l'angolo di incidenza è uguale all'angolo di riflessione e i due angoli sono complanari



Rifrazione

Quando i raggi luminosi passano da un mezzo ad un altro, l'angolo di rifrazione (r) non è uguale all'angolo di incidenza (i), ma vale:

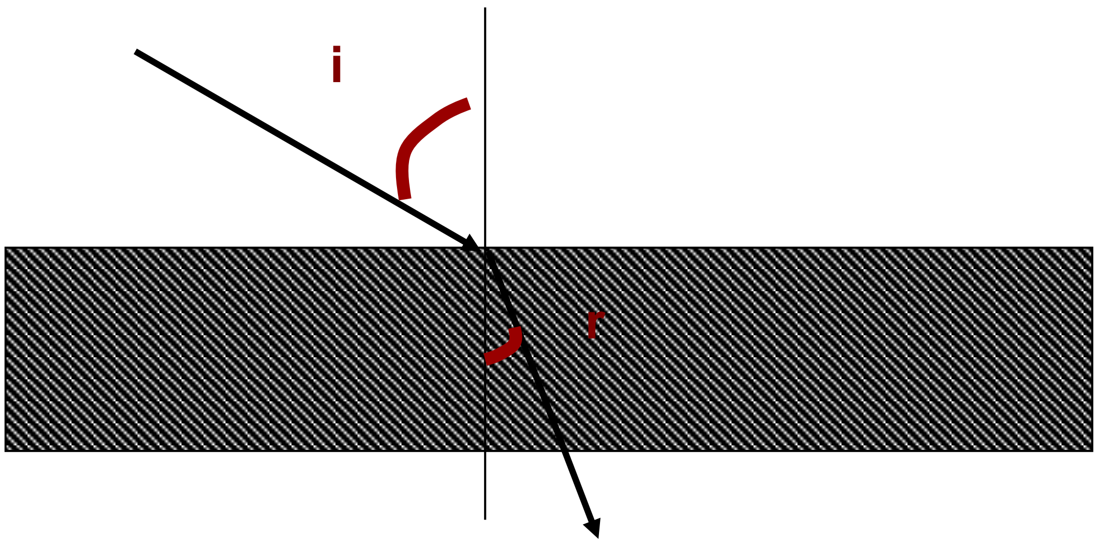
Legge di Snell

$\mathrm{sen}(i) / \mathrm{sen}(r) = n_{2\,1}$

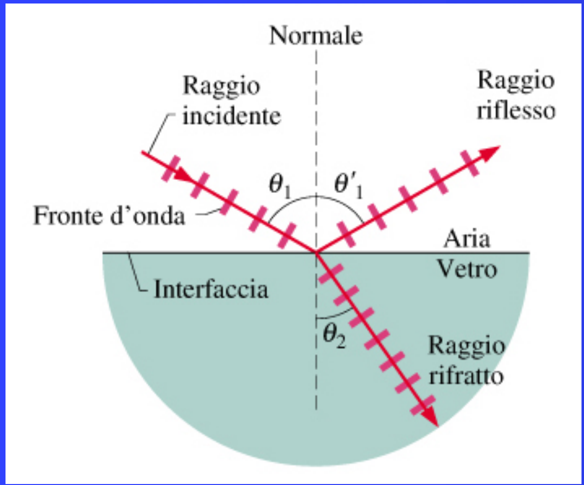
ove $n_{2\,1}$ è l'indice di rifrazione del secondo mezzo rispetto al primo.

$$n = \frac{c}{v}$$

Vale anche $\mathrm{sen}(i) / \mathrm{sen}(r) = n_{2\,1} = v_1 / v_2$



Riflessione e rifrazione di onde piane



Considero un'onda piana che si propaga secondo $\mathbf{u_i}$.

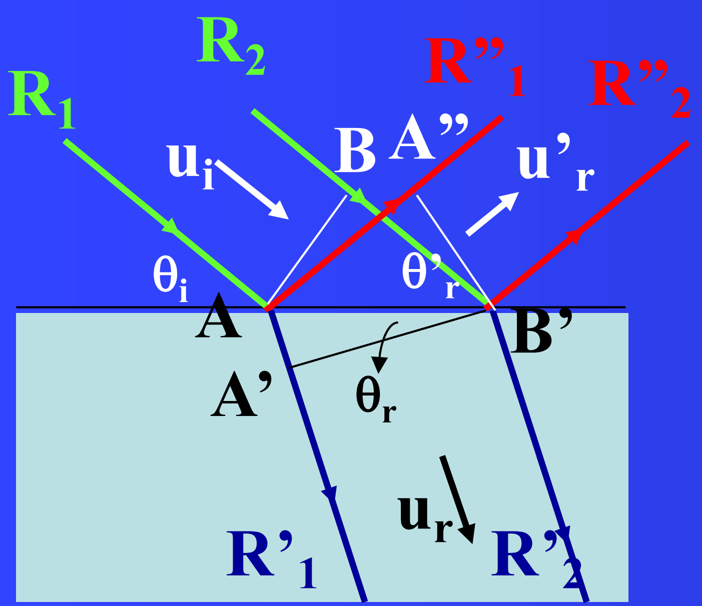
u'_r: onda riflessa

u_r: onda rifratta

1. **u_i, u_r, u'_r** giacciono nello stesso piano ⊥ alla superficie di separazione dei mezzi e contenente N normale a detta superficie
2. $\theta'_r = \theta_i$
3. **$(\sin\theta_i)/(\sin\theta_r)$ = costante = n_{21}**

n_{21}: **indice di rifrazione** del mezzo 2 rispetto al mezzo 1

Dimostrazione della 2ª e 3ª legge



Considero le superfici d'onda AB (incidente), A'B' (rifratta) e A"B" (riflessa)

A, A' e B, B' sono punti corrispondenti dell'onda rifratta

A, A" e B, B" sono punti corrispondenti dell'onda riflessa

Applico la legge di Malus

Sia t il tempo necessario per andare da B a B' lungo il raggio R_2 con velocità $\mathbf{v_1}$; nello stesso tempo l'onda rifratta si è mossa lungo R'_1 da A ad A' con velocità $\mathbf{v_2}$ e l'onda riflessa lungo R''_1 da A ad A" con velocità $\mathbf{v_1}$

$$\overline{BB'} = v_1 t \quad \overline{AA'} = v_2 t \quad \overline{AA''} = v_1 t$$

$$1.\ \sin\theta_i = \frac{\overline{BB'}}{\overline{AB'}} = \frac{v_1 t}{\overline{AB'}} \quad 2.\ \sin\theta_r = \frac{\overline{AA'}}{\overline{AB'}} = \frac{v_2 t}{\overline{AB'}} \quad 3.\ \sin\theta_r' = \frac{\overline{AA''}}{\overline{AB'}} = \frac{v_1 t}{\overline{AB'}}$$

$$1.\ +\ 3. \Rightarrow \theta_i = \theta_r'$$

$$1.\ +\ 2. \Rightarrow \frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r} = \frac{v_1}{v_2} = \text{costante}$$

$$\boxed{n_{21} = \frac{v_1}{v_2}} \qquad \boxed{n = \frac{c}{v}}$$

c $= 3 \cdot 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ per le onde e.m.

n = indice di rifrazione

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{c}{v_2}\frac{v_1}{c} = \frac{v_1}{v_2} = n_{21} \quad \text{indice relativo}$$

$$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_r \quad \text{legge di Snell}$$

$$v_2 \lessgtr v_1 \Rightarrow n_2 \gtrless n_1 \Rightarrow n_{21} \gtrless 1 \Rightarrow \theta_i \gtrless \theta_r$$

Se **$n_{21} < 1$** si ha un caso particolare quando

$$\sin\theta_i = \sin\theta_c = n_{21} \Rightarrow \sin\theta_r = 1 \Rightarrow \theta_r = \frac{\pi}{2} \qquad \theta_c = \text{angolo limite}$$

angolo di Brewster

Interferenza

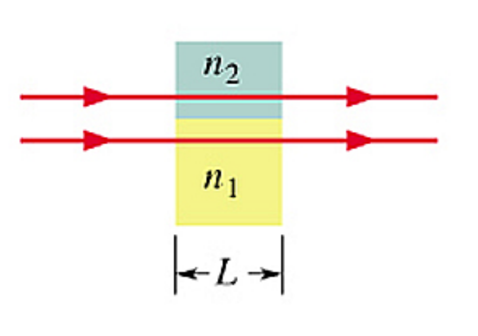
La **luce si propaga come un'onda** (**Huygens 1678**), quindi possiamo parlare di **lunghezze d'onda in funzione del mezzo** in cui la luce si trova a viaggiare. Consideriamo un mezzo con **indice di rifrazione n**, la lunghezza d'onda varrà

$$\lambda_n = \frac{\lambda \upsilon}{c} \xrightarrow{n=\frac{c}{\upsilon}} \lambda_n = \frac{\lambda}{n}$$

Ci si può chiedere cosa succede alla frequenza dell'onda nel mezzo con indice n, si ha

$$\nu_n = \frac{\upsilon}{\lambda_n} = \frac{c}{n}\frac{n}{\lambda} = \frac{c}{\lambda} = \nu$$

Torviamo quindi che la **frequenza dell'onda non dipende dal mezzo** in cui essa viaggia, solo la **lunghezza d'onda viene alterata dal mezzo**. Quando inviamo un fascio di luce su materiali con **n diversi**, abbiamo **λ diverse in ogni materiale** e **in uscita le onde possono essere sfasate**



Consideriamo un fascio di luce incidente su due blocchetti di materiale con indici di rifrazione **n_2** ed **n_1** (**$n_2 > n_1$**).
I blocchetti hanno lo **stesso spessore L**. Sia inoltre **N il numero di lunghezze d'onda contenute nel tratto L** di ciascun materiale.

$$N_1 = \frac{L}{\lambda_{n_1}} = \frac{Ln_1}{\lambda} \qquad \lambda_{n_1} = \frac{\lambda}{n_1}$$

$$N_2 = \frac{L}{\lambda_{n_2}} = \frac{Ln_2}{\lambda} \qquad \lambda_{n_2} = \frac{\lambda}{n_2}$$

$$N_2 - N_1 = \frac{L}{\lambda}(n_2 - n_1)$$

Se **$N_2 - N_1$ = intero** $\Rightarrow$ le onde sono **in fase** $\Rightarrow$ differiscono di **2π** $\Rightarrow$ **interferenza costruttiva**

Se **$N_2 - N_1$ = intero/2** $\Rightarrow$ le onde sono in **opposizione di fase** $\Rightarrow$ differiscono di π $\Rightarrow$ **interferenza distruttiva**

Interferenza

Fenomeno che si verifica ogni volta che in un mezzo si propagano due o più onde. Prendiamo due onde con la medesima frequenza che si propagano nella stessa direzione e hanno la medesima direzione di vibrazione (longitudinale o trasversale). Inoltre ipotizziamo che le sorgenti delle due onde siano coerenti, ovvero emettano le onde con differenza di fase costante nel tempo. Ipotizziamo anche che $\Delta\phi = 0$ e $A_1 = A_2 = A$, allora

$$S_1 = A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right)\right] \qquad S_2 = A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right)\right]$$

La vibrazione risultante è la somma delle due vibrazioni

$$S = S_1 + S_2 = A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right)\right] + A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right)\right]$$

Interferenza

Assumendo due onde con stessa ampiezza, fase iniziale, velocità, la sovrapposizione è:

$$S_1 = A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x_1}{\lambda}\right)\right] \qquad S_2 = A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x_2}{\lambda}\right)\right]$$

$$S = S_1 + S_2 = A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x_1}{\lambda}\right)\right] + A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x_2}{\lambda}\right)\right] = R\sin\left[2\pi\frac{t}{T}-\phi\right]$$

Utilizzando le formule di prostaferesi:

$$R = A\sqrt{2+2\cos\frac{2\pi\left(x_2-x_1\right)}{\lambda}} \qquad \phi = \pi\frac{\left(x_1+x_2\right)}{\lambda}$$

L'ampiezza R varia nel tempo

$$R = A\sqrt{2 + 2\cos\frac{2\pi\left(x_2 - x_1\right)}{\lambda}} = A\sqrt{2}\sqrt{1 + \cos\frac{2\pi\left(x_2 - x_1\right)}{\lambda}} \qquad \phi = \pi\frac{\left(x_1 + x_2\right)}{\lambda}$$

R dipende dalla differenza di fase tra le due onde nel punto P

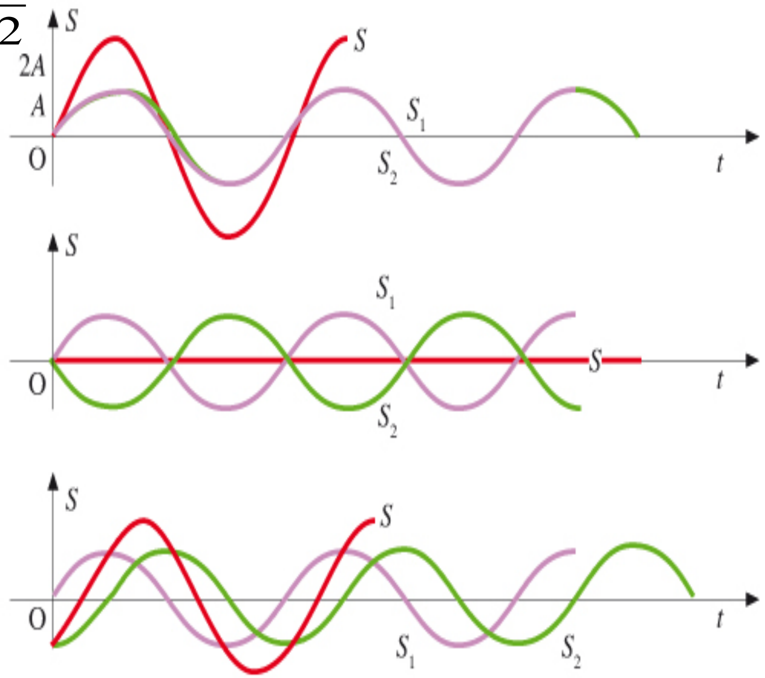
- $\Delta\phi = 2\pi n$ con n = 0,1,2,… **interferenza costruttiva**
- $\Delta\phi = \pi(2n+1)$ con n = 0,1,2,… **interferenza distruttiva**

$$R_{MAX} = A\sqrt{2}$$

$$R_{\min} = 0$$

per

$$\cos\frac{2\pi\left(x_2 - x_1\right)}{\lambda} = -1$$



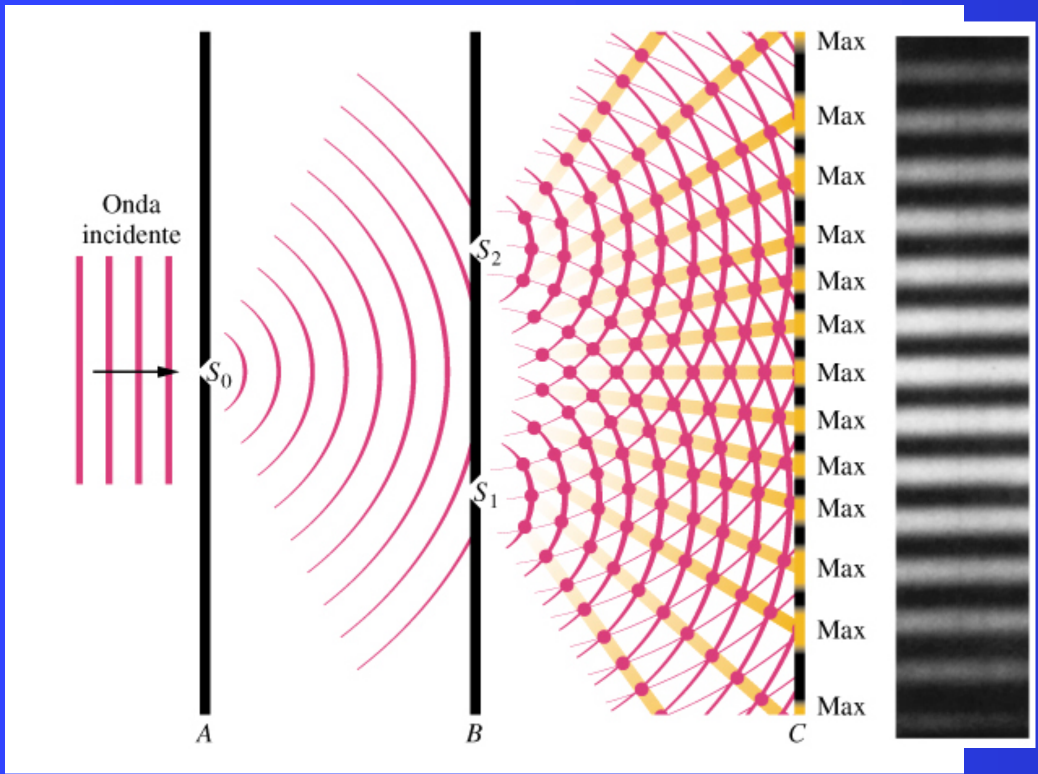
a) concordanza di fase

b) opposizione di fase

c) quadratura di fase

Esperimento di Young (1801)

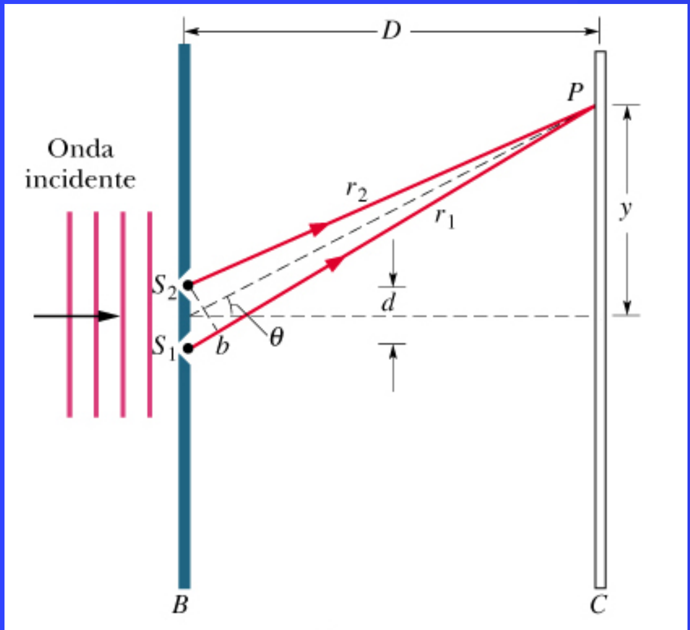
Prima prova sperimentale della natura ondulatoria della luce



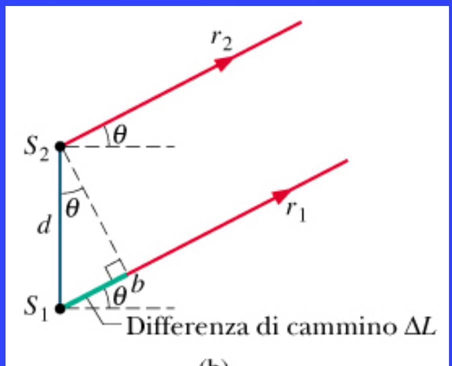
Inviamo un'onda piana su uno schermo in cui è praticata una fenditura, per diffrazione l'onda emergente da S_0 è un'onda sferica che va ad incidere su un secondo schermo in cui ci sono due fori, S_1 ed S_2, che simulano due **sorgenti di luce coerenti** (in fase).

Le onde **emesse da S_1 ed S_2 sono sferiche**. Le dimensioni di S_1 ed S_2 devono essere superiori alla λ dell'onda incidente per evitare che il fenomeno della diffrazione prevalga su quello di interferenza

Vediamo di trovare la **posizione** delle **frange di interferenza** (frange chiare sono massimi, frange scure sono minimi)



L'onda incidente arriva sullo schermo B in fase quindi **S_1 ed S_2 sono sorgeneti coerenti** di **onde sferiche**. Se analizziamo l'immagine nel punto P, notiamo immediatamente che i **percorsi fatti dalle due onde**, quella da S_1 e quella da S_2, **sono diversi**; pertanto **in P le due onde arriveranno sfasate per la differenza di cammino ottico ΔL**. Se **D >> d**, possiamo pensare che **r_1 ed r_2 siano praticamente ||**.



$$\Delta L = d \sin \theta$$

Se ΔL = # intero di λ ⇒ interferenza costruttiva
Se ΔL = # λ/2+intero di λ ⇒ interferenza distruttiva

dsinθ = mλ con **m = intero** ⇒ **massimi**
dsinθ = (m+1/2) λ con **m = intero** ⇒ **minimi**

Il **massimo centrale** si ha in corrispondenza ad **m = 0**.
Per avere interferenza la **differenza di fase deve restare costante**, pertanto devo avere **luce coerente**.

Ricaviamo ora la **figura di interferenza**. In P le due onde arrivano con campi elettrici non in fase

$$E_1 = E_0 \sin \omega t \qquad E_2 = E_0 \sin(\omega t + \phi)$$

L'intensità in P vale

$$kx = \frac{2\pi}{\lambda} x = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta$$

$$I = 4 I_0 \cos^2\left(\frac{1}{2}\phi\right) \qquad \phi = \frac{2\pi d}{\lambda}\sin\theta$$

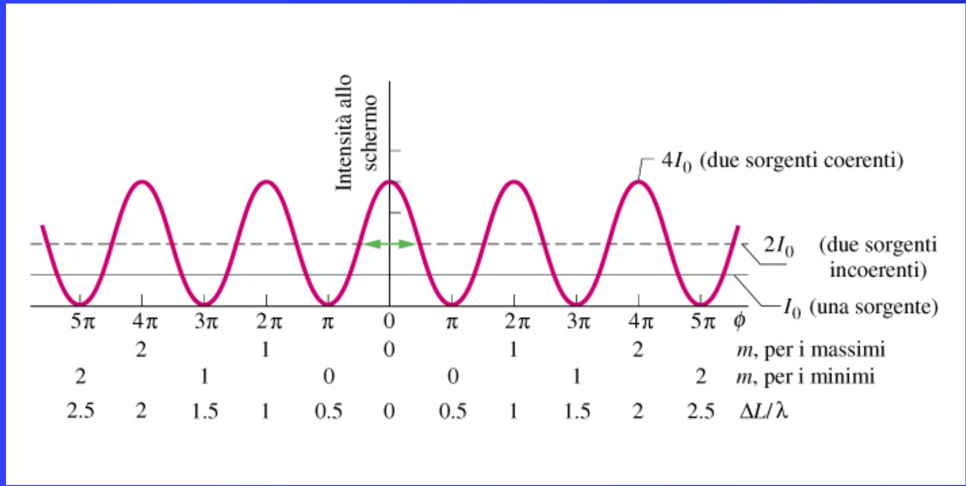
$$I \text{ e' massima per } \frac{1}{2}\phi = m\pi \quad \text{con } m = 0,1,2,\ldots$$

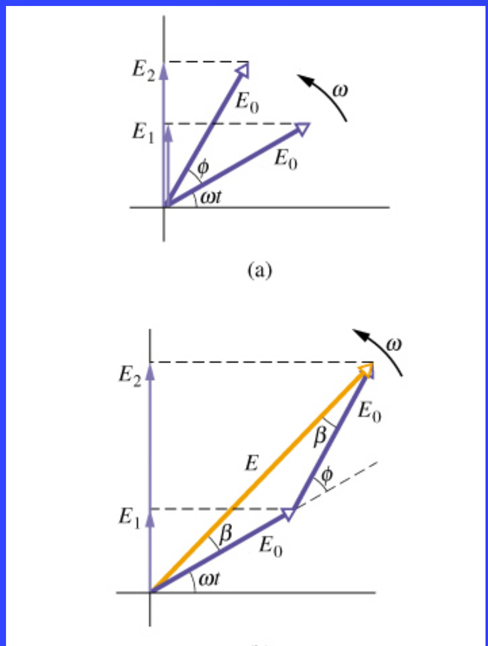
$$2m\pi = \frac{2\pi d}{\lambda}\sin\theta \qquad m = 0,1,2,\ldots$$

$$d\sin\theta = m\lambda$$

I_0 = intensità sullo schermo associata alla luce che arriva da una delle due fenditure

In modo del tutto analogo trovo l'intensità dei minimi





Vediamo ora dal punto di vista vettoriale cosa succede considerando i campi elettrici.

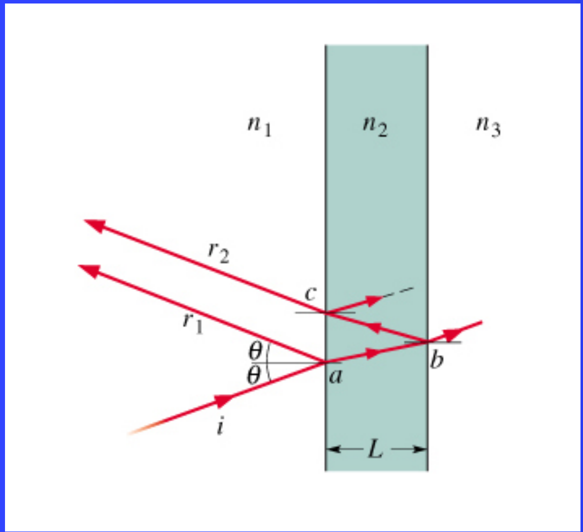
E risultante ha una costante di fase β =1/2 ϕ

$$E = 2(E_0 \cos \beta) = 2E_0 \cos\left(\frac{1}{2}\phi\right)$$

$$E^2 = 4E_0^2 \cos^2\left(\frac{1}{2}\phi\right) \qquad I \propto E^2 \qquad I_0 \propto E_0^2$$

$$\frac{I}{I_0} = \frac{E^2}{E_0^2} \Rightarrow I = I_0 4\cos^2\left(\frac{1}{2}\phi\right)$$

Interferenza su lamine sottili



Facciamo incidere della luce su di una **lamina sottile di spessore L confrontabile con la λ della luce incidente**. L'angolo di incidenza **θ_i è molto piccolo**. I due raggi **r_1 ed r_2** seguono percorsi diversi e quindi **possono emergere sfasati dalla lamina**.

Infatti, il raggio r_2 passa attraverso un materiale con diverso indice di rifrazione e fa un percorso più lungo rispetto ad r_1, mentre r_1 subisce una riflessione tra due mezzi con $n_1 > n_2$. Questo tipo di **riflessione provoca uno sfasamento di $\lambda/2$**. Le riflessioni tra mezzi con $n_2 > n_1$ non comporta sfasamenti e così pure le rifrazioni.

Lo **sfasamento di r_2 dipende dalla differenza di cammino ottico in un mezzo con indice di rifrazione diverso da quello di partenza**.

Dato che r_1 viene sfasato dalla riflessione di mezza lunghezza d'onda, per avere interferenza costruttiva il raggio **r_2 deve venire sfasato di un numero intero di (1+1/2) lunghezze d'onda**.

$$\Delta L \approx 2L = r_2 - r_1$$

$$2L = \frac{2m+1}{2}\lambda_{n_2} \qquad m = \text{intero} \qquad \text{interferenza costruttiva}$$

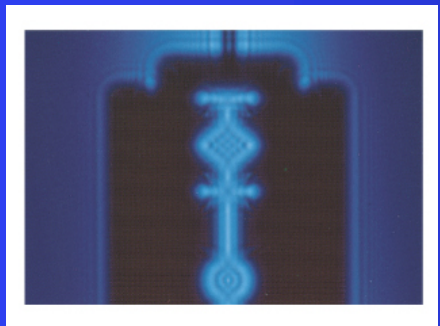
$$2L = m\lambda_{n_2} \qquad m = \text{intero} \qquad \text{interferenza distruttiva}$$

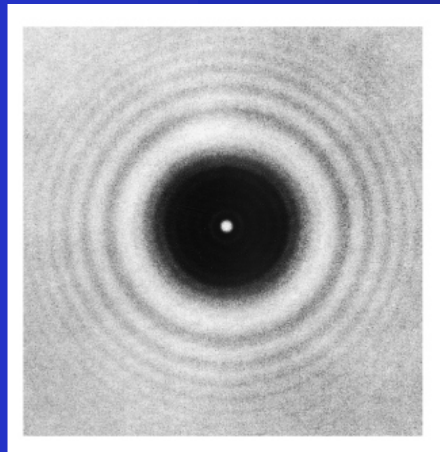
$$2L = \frac{2m+1}{2}\frac{\lambda}{n_2} \qquad \text{massimi}$$

$$2L = m\frac{\lambda}{n_2} \qquad \text{minimi}$$

La diffrazione

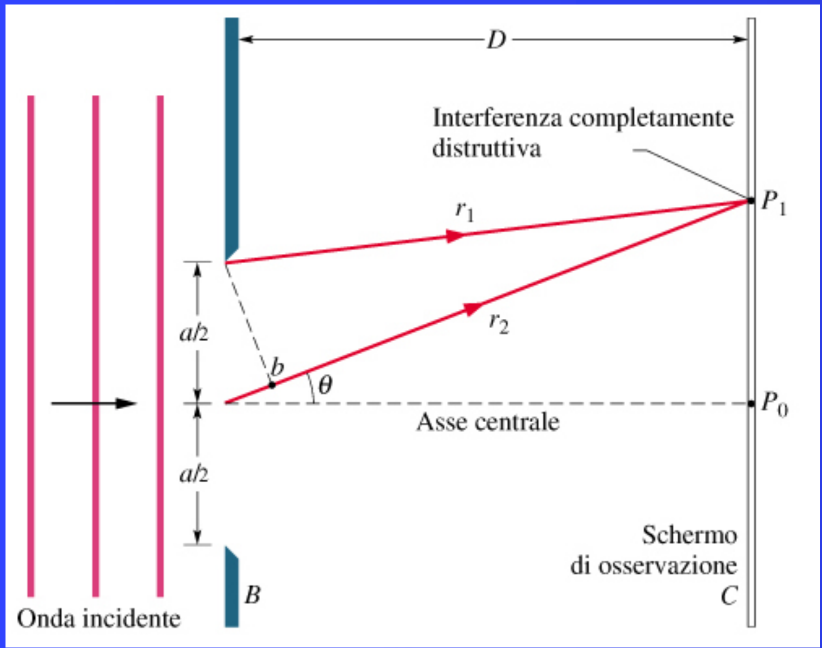
Il fenomeno della **diffrazione** si incontra ogni volta che la luce incontra un ostacolo o un'apertura di dimensioni paragonabili alla sua lunghezza d'onda. L'effetto della diffrazione è quello di allargare il fascio di luce originario dando origine a figure di interferenza caratterizzate da una serie di massimi di intensità luminosa decrescente (**massimo principale e massimi secondari**); i massimi naturalmente si alternano con i minimi. **Fresnel 1819**. **Macchia luminosa di Fresnel**.





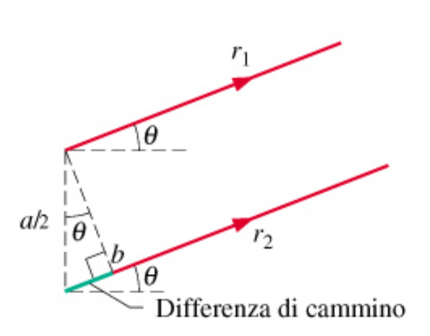
Diffrazione da singola fenditura

Consideriamo un'onda piana di **lunghezza d'onda λ** che viene difratta da una sottile **fenditura di lunghezza a**.



Per individuare la posizione dei massimi e dei minimi nella figura di diffrazione, consideriamo la fenditura a suddivisa in tanti punti, ognuno dei quali sarà sorgente di onde sferiche secondarie, e calcoliamo la **differenza di cammino ottico tra due raggi originati da punti a distanza a/2** l'uno dall'altro. Innanzitutto calcoliamo la **posizione della prima frangia scura**

Le onde originate nella fenditura sono in fase ed interferiscono distruttivamente in P_1, quindi in P_1 arrivano con uno sfasamento di $\lambda/2$.
Facciamo anche l'ipotesi che **D >> a**.



$$\Delta L = \frac{a}{2}\sin\theta$$

Vale per ogni coppia di raggi che arriva in P_1

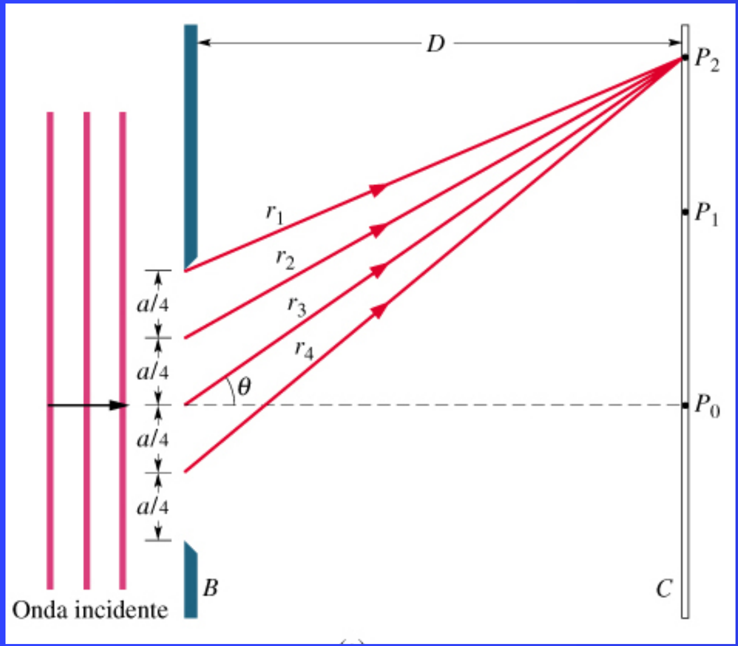
Per avere interferenza distruttiva deve essere

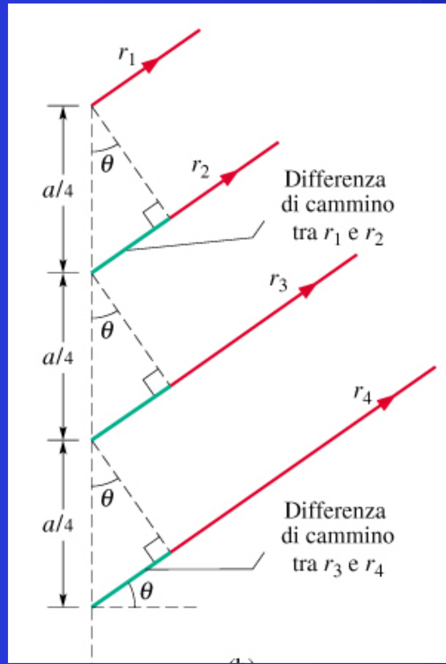
$$\frac{a}{2}\sin\theta = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow a\sin\theta = \lambda$$

primo minimo

Se ora **diminuiamo a**, l'effetto di **diffrazione aumenta**, ovvero aumenta l'angolo θ a cui si trova il primo minimo, se **$a = \lambda$**, allora **$\theta_1 = 90°$** e il **massimo centrale copre tutto lo schermo**.

Per trovare i **minimi successivi** si procede in modo analogo, ma questa volta si divide la **fenditura in quattro parti** ciascuna di ampiezza **a/4**.





$$r_2 - r_1 = \frac{\lambda}{2} \qquad r_4 - r_3 = \frac{\lambda}{2}$$

$$r_2 - r_1 = \frac{a}{4}\sin\theta = \frac{\lambda}{2} = r_4 - r_3$$

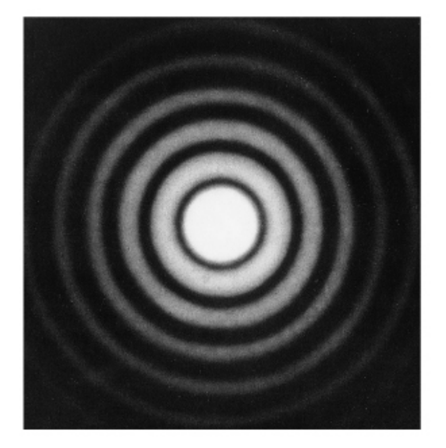
$$a\sin\theta = 2\lambda \qquad \text{secondo minimo } (\mathrm{P}_2)$$

condizione per avere la seconda frangia scura in P_2

Iterando il procedimento si ottiene

$$\boxed{a\sin\theta = m\lambda \qquad m = 1,2,3,\ldots \qquad \text{minimi}}$$

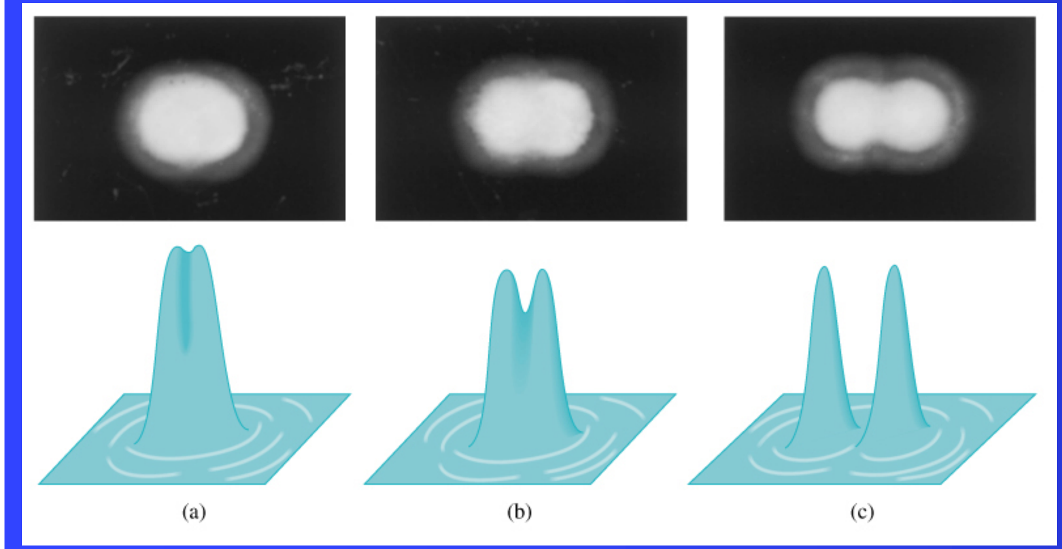
Diffrazione attraverso un foro circolare



Prendiamo ora un foro circolare di diametro d, la figura di diffrazione che si ottiene è formata da cerchi lumiosi e scuri alternati. Per la posizione del primo minimo si trova

$$\sin\theta = 1{,}22\,\frac{\lambda}{d}$$

Potere risolvente

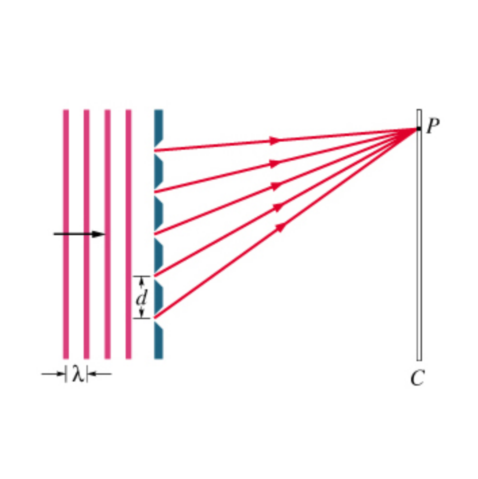


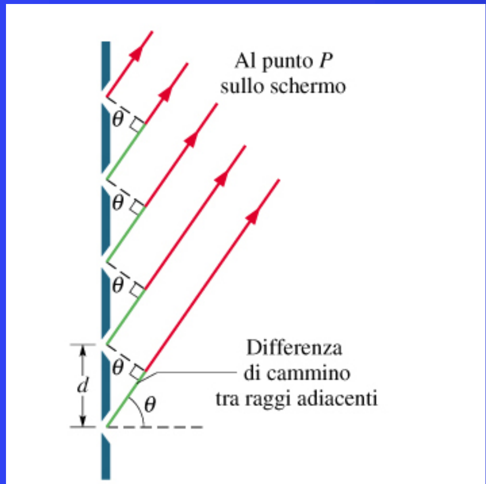
Criterio di Rayleigh

Due sorgenti luminose puntiformi sono risolubili se la loro distanza angolare è tale che il max. centrale della figura di diffrazione di una coincide con il primo minimo della figura di diffrazione dell'altra

Reticoli di diffrazione

In un reticolo si hanno N fenditure (incisioni) (anche migliaia/cm).





Per ricavare le posizioni dei massimi si procede come fatto in precedenza per l'interferenza e la diffrazione, tenendo presente che ora d rappresenta la distanza tra due fenditure adiacenti e si chiama passo del reticolo

$$d \sin\theta = m\lambda \quad \text{con } m = 0,1,2,\ldots \qquad \text{massimi}$$

m = numero d'ordine. $\theta = \theta(\lambda)$, quindi misurando θ ottengo λ

Esercizio

Un reticolo di diffrazione con 750 fenditure/mm viene illuminato da una luce che forma la diffrazione al primo ordine a un angolo di 34.0^0. Qual è la lunghezza d'onda della luce ?

$$d\sin\theta = m\lambda$$

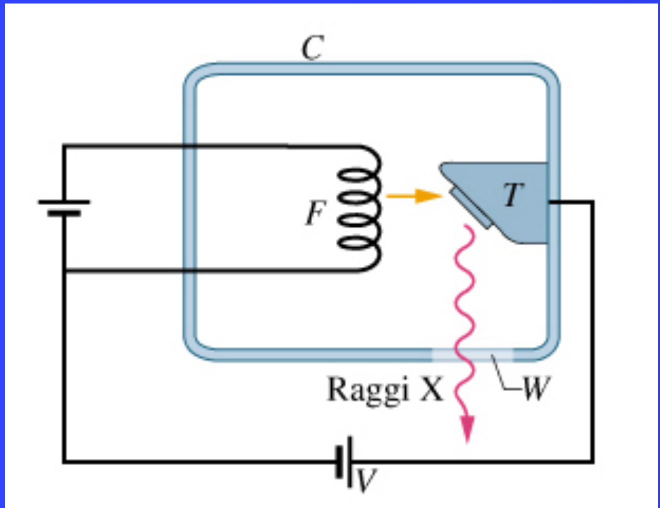
$$d = \frac{10^{-3}}{750} m = 1.33\times10^{-6} m$$

$$\sin\left(34.0^0\right) = \sin\left(\frac{\pi}{180}34.0^0\right) = \sin\left(0.297\right) = 0.56$$

$$\boxed{\lambda = d\sin\theta = 1.33\times10^{-6}\times0.56 = 0.745\times10^{-6} = 745nm}$$

(attorno al rosso visibile)

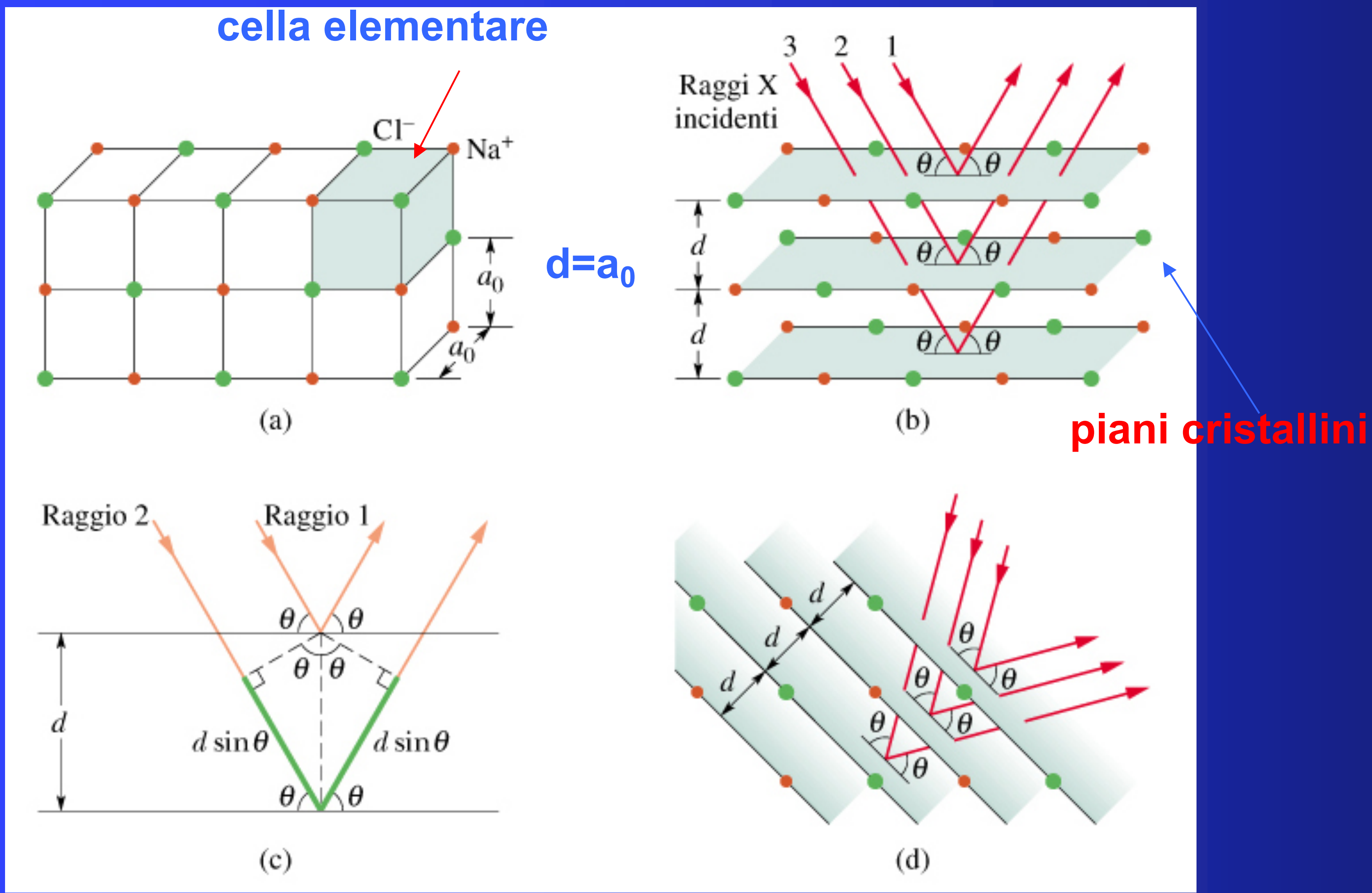
Diffrazione dei raggi X



I raggi X sono onde elettromagnetiche con lunghezza d’onda dell’ordine di 0.1 nm.
Se vogliamo distinguere tra raggi X con λ diverse non possiamo usare un reticolo di diffrazione, infatti (λ =0.1 nm e d=3000 nm) il massimo di ordine 1 si ha ad un angolo

$$\theta = \arcsin \frac{m\lambda}{d} = 0.0019^{o}$$

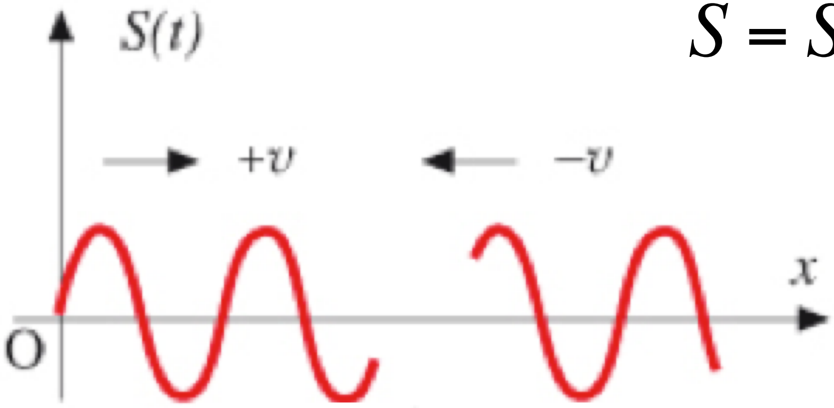
Per poter utilizzare un reticolo con i raggi X si dovrebbe avere un passo d dello stesso ordine di grandezza della lunghezza d’onda dei raggi X, ovvero delle dimensioni degli atomi.
1912 Max von Laue pensa ad un cristallo come ad un reticolo.
Cristallo di NaCl. Cella elementare che si ripete in tre dimensioni.
I raggi X vengono difratti dalla struttura del cristallo e danno origine a massimi e minimi di intensità dovuti a fenomeni di interferenza



Il fenomeno, che è diverso dai fenomeni di diffrazione che abbiamo visto, viene descritto come se i raggi X venissero riflessi da dei piani di atomi del cristallo detti **piani di riflessione paralleli** o **piani cristallini**.

Onde Stazionarie

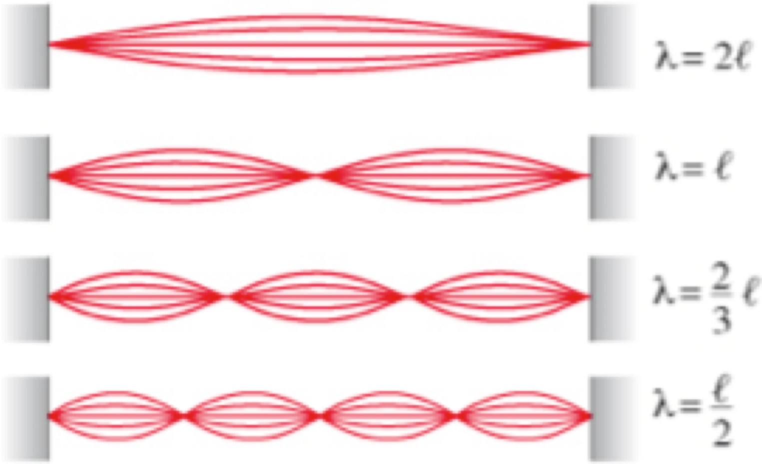
(fenomeno di interferenza con onde di stessa frequenza)



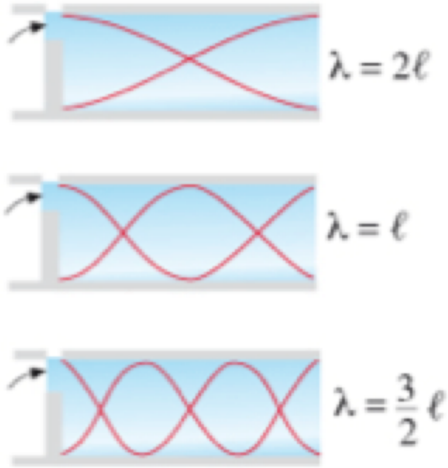
$$S = S_1 + S_2 = 2A\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right)$$

NOTA: fenomeno nello spazio

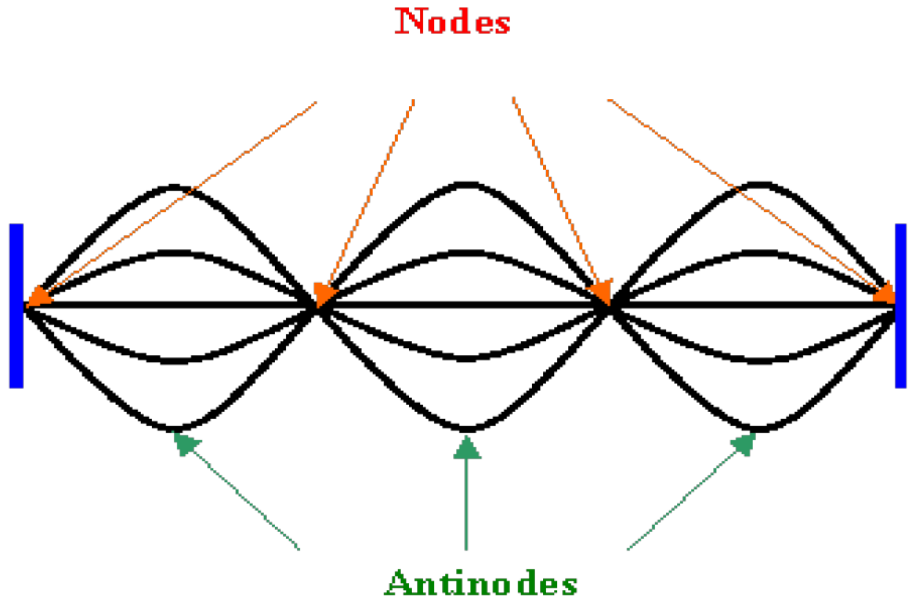
Estremi fissi



Estremi aperti



Onda stazionaria



Si sommano le due onde (coseno identico a seno):

$$y(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$$

$$y(x,t) = A\sin(kx + \omega t)$$

prostaferesi

$$\sin(a) + \sin(b) = 2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

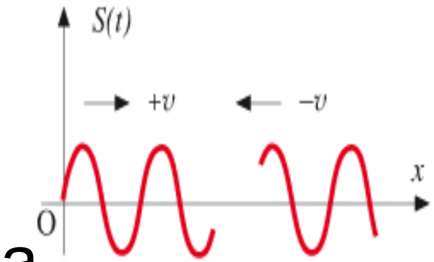
$$2A\sin(kx)\cos(-\omega t) = \boxed{2A\sin(kx)\cos(\omega t)}$$

I NODI sono dove y(x,t) = 0

$$kx = n\pi = \frac{2\pi}{\lambda}x$$

$$\boxed{x = n\pi = \frac{n\lambda}{2}}$$

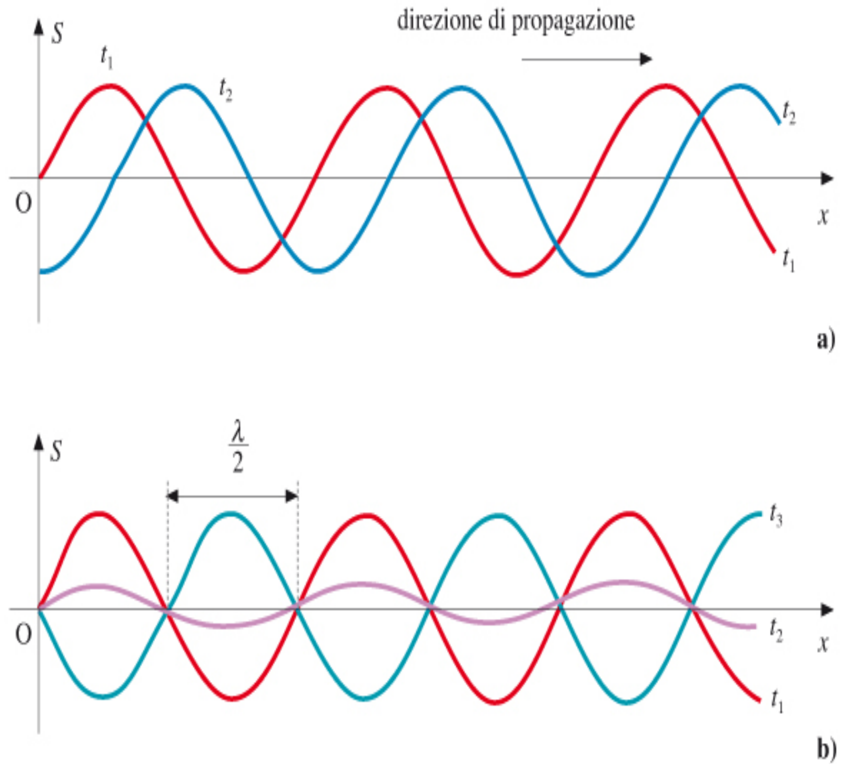
Due onde di uguale frequenza, uguale ampiezza e stessa velocità di propagazione, che viaggiano in verso opposto lungo l'asse x:



$$S_1 = A\cos\left(2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right) \qquad S_2 = A\cos\left(2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)\right)$$

L'onda risultante è un'**onda stazionaria** data da

$$S = S_1 + S_2 = 2A\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right)$$



L'ampiezza varia in funzione di x, mentre vibra con la stessa frequenza.

L'oscillazione in ampiezza dà origine a **nodi e ventri**, la distanza tra due nodi o due ventri successivi è $\lambda/2$.

Su di una corda con entrambe le estremità fisse si può generare un'onda stazionaria, così pure in un tubo chiuso o aperto alle estremità, a patto che la lunghezza l della corda o del tubo permetta la formazione di nodi o due ventri alle sue estremità. Deve quindi essere soddisfatta la seguente condizione

$$\frac{n\lambda}{2} = \ell \qquad \text{con } n=1,2,3\ldots$$

Se la corda o il tubo hanno un'estremità fissa e l'altra libera, si generano onde stazionarie se Digitare l'equazione qui.

$$(2n+1)\frac{\lambda}{4} = \ell \qquad \text{con } n=0,1,2,3\ldots$$

	Estremi chiusi	Estremi aperti	estremo chiuso/aperto
1^0	λ=2L	λ=2L	λ=4L
2^0	λ=L	λ=L	λ=4/3 L
3^0	λ=3/2 L	λ=3/2 L	λ=4/5 L

Si possono formare onde stazionarie persistenti → **risonanza**. La corda risuona solo per le componenti di Fourier le cui λ soddisfano le condizioni per l'instaurarsi di onde stazionarie.

Es. 12.3 - pianoforte

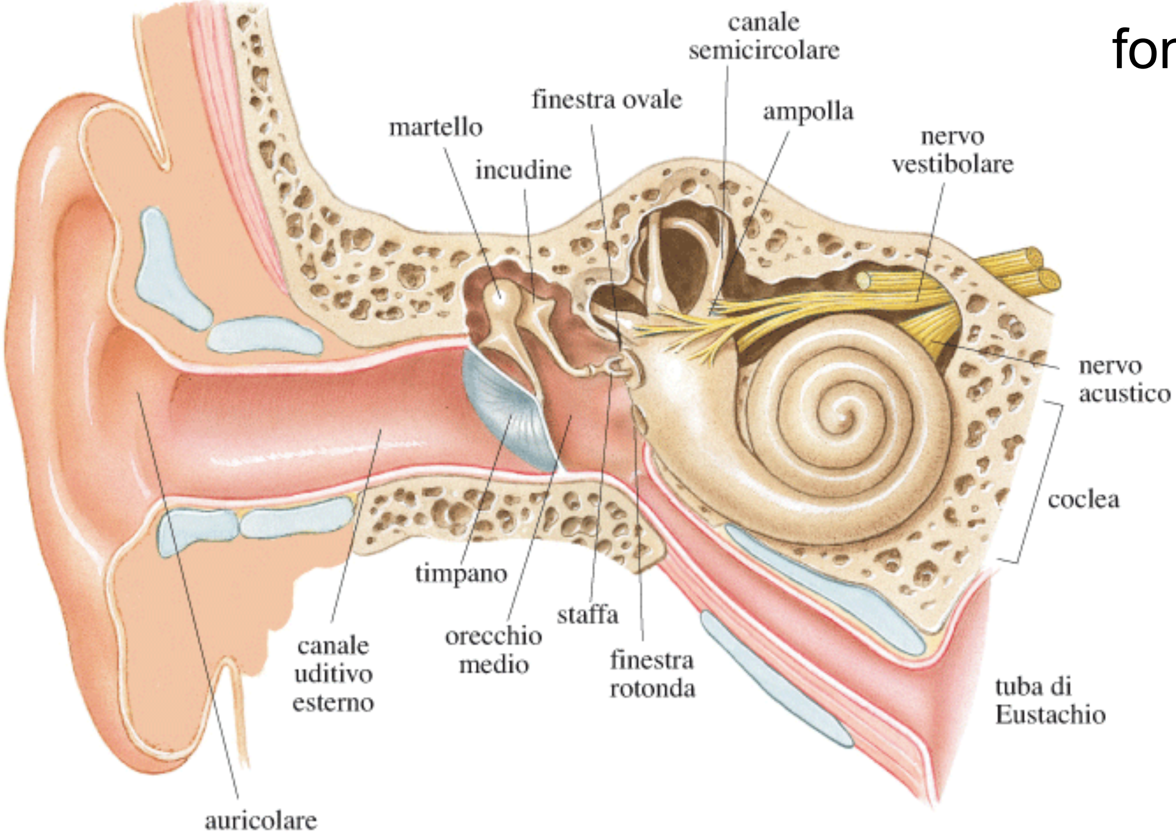
Calcolare le prime 3 armoniche della corda più lunga in un pianoforte.

L=1.96 m, velocità v=132 m/s

Utilizziamo $x = \frac{n\lambda}{2}$ con n=1 per la prima armonica $\lambda = 2l = 3.92\ m$

La frequenza è data da $\nu = \frac{\upsilon}{\lambda} = \frac{\upsilon}{2l} = \frac{132\ m/s}{2 \times 1.96\ m} = 33.7\ Hz$

La seconda armonica ($\lambda=\ell$) avrà frequenza doppia (67.4 Hz)
e la terza (($\lambda=2/3\ \ell$)) tripla (101.1 Hz)



Nel canale uditivo esterno (l = 2.5 cm) si instaurano onde stazionarie la cui frequenza fondamentale è

$$\nu_k = \frac{2k+1}{4\ell} v = \frac{2k+1}{10\ cm} 340 \frac{m}{s}$$

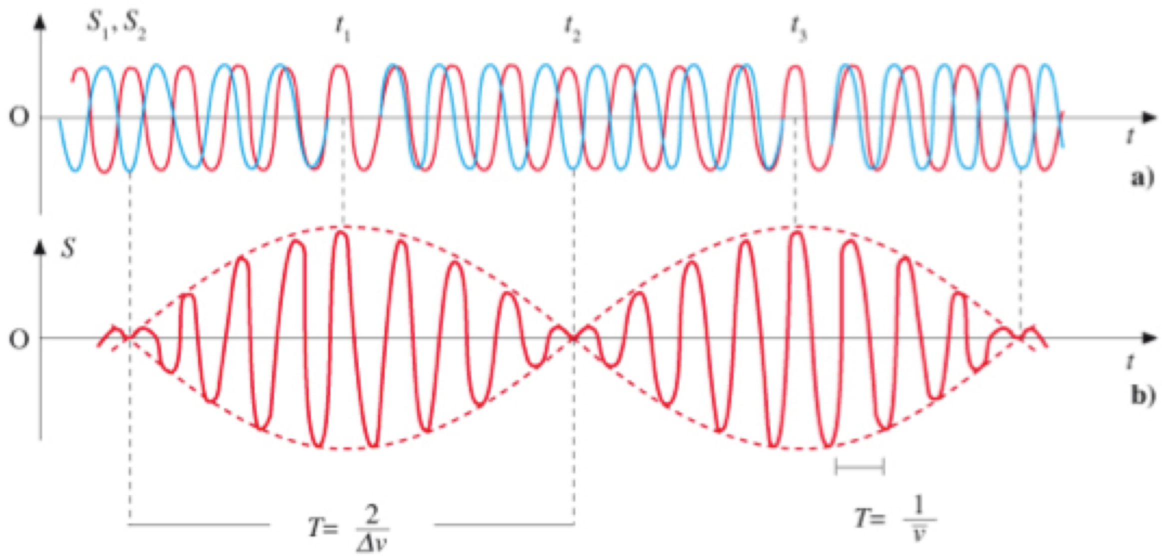
$$\nu_0 = 3400\ Hz$$

L'orecchio medio è una leva di 1° tipo e serve ad amplificare il segnale aumentando di circa 60 volte Δp per compensare la perdita di intensità sonora che ci sarebbe tra aria e il liquido dell'orecchio interno.

Battimenti

(fenomeno di interferenza con onde di una –piccola– diversa frequenza)

$$S = S_1 + S_2 = 2A\cos\left(2\pi\frac{1}{2}\Delta\nu t\right)\sin\left(2\pi\frac{\nu_1+\nu_2}{2}t\right)$$



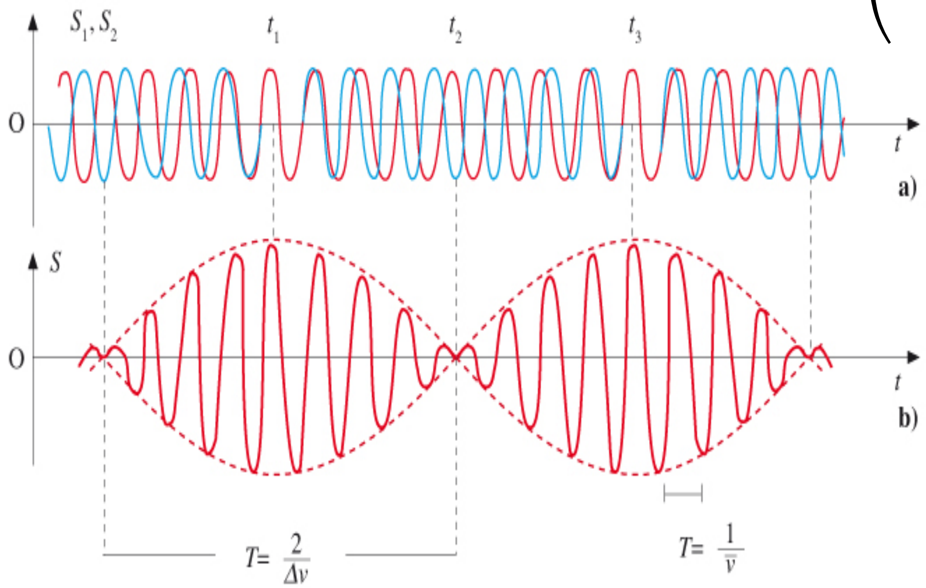
NOTA: fenomeno nel tempo

Battimenti

Consideriamo ora due onde di frequenza molto vicina, ma diversa. All'istante t_0 le due onde sono in fase e si ha interferenza costruttiva e ampiezza elevata. Per $t>t_0$ le onde si sfasano e l'interferenza diviene distruttiva. Si genera così il fenomeno dei battimenti.

$$S_1 = A\sin(\omega_1 t) \qquad S_2 = A\sin(\omega_2 t)$$

$$S = S_1 + S_2 = 2A\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right)\sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right)$$



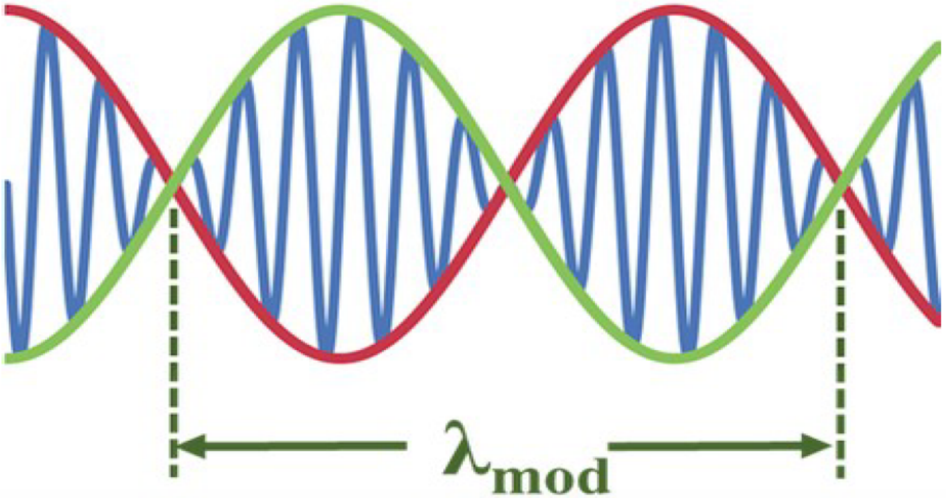
Si genera una vibrazione sinusoidale con frequenza pari alla media delle due frequenze originarie, l'ampiezza della vibrazione va come il coseno della differenza tra le frequenze.

$$k_a = \frac{k_1 - k_2}{2} \qquad \omega_a = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$$

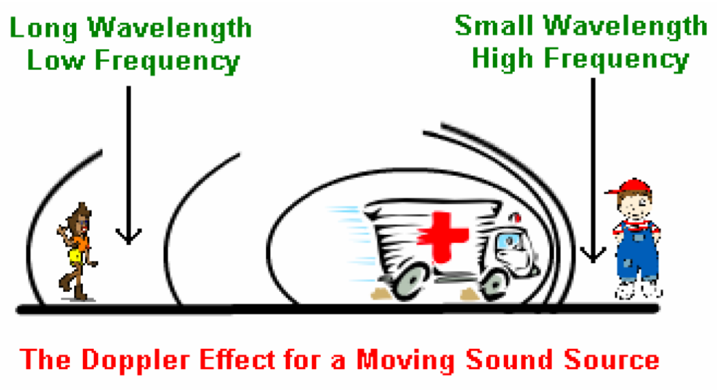
modulante

$$k_b = \frac{k_1 + k_2}{2} \qquad \omega_b = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$$

portante

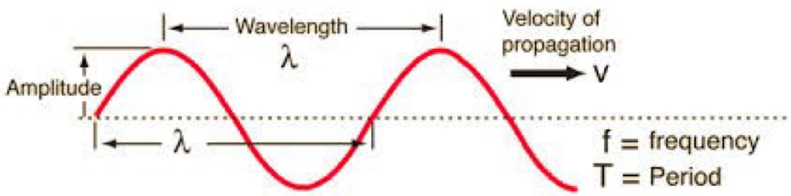


Effetto Doppler



La sorgente si muove verso l'osservatore con velocità v_s

La distanza tra due fronti d'onda (visti dall'osservatore) è:



$$\boxed{y(x,t) = A\sin\left(K_0 x - \omega_0 t\right)}$$

$$\lambda' = \lambda_0 - \upsilon_s T_0 \qquad T_0 = \frac{1}{\nu_0} = \frac{\lambda_0}{\upsilon_0}$$

$$\rightarrow \lambda' = \lambda_0\left(1 - \frac{\upsilon_s}{\upsilon_0}\right)$$

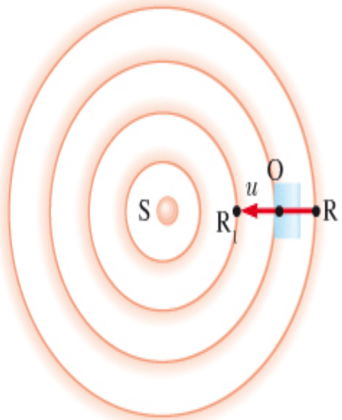
Si riduce la lunghezza d'onda

Se si passa alle frequenze (determinano la vibrazione dell'orecchio), allora:

$$\lambda_0 = \frac{\upsilon_0}{\nu_0} \; e \; \lambda' = \frac{\upsilon_0}{\nu'} \quad \Longrightarrow \quad \frac{\upsilon_0}{\nu'} = \frac{\upsilon_0}{\nu_0} - \upsilon_s \frac{\upsilon_0}{\nu_0 \upsilon_0} \quad \Longrightarrow \quad \nu' = \nu_0\left(\frac{\upsilon_0}{\upsilon_0 - \upsilon_s}\right)$$

Se la sorgente si allontana dall'osservatore si ha

$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda$



$$\lambda' = \lambda_0 + v_s T_0 \qquad \rightarrow \lambda' = \lambda_0\left(1 + \frac{v_s}{v_0}\right)$$

λ'>λ

$$\nu' = \frac{v_0}{\lambda'} = \frac{v_0}{\lambda\left(1 + {v_s}/{v_0}\right)} = \frac{1}{\lambda}\frac{v_0^2}{v_0 + v_s} = \nu\frac{v_0}{v_0 + v_s}$$

ν'<ν

Quando invece è l'osservatore a muoversi con velocità $v_1 < v_0$ verso una sorgente ferma che emette un'onda con velocità di propagazione v_0, si ha che la velocità di propagazione dell'onda viene percepita dall'osservatore come v' somma delle due velocità

$$v' = v_0 + v_1 \Rightarrow \nu' = \frac{v'}{\lambda} = \frac{v_0 + v_1}{\lambda} = \frac{v_0}{\lambda}\left(1 + \frac{v_1}{v_0}\right) = \nu_0\left(1 + \frac{v_1}{v_0}\right) > \nu_0$$

Se l'osservatore si allontana dalla sorgente si ottiene

$$\nu' = \nu_0\left(1 - \frac{v_s}{v_0}\right) < \nu_0$$

Sorgente si muove	Si avvicina	$\nu' = \nu_0 \left(\frac{v_0}{v_0 - v_s} \right)$	v_0=340 m/s, v_0=17m/s, ν_0=6 KHz $\rightarrow$ ν'=6316 KHz
	Si allontana	$\nu' = \nu_0 \left(\frac{v_0}{v_0 + v_s} \right)$	ν'=5714 KHz
Osservatore si muove	Si avvicina	$\nu' = \nu_0 \left(\frac{v_0 + v_s}{v_0} \right)$	ν'=6300 KHz
	Si allontana	$\nu' = \nu_0 \left(\frac{v_0 - v_s}{v_0} \right)$	ν'=5700 KHz

Esercizi

12.5 velocità pipistrello che emette suoni a 50 kHz e riceve un suono riflesso a 51 kHz ?

$$\nu = \nu_0 \left(\frac{\upsilon_0}{\upsilon_0 - \upsilon} \right) = \nu_0 \frac{1}{1 - \upsilon / \upsilon_0} \Rightarrow 1 - \frac{\upsilon}{\upsilon_0} = \frac{\nu_0}{\nu} \Rightarrow \upsilon = \upsilon_0 \left(1 - \frac{\nu_0}{\nu} \right) = 344\ m/s \left(1 - \frac{50}{51} \right) = 6.75 m/s = 24.3 km/h$$

12.7 Auto a 60 km/h verso sirena fissa con ν=3000 Hz. Frequenza udita ?

$$\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{\upsilon}{\upsilon_0} \right) = 3000\ Hz \left(1 + \frac{60\ {}^{km}/_{h}}{340\ {}^{m}/_{s}} \right) = \frac{3000\, s^{-1} \times \left(340\, ms^{-1} + 60 \times {}^{1000m}/_{3600s} \right)}{340\ {}^{m}/_{s}} = 3147\, Hz$$

Varie velocità del suono

Materiali	Velocità del suono [m/s]
Aria	343
Acqua	1484
Ghiaccio (a 0 °C)	3980
Vetro	5770
Acciaio	5900
Alluminio	6300
Piombo	2160
Titanio	6100
PVC (morbido)	80
PVC (duro)	1 700
Calcestruzzo	3 100
Faggio	3 300
Granito	6 200
Peridotite	7 700
Sabbia (asciutta)	10-300

Proprietà dovuta alla comprimibilità del mezzo

Suono

onda sonora : vibrazione meccanica percepibile dal senso dell'udito (orecchio)

sensibilità orecchio umano

infrasuoni $\leftarrow$ $20\ \text{Hz} < \nu < 2\ 10^4\ \text{Hz}$ $\rightarrow$ ultrasuoni

$$v = \lambda\ \nu$$

$v_{aria} = 344\ \text{m s}^{-1}$ $\qquad 17.2\ \text{m} < \lambda < 1.72\ \text{cm}$

$v_{H2O} = 1450\ \text{m s}^{-1}$ $\qquad 72.5\ \text{m} < \lambda < 7.25\ \text{cm}$

Caratteristiche fisiche delle onde sonore

- **Altezza** è determinata dalla **frequenza**
  - maggiore è il numero di vibrazioni al secondo della sorgente sonora maggiore risulterà l'altezza della nota

  (in musica il raddoppio della frequenza di una nota eleva la sua altezza di un'ottava!)
- L'**intensità** è una misura dell'**energia** che investe l'unità di area della superficie del ricevitore nell'unità di tempo.

  L'unità di misura è Wm^{-2}.

- Il timbro corrisponde alla **complessità** della forma d'onda prodotta dalla sorgente.

Il suono

I suoni sono onde longitudinali, **di pressione**, che si propagano in un mezzo ma non nel vuoto

Nel S.I. l'intensita` di un suono (che si misura in W/m$^2$), di ampiezza A e frequenza $\nu$, che si propaga alla velocita` V in un mezzo di densita` $\rho$, e` definita da: $\mathbf{I = 2\pi^2 V \rho A^2 \nu^2}$

Tuttavia, poiche` i sensi dell'uomo (udito e vista) hanno risposta logaritmica allo stimolo a cui sor sottoposti, vengono anche usate altre unita` di misura: le magnitudini in astronomia e i decibel in acustica.

Decibel

Il livello di intensità di un' onda sonora è definito dall' equazione:

$B = \log_{10} I/I_0$

ove I_0 è un' intensità di riferimento, di solito è la soglia dell' udibilità "in energia", pari a 10^{-12} Wm^{-2}

Il livello di intensità è adimensionale e la sua unità di misura è il Bel (B). In pratica l' unità di 0.1B, o *decibel*, è usata più frequentemente.

La soglia dell' udibile va da 0 dB a 120dB.

Suono (II)

L'intensita` del suono si misura in decibel [dB] dalla **soglia di udibilita`** $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2. La relazione tra l'intensita` di un suono I e il suo livello β in decibel e`:

$$\boxed{\beta = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}}$$

(per es. se $I = 10^{-4}$ W/m^2, β = 80 dB).

La **soglia del dolore** e` data da ~ 1 W/m^2.

I suoni sono classificati come acuti (ν alta) o gravi (ν bassa). L'orecchio umano ha sensibilita` in frequenza tra ν ~ 40 Hz e ν ~ 20 kHz.

Esercizio:

Un amplificatore emette onde sonore con intensità di 20 dB. Quale intensità viene emessa da 10 amplificatori?

- ◆200 dB
- ◆20 dB
- ◆30 dB
- ◆2 dB

?

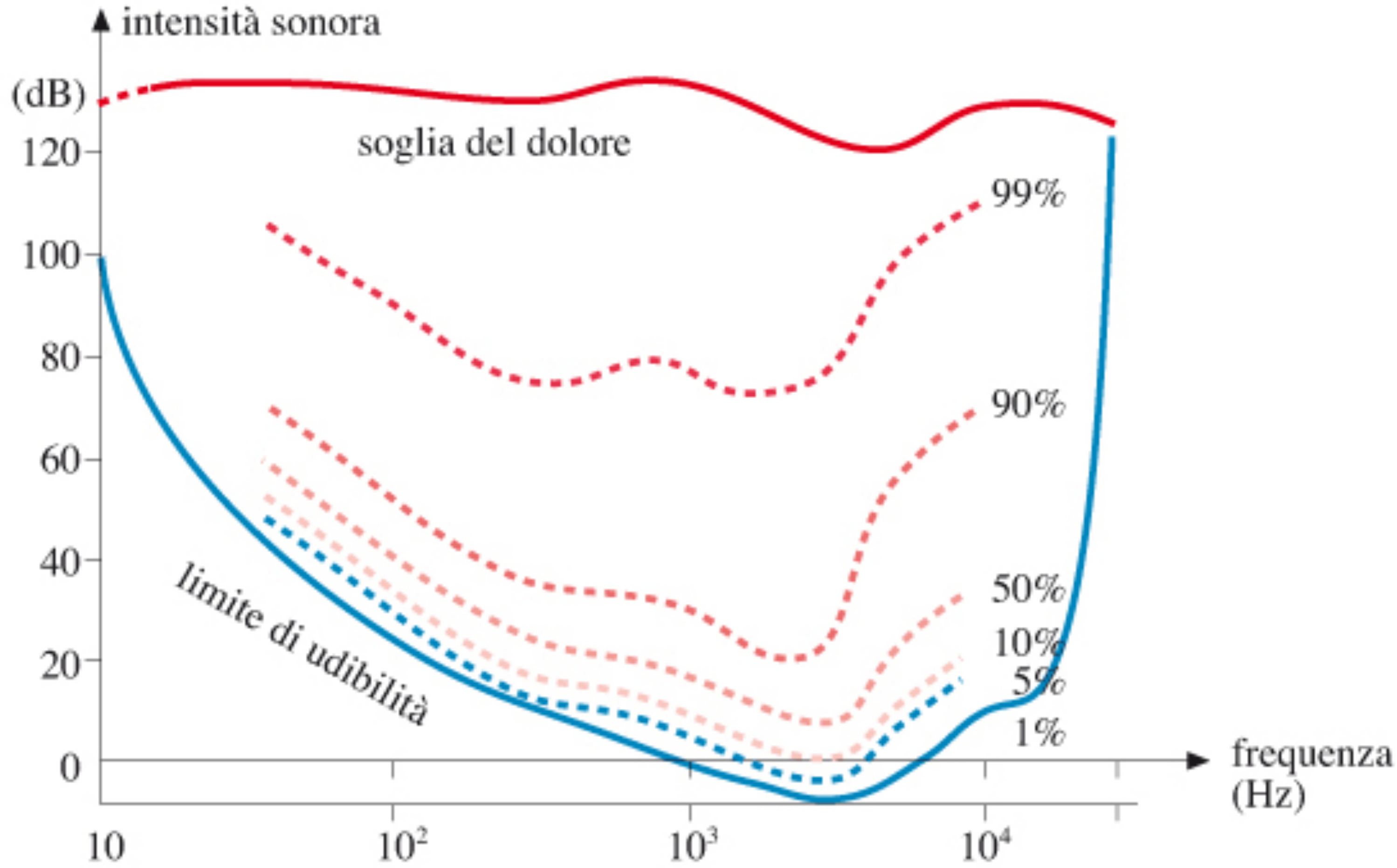
$$\beta = 10 \times \log_{10} \frac{I}{I_0}$$

$$I = I_0 10^{\beta/10} \quad \rightarrow \quad I' = 10 \times I = 10 \times I_0 10^{\beta/10} = I_0 10^{\frac{\beta}{10}+1}$$

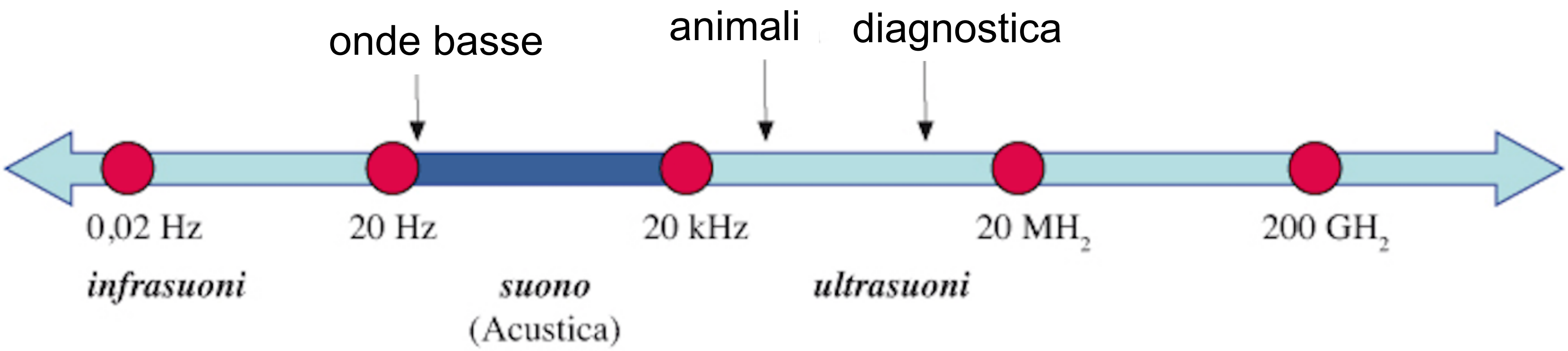
$$\beta' = 10 \times \log_{10} \frac{I'}{I_0} = 10 \times \log_{10}\left(10^{\frac{\beta}{10}+1}\right) = 10 \times \left(\frac{\beta}{10}+1\right) = 30$$

dB_{SPL}	Sorgente
300	Eruzione del Krakatoa nel 1883
250	All'interno di un tornado
180	Razzo al decollo
140	Colpo di pistola a 1 m, auto di Formula 1
130	Soglia del dolore
125	Aereo al decollo a 50 m
120	Sirena,
110	Motosega a 1 m
100	Discoteca, concerto rock
90	Urlo, fischietto
80	Camion pesante a 1 m
70	Aspirapolvere a 1 m; radio ad alto volume
60	Ufficio rumoroso, radio, conversazione
50	Ambiente domestico; teatro a 10 m
40	Quartiere abitato, di notte
30	Sussurri a 1 m
20	Respiro umano
0	Soglia dell'udibile
-9	Camera anecoica [1]

Orecchio


intensità sonora
(dB)
120
100
80
60
40
20
0
soglia del dolore
99%
90%
50%
10%
5%
1%
limite di udibilità
frequenza
(Hz)
10
10^2
10^3
10^4

Spettro dellefrequenze delle onde meccaniche



Ultrasuoni

Onde **sonore** con frequenza $> 2x10^4$ Hz -> ultrasuoni

Si possono ottenere ultrasuoni con frequenze fino al GHz
λ=0.3 μm in aria e λ= 1.5 μm in acqua

Si comportano come raggi sonori che si propagano in linea retta.
Per applicazioni mediche si usano intensità da 10^{-4} a 10 W/cm^2
e frequenza massima cira 1 MHz

(deciBell ?)

L'intensità si attenua con legge esponenziale

$$I = I_0 \exp(-\alpha\, x)$$

Dove α: coefficiente di assorbimento che varia da materiale a materiale ed è proporzionale alla frequenza.

Ultrasuoni

Il principio della diagnostica a ultrasuoni (pipistrelli):
un breve impulso di ultrasuoni viene emesso da un trasduttore e con un certo tempo di ritardo si ottiene un'eco al ricevitore

Le deformazioni indotte da campi elettrici ad alta frequenza generano onde sonore ad alte frequenza(trasduttore).

Attraverso il processo inverso, lo stesso materiale produce un campo elettrico per deformazione

-> nelle applicazione mediche il trasduttore è dello stesso materiale del ricevitore

Ecografia

Tecnica basata sulla riflessione da parte di interfacce tra mezzi diversi attraversati da ultrasuoni.

Frequenze tipiche 1-15 MHz

Vengono emessi brevi impulsi della durata ciascuno di 1-5 μs circa 200 volte al secondo.

Caratteristiche:

- Il tessuto osseo assorbe 10 volte di più dei tessuti molli che a loro volta assorbono 10 volte più dei fluidi corporei (sangue, urina..)

  la vescica piena si comporta da "finestra acustica" per l'esame delle strutture vicine.
- La velocità del suono nell'aria è minore che nei tessuti. Allora i problemi di interferenza vengono minimizzati usando gel tra trasduttore e pelle (conduttore del suono)
- le ecografie dei polmoni e apparato digerente non sono facilmente eseguibili esattamente per le differenze di assorbimento.

Parametri dell'ecografia

- Risoluzione assiale o longitudinale: è la capacità di distinguere due oggetti lungo la direzione di propagazione dell'onda

  Non possono essere risolti oggetti con dimensioni inferiori alla lunghezza d'onda: per frequenze di 1-15 MHz varia come 1.5-0.1 mm

  Anche la lunghezza dell'impulso limita la risoluzione assiale: impulsi di lunga durata impediscono di rivelare interfacce molto vicine.

- Risoluzione laterale: capacità di distinguere oggetti giacenti su una linea ortogonale alla direzione di propagazione. Dipende dalle dimensioni trasverse del fascio: dipende dalla focalizzazione, dal trasduttore.

- Attenuazione

- Divergenza: il fascio non può essere considerato come formato da raggi paralleli oltre una certa distanza x_{max}

Ecografia - coefficienti

TABELLA 14.2 Coefficienti di assorbimento di ultrasuoni da 1 MHz per diverse sostanze

SOSTANZE	α (cm^{-1})
acqua	0.0006
plasma	0.014
sangue intero	0.04
muscolo scheletrico	$0.4 \div 0.5$
fegato	0.34
rene	0.44
tessuto adiposo	0.26

Si utilizzano ultrasuoni tra 1-18 MegaHz: migliore compromesso tra risoluzione e penetrazione.

Alte frequenze hanno maggiore risoluzione ma minore profondità.Riflessione e diffusione da strutture più piccole

Basse frequenze hanno una maggiore profondità perche il coefficiente di assorbimento è più piccolo

✓Il tempo impiegato dal suono per tornare (eco) dà la profondità della struttura

✓L'intensità dell'eco dà l'assorbimento

Flussometria Doppler

Utilizzo degli ultrasuoni per misurare la velocità, e quindi la portata del sangue

(flusso)

Ricordiamo la portata e la densità:

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{S \cdot l}{t} = S \cdot v$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

Dal cambio di frequenza si può misurare la velocità del sangue

Esercizio:

Gli ultrasuoni possono essere usati per fornire energia ai tessuti per scopi terapeutici. Possono penetrare nei tessuti fino ad una profondità di circa *200* volte la loro lunghezza d'onda. Che profondità raggiungono nei tessuti ultrasuoni di frequenza ν = *5.0 MHz*?

1)0.29 mm
2)1.4 cm
3)6.2 cm
4)17 cm

?

$$\upsilon = \lambda\nu$$

$$\upsilon = \lambda \times 5 \times 10^6 \, {}^{m}\!/\!_{s} = \frac{\ell}{200} 5 \times 10^6 \, {}^{m}\!/\!_{s} = \ell \times 25000 \, {}^{m}\!/\!_{s}$$

1) v=7.25 m/s
2) v=350 m/s
3) v=1550 m/s
4) v=4250 m/s