SPETTROSCOPIA CON IL RETICOLO DI DIFFRAZIONE (§ 14.7) (*)

Tutte le sostanze, opportunamente eccitate, diventano sorgenti di radiazioni luminose. Lo spettro di emissione dipende dalla stato aggregazione. I gas allo stato atomico emettono radiazione luminosa composta da una serie discreta di lunghezze d'onda (*righe*), che sono caratteristiche della struttura atomica dell'elemento.
Uno spettroscopio che impiega un reticolo di diffrazione serve ad analizzare queste lunghezze d'onda, ovvero a misurare lo *spettro di emissione* della sostanza.

RETICOLO DI DIFFRAZIONE

Un reticolo di diffrazione (§14.5)(*) è un sistema costituito da un numero elevato N di fenditure molto lunghe, di larghezza a, equispaziate della distanza d, che prende il nome di *passo del reticolo.* Se illuminiamo (fig.14.24) il reticolo R con una sorgente luminosa, quello che osserviamo su uno schermo posto nel piano focale di una lente L è l'interferenza prodotta dalle N sorgenti, costituite dalle singole fenditure illuminate. Per una lunghezza d'onda λ (corrispondente ad un certo colore) lo spettro rivelato è mostrato in figura 14.29, che riportiamo. In corrispondenza alle direzioni di osservazione θ_m**,** date dalla:

$$\text{sen}\,\theta_m = (\lambda/d)\,m \qquad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots\ldots) \qquad (1)$$

si osservano delle righe del colore caratteristico della λ**.** Le righe corrispondenti a $m = \pm 1$, sen $\theta_1 = \pm (\lambda/d)$ (nelle due direzioni simmetriche rispetto alla riga centrale $m = 0$, $\theta = 0$) si chiamano del *primo ordine,* quelle successive di ordine superiore ($m = \pm 2, \pm 3, \ldots\ldots$).
Se nella sorgente sono presenti più lunghezze d'onda, per ognuna di esse, si avrà una serie di righe date ancora dalla (1). Al centro, $\theta = 0$, la (1) è verificata per qualsiasi lunghezza d'onda, per cui esse si presenteranno sovrapposte. All'osservazione nella direzione di emissione ($\theta = 0$) la sorgente apparirà del colore che risulta dalla sovrapposizione delle lunghezze d'onda che la costituiscono. All'aumentare dell'ordine l'intensità delle righe diminuisce (fig.14.29) per effetto della diffrazione che avviene a ciascuna delle fenditure (§14.2), per cui oltre un certo ordine le righe corrispondenti non risultano più osservabili.

PROCEDURA PER LA MISURA DEL PASSO DI UN RETICOLO.

Lo spettroscopio a reticolo di diffrazione è rappresentato schematicamente in figura1. La luce prodotta da una sorgente di Cd viene collimata su un reticolo di diffrazione; la luce diffusa dal reticolo ai vari ordini viene osservata attraverso un telescopio montato su una piattaforma rotante, che permette di misurare l'angolo θ di osservazione per mezzo di due goniometri, montati sulla piattaforma stessa.

(*) Si fa riferimento al Capitolo 14 del testo consigliato, (P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci, Elementi di Fisica, EdiSeS, Napoli) per le formule e le figure, che vengono per comodità riportate.

La lampada di Cadmio, di cui lo spettroscopio è corredato, è costituita da varie lunghezze d'onda d'intensità diversa, e, tra esse, quelle che hanno un'intensità tale da essere osservate a più ordini (m =, ± 1, ± 2, ± 3….) hanno lunghezza d'onda ben note:

blu	$\lambda_b = 0.4678$ μm,	azzurro	$\lambda_a = 0.4800$ μm,	
verde	$\lambda_v = 0.5086$ μm,	rosso	$\lambda_r = 0.6438$ μm,	(2)

•Si sceglie di utilizzare lo spettroscopio per la **misura del passo *d* del reticolo di diffrazione.**

• Inizialmente, escludendo dal campo di osservazione il reticolo, montato esso pure su un supporto, si allinea il telescopio con la luce emessa direttamente dalla sorgente e si verifica che la luce della sorgente sia ben collimata nel campo di osservazione del telescopio, messo a fuoco.

• Si inserisce il reticolo, si sceglie la riga di un certo colore (λ_v), e, ruotando la piattaforma, ci si pone con il telescopio in direzione tale da osservare la riga del primo ordine a destra (m = + 1) rispetto alla riga centrale (θ = 0); si esegue la misura dei due angoli A_{dx} *e* B_{dx} utilizzando i due goniometri A e B, diametralmente opposti, di cui la piattaforma è corredata. In ciascun goniometro un nonio divide il grado in 30 parti, per cui è possibile apprezzare una differenza di $\Delta\theta$ = 2' equivalenti a $\Delta\theta \approx 6 * 10^{-4}$ rad. Ci si pone nella direzione corrispondente al massimo del primo ordine a sinistra (m = − 1) rispetto alla riga centrale (θ = 0) e si esegue la misura dei due angoli A_{sx} e B_{sx} sui due goniometri diametralmentre opposti. Da questi dati si ricavano due misure indipendenti dell'angolo del primo ordine θ_1:

$$\theta_A = |A_{dx} - A_{sx}|/2, \qquad\qquad \theta_B = |B_{dx} - B_{sx}|/2, \qquad (3)$$

eseguite rispettivamente con il goniometro A e B. Il valore medio:

$$\theta_1 = (\theta_A + \theta_B)/2 \qquad (4)$$

costituisce la misura di θ_1 relativa alla due righe del primo ordine (m = ± 1), della lunghezza d'onda λ_v in esame.

• Si procede in questo modo con le righe degli altri ordini ordini superiori (m = ± 2, ± 3….).

• Alla fine per la lunghezza d'onda λ_v, si saranno ottenuti dalla (1):

$$d_m = m\lambda_v / \mathrm{sen}\theta_m \qquad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots\ldots) \qquad (5)$$

diversi valori di d che vengono riportati in una tabella. L'errore Δd_m su ciascun valore di d è stato calcolato dalla:

$$\Delta d_m = [\partial (m\lambda_v / \mathrm{sen}\theta_m)\partial\theta]\Delta\theta = d_m\, \Delta\theta / \tan\theta_m = 6. * 10^{-4}\, d_m / \tan\theta_m \qquad (6)$$

in cui $\Delta\theta = 6 * 10^{-4}$ rad. ($\Delta\theta$ = 2') è la *sensibilità dello strumento*, d_m e Δd_m in μm, (1μm = 10^{-6} m). (Osserviamo che in tabella gli angoli sono espressi in centesimi di grado).

• Si può ripetere il procedimento per le altre tre lunghezze d'onda, ottenendo alla fine, per ogni λ una tabella analoga, (che è stata eseguita per 5 ordini), ottenendo più valori del passo d del reticolo.

m	θ_m	$sen\theta_m$	d_m (μm)	Δd_m (μm)	$1/\Delta d_m^2$ (μm^{-2})
1	2.37	0.0413	12.315	0.178	31.6
2	4.67	0.0814	12.496	0.092	118.1
3	6.80	0.1184	12.887	0.065	236.7
4	9.23	0.1604	12.684	0.046	472.6
5	11.62	0.2014	12.627	0.037	730.5

Valutazione del valore medio del passo del reticolo(*)

Dalla tabella e dalla (6) si osserva che i valori d_m non sono noti con la stessa precisione (l'errore Δd_m diminuisce con l'ordine m), per cui, volendo calcolare un valore medio, i valori noti con maggiore precisione devono *pesare* maggiormente nel risultato. Il criterio usato assegna a ciascun valore d_m un peso p_m inversamente proporzionale $(\Delta d_m)^2$ ovvero:

$$< d > = \frac{\sum_m \frac{d_m}{\Delta d_m^2}}{\sum_m \frac{1}{\Delta d_m^2}} \tag{72}$$

Eseguendo i calcoli si ottiene:

$$< d > = 12.66 \ \mu\text{m}$$

Come valutazione dell'errore con cui si misura $< d >$ si usa la relazione:

$$\Delta < d > = \sqrt{\frac{1}{\sum_m \frac{1}{\Delta d_m^2}}} \approx 0.03 \tag{73}$$

per cui il risultato della misura è:

$$< d > = (12.66 \pm 0.03) \ \mu\text{m}$$

Il passo del reticolo resta così misurato con una errore $\Delta(< d >) / < d > \approx 0.25\%$.
Il reticolo ha dunque una densità di fenditure $n = 1/d \approx 790$ fenditure/cm.

(*) Per le formule della propagazione degli errori si rimanda a **http//www.fisica.unipd.it/didattica/ingegmeria** ***Elementi di teoria degli errori di misura,*** **§ 7:** la numerazione delle formule è quella della suddetta dispensa.

• **Si consiglia di eseguire la procedura descritta per i primi 3 ordini ($m = \pm 1, \pm 2, \pm 3$) di ciascuna delle 4 lunghezze d'onda (colori), ottenendo dodici misure del passo d del reticolo. Da esse si ottiene il valore medio $< d >$ con l'errore $\Delta (< d >)$.**

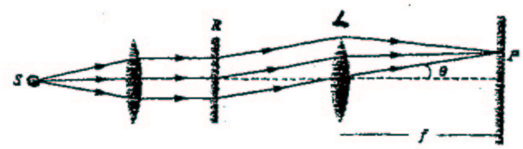

Figura 14.24

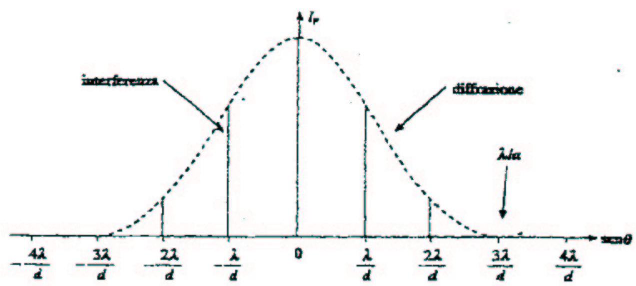

Figura 14.29

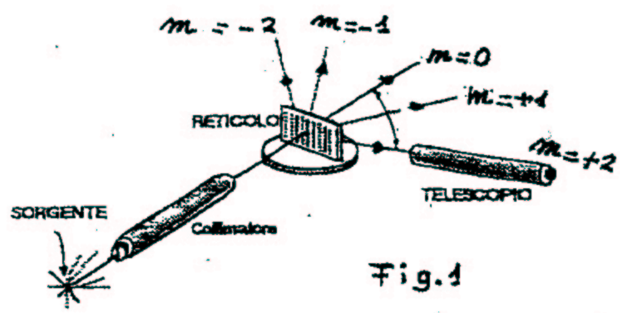

Fig. 1

Laurea in Ingegneria

Cognome____________________Nome____________________ Matricola___________________

Cognome____________________Nome____________________ Matricola___________________

Cognome____________________Nome____________________ Matricola___________________

Dati Sperimentali

	m	A_{dx}	B_{dx}	A_{sx}	B_{sx}	θ_m
BLU 0,4678 μm	1					
	2					
	3					
AZZURRO 0,4800 μm	1					
	2					
	3					
VERDE 0,5086 μm	1					
	2					
	3					
ROSSO 0,6438 μm	1					
	2					
	3					

	m	θ_m	$sen\theta_m$	d_m(μm)	Δd_m(μm)	$1/\Delta d^2_m(\mu m^{-2})$
BLU 0,4678 μm	1					
	2					
	3					
AZZURRO 0,4800 μm	1					
	2					
	3					
VERDE 0,5086 μm	1					
	2					
	3					
ROSSO 0,6438 μm	1					
	2					
	3					

$< d >$ = (…………………...±…………………...) μm