

Problemi di dinamica dei fluidi

1.

Un fluido ideale (incomprimibile e non viscoso), di densità $\rho = 1.03 \text{ kg dm}^{-3}$, scorre in regime stazionario in un condotto di sezione costante e quota variabile. Le estremità A e B del condotto si trovano alle quote $z_A = 2 \text{ m}$ e $z_B = 8 \text{ m}$, rispettivamente, e la pressione in B è $p_B = 1.0094 \times 10^5 \text{ Pa}$. Sia $z_C > z_B$ la quota del punto più alto del condotto. Determinare: (a) la pressione p_A in A; (b) il massimo valore di z_C che consente lo scorrimento del liquido. Per l'accelerazione di gravità si usi il valore $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$.

2.

Un solido cubico di densità ρ_c e lato $d = 0.2 \text{ m}$, in quiete in un certo liquido di densità ρ_0 , emerge per $1/4$ del suo volume. Se al centro della faccia superiore del cubo viene appoggiata una massa $M = 1 \text{ kg}$, all'equilibrio il cubo resta immerso per $7/8$ del suo volume. Determinare ρ_c e ρ_0 .

3.

Un recipiente pieno d'acqua e di forma cilindrica, con lunghezza $L = 1 \text{ m}$ e raggio $R = 0.2 \text{ m}$, è fissato su un piano orizzontale, con l'asse del cilindro parallelo al piano. Un pistone mobile di spessore trascurabile, inizialmente adiacente ad una delle basi, esercita una pressione costante $p = 1.5 \times 10^5 \text{ Pa}$, mentre all'esterno del recipiente la pressione atmosferica è $p_{atm} = 1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$. Sull'altra base vi è un foro circolare, centrato sull'asse del cilindro, di raggio $r = 1 \text{ cm}$. Determinare, nell'ipotesi di fluido ideale e regime stazionario: (a) la velocità dell'acqua all'uscita dal foro; (b) il tempo di svuotamento. Si suppone nota la densità dell'acqua.

4.

L'acqua di un fiume che scorre in una gola viene pompata fino ad un paese dell'altopiano sovrastante attraverso un condotto di diametro $d = 15 \text{ cm}$. Il fiume si trova alla quota $z_1 = 500 \text{ m}$, il paese alla quota $z_2 = 650 \text{ m}$. Determinare: (a) qual è la minima pressione di pompaggio dell'acqua perché questa arrivi al paese, trascurando la pressione atmosferica e tutti i fenomeni di attrito; (b) qual è la velocità dell'acqua nel condotto, se vengono pompate in regime stazionario 1500 m^3 di acqua al giorno. Per l'accelerazione di gravità si usi il valore $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$.

5.

Una sfera omogenea di raggio $R = 0.1 \text{ m}$ e densità $\rho = 0.8 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ si trova in equilibrio statico in un recipiente pieno d'acqua, agganciata al fondo con un filo sottile di massa trascurabile, con il centro ad una profondità $d = 1.6 \text{ m}$ rispetto alla superficie.

- (a) Elencare tutte le forze agenti sulla sfera e determinare la tensione T del filo;
- (b) assumendo che il filo venga tagliato e trascurando la viscosità, determinare la velocità del centro della sfera quando esso raggiunge la profondità $d' = 0.6 \text{ m}$.

Per l'accelerazione di gravità si usi il valore $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$, per la densità dell'acqua il valore $\rho_a = 1.0 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$.

6.

Un grosso serbatoio cubico di lato $L = 5 \text{ m}$ è posto, pieno d'acqua, sul terrazzo di un palazzo alto $h = 40 \text{ m}$. Un tubo di sezione circolare con raggio $r = 1 \text{ cm}$ fa arrivare l'acqua dal serbatoio in un recipiente vuoto, posto alla base del palazzo. Trascurando sia la differenza di pressione atmosferica tra la base e la sommità del palazzo che la variazione del livello dell'acqua nel serbatoio, e considerando l'acqua un fluido ideale, calcolare: (a) la velocità v con cui l'acqua cade nel recipiente; (b) qual è il volume V dell'acqua raccolta nel recipiente dopo un tempo $t = 10 \text{ s}$. Per l'accelerazione di gravità si usi il valore $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$.

7.

Ad un pallone sferico di raggio $R = 40 \text{ cm}$, riempito di elio con densità $\rho_E = 0.18 \text{ kg m}^{-3}$, è legato un filo uniforme e di massa totale $M = 0.5 \text{ kg}$. All'equilibrio, il pallone solleva da terra un'afrazione $x = h/L$ del filo (h è la lunghezza della parte del filo sollevata da terra, L la lunghezza totale del filo). (a) Determinare x , trascurando la massa dell'involucro del pallone ed assumendo per la densità dell'aria $\rho_A = 1.3 \text{ kg m}^{-3}$. (b) Se il filo viene poi staccato dal pallone, e si trascura la viscosità dell'aria, quanto tempo impiega il pallone per salire di $\Delta = 1.22 \text{ m}$? Per l'accelerazione di gravità si usi il valore $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$.

8.

Si consideri una diga verticale di altezza (dal fondo alla superficie dell'acqua) $H = 50 \text{ m}$, larghezza $W = 120 \text{ m}$ e spessore non specificato. Trascurando la pressione atmosferica, ed usando per la densità dell'acqua e l'accelerazione di gravità i valori approssimati $\rho = 1 \text{ kg dm}^{-3}$ e $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$, si calcolino:

- (a) il rapporto tra le pressioni p_1 alla profondità $h_1 = 20 \text{ m}$ e p_2 alla profondità $h_2 = 30 \text{ m}$;
- (b) la forza risultante F che l'acqua contenuta nel bacino esercita sulla diga;
- (c) la pressione media \bar{p} che agisce sulla diga.

9.

Un blocchetto cilindrico di legno omogeneo, di massa $M = 0.1 \text{ kg}$ ed area di base $S = 10 \text{ cm}^2$, è inizialmente in equilibrio quando è immerso a metà in un grande recipiente contenente acqua (con la base parallela alla superficie). Si scelga per convenienza un asse verticale diretto verso il basso, con l'origine O coincidente con il livello dell'acqua, e si denoti con x la coordinata verticale del baricentro del blocchetto. Ad un certo istante il blocchetto viene portato nella posizione $x^* = 0.5 \text{ cm}$, ovvero abbassato di 0.5 cm dalla posizione di equilibrio, e poi lasciato libero all'istante $t = 0$. Determinare (trascurando la viscosità, ed assumendo per la densità dell'acqua $\rho_a = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ e per l'accelerazione di gravità $g = 10 \text{ m s}^{-2}$):

- (a) l'altezza (dimensione verticale) h del blocchetto;
- (b) la forza risultante agente sul blocchetto in x^* ;
- (c) la forza risultante agente sul blocchetto in x generico, con $-h/2 < x < h/2$;
- (d) la legge del moto $x(t)$ del blocchetto per $t \geq 0$;
- (e) quanto tempo occorrerà al blocchetto per ripassare dalla posizione iniziale di equilibrio.

10.

Ad un serbatoio molto grande, poggiato su un piano orizzontale e contenente un fluido ideale non meglio specificato, viene applicato un foro orizzontale di sezione $A = 0.2 \text{ cm}^2$, ad un'altezza $h_0 = 3 \text{ m}$ dal fondo. Il fluido che ne esce cade sul piano orizzontale ad una distanza $d = 6 \text{ m}$ dalla base del serbatoio. Trascurando la viscosità dell'aria, ed usando per l'accelerazione di gravità il valore numerico $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$, si calcolino:

- (a) la velocità v_0 con cui il fluido esce dal serbatoio;
- (b) l'altezza h_1 della superficie libera del fluido rispetto al fondo del serbatoio;
- (c) quanti litri di fluido escono in 30 secondi.

11.

La fornitura d'acqua di un'abitazione avviene attraverso un condotto principale cilindrico di raggio $R = 3 \text{ cm}$. L'unico rubinetto aperto, di diametro $d = 2 \text{ cm}$, si trova in una stanza in cui la pressione atmosferica è $p_0 = 1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$, ad un'altezza $h = 2 \text{ m}$ rispetto al condotto principale, e riesce a riempire un recipiente di volume $V = 25 \text{ litri}$ in un tempo $T = 30 \text{ s}$. Determinare:

- a) la velocità di uscita, v_r , dell'acqua dal rubinetto;
- b) la velocità dell'acqua, v_c , nel condotto principale;
- c) la pressione p_c misurata nel condotto principale.

Si lavori nell'approssimazione di fluido ideale in moto stazionario e si assumano per la densità dell'acqua e per l'accelerazione di gravità i valori numerici $\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ e $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$, rispettivamente.