

Problemi di dinamica del punto materiale

1.

Un corpo di massa $M = 200$ kg viene lanciato con velocità $v_0 = 36$ km/ora su un piano inclinato di un angolo $\theta = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale. Nel salire, il corpo è soggetto ad una forza di attrito costante di modulo $F_a = 200$ N. Determinare: (a) la decelerazione del corpo; (b) il tempo impiegato dal corpo per fermarsi; (c) lo spazio percorso dal corpo prima di fermarsi. Per l'accelerazione di gravità si usi il valore $g = 9.8$ m s⁻².

2.

Un corpo di massa $m = 0.45$ kg scende, con velocità costante $v = 0.3$ m s⁻¹, lungo un piano inclinato che forma un angolo $\theta = 30^\circ$ con l'orizzontale, soggetto all'azione della forza peso e delle forze esercitate su di esso dalla superficie del piano. Calcolare: (a) modulo, direzione e verso della forza totale che il piano inclinato esercita sul corpo; (b) la potenza meccanica P dissipata dalla forza di attrito. Per l'accelerazione di gravità si usi il valore $g = 9.8$ m s⁻².

3.

Un punto materiale di massa m si muove nel piano xy con la legge oraria

$$x(t) = a t + b t^2, \quad y(t) = c t + b t^2,$$

dove (a, b, c) sono parametri reali, con $b > 0$.

- Specificare le dimensioni fisiche dei parametri a, b, c ;
- determinare le componenti x e y di velocità ed accelerazione al generico tempo t ;
- determinare modulo, direzione e verso della forza agente sul punto materiale;
- assumendo che il risultato ottenuto per la forza sia valido su tutto il piano, verificare che si tratta di una forza conservativa;
- determinare l'energia potenziale associata alla forza.

4.

Uno sportivo di massa $M = 80$ kg si lascia cadere da un ponte alto $z_1 = 40$ m, agganciato ad una corda elastica di massa trascurabile e lunghezza di riposo 30 m, un'estremità della quale è fissata al ponte. Trascurando la resistenza dell'aria ed ogni altro attrito, calcolare: (a) quanto deve valere la costante elastica k della corda perché la minima distanza dal suolo durante il moto sia $z_{min} = 4$ m; (b) la quota z^* alla quale viene raggiunta la massima velocità; (c) la velocità massima raggiunta v^* . Per l'accelerazione di gravità si usi il valore $g = 9.8$ m s⁻².

5.

Un corpo di massa $m = 2$ kg scende lungo un piano inclinato di un angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'orizzontale, con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.8$ e velocità iniziale $v_0 = 5$ m s⁻¹. Determinare: (a) l'accelerazione del corpo; (b) lo spazio percorso prima di fermarsi; (c) il lavoro compiuto dalla forza di attrito.

6.

Un punto materiale di massa $m = 2$ kg si muove lungo una retta e su di esso è applicata una forza $F = F_0 - bt$, con $F_0 = 6$ N e $b = 4$ N/s. La velocità iniziale è $v_0 = 2$ m/s. Determinare: (a) la massima velocità raggiunta prima di fermarsi ed il tempo impiegato per fermarsi; (b) lo spazio percorso ed il lavoro eseguito dalla forza F_0 durante il moto del punto materiale fino all'arresto.

7.

Una molla di costante elastica $k = 1000$ N/m e lunghezza a riposo $l_0 = 30$ cm è posizionata al fondo di un piano inclinato di un angolo $\pi/4$. Un oggetto di massa $m = 0.2$ kg è appoggiato all'estremo libero della molla, inizialmente compressa ad una lunghezza $l = 20$ cm e ad una distanza $d = 1$ m dalla cima del piano inclinato. La molla viene lasciata libera di espandersi e l'oggetto viene così lanciato lungo il piano inclinato. Determinare, trascurando l'attrito: (a) il vettore velocità dell'oggetto quando arriva in cima al piano inclinato; (b) la massima altezza raggiunta dall'oggetto dopo che ha abbandonato il piano inclinato.

8.

Un punto materiale di massa $m = 0.3$ kg descrive una traiettoria circolare di raggio $R = 1$ m in un piano orizzontale, con velocità angolare costante $\omega = (\pi/6)$ s⁻¹, trattenuto in tale traiettoria da un filo inestensibile e di massa trascurabile. All'istante $t_0 = 0$ la coordinata angolare del punto è $\theta_0 = \pi/4$. All'istante $t_1 = 36.5$ s il filo si spezza. la parte del piano esterna alla circonferenza ha un coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.2$. Determinare: (a) il vettore velocità all'istante t_1 ; (b) l'equazione della traiettoria percorsa dopo l'istante t_1 ; (c) lo spazio percorso dall'istante t_1 fino all'arresto. Tutti gli angoli si intendono espressi in radianti.

9.

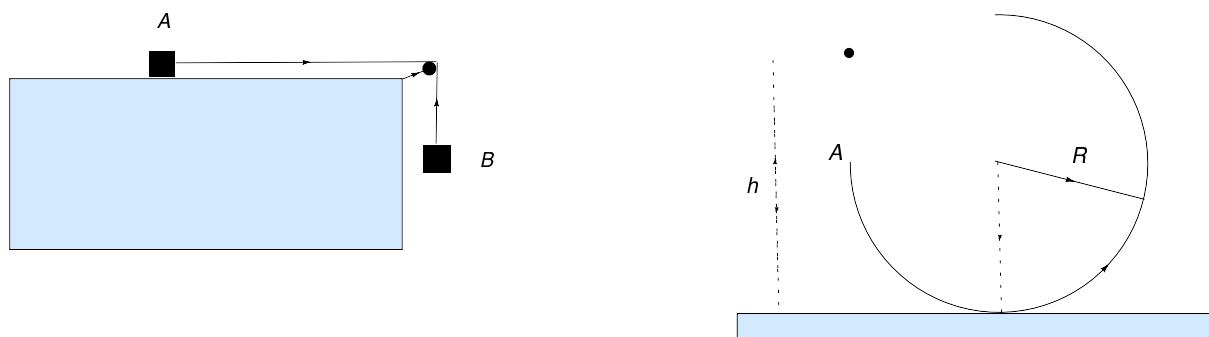
Uno sciatore parte, sotto l'azione della forza peso e con velocità iniziale nulla, dalla sommità di un trampolino alla quota $z_2 = 1030$ m. La parte del trampolino immediatamente prima del dente (il punto di distacco) è in salita ed inclinata di un angolo $\pi/6$ rispetto all'orizzontale; il dente si trova alla quota $z_1 = 1000$ m. Subito dopo il dente c'è un pendio in discesa, inclinato di $\pi/4$ rispetto all'orizzontale. Trascurando tutti gli attriti, e

trattando lo sciatore come un punto materiale, determinare: (a) il vettore velocità dello sciatore quando si stacca dal dente; (b) la quota massima z_{max} raggiunta durante il volo; (c) la quota z_{fin} alla quale lo sciatore tocca nuovamente il pendio al termine del volo. per l'accelerazione di gravità si usi il valore $g = 9.8 \text{ m s}^{-1}$.

10.

Un corpo A di massa m_A poggia su un piano orizzontale con coefficienti di attrito statico e dinamico rispettivamente $\mu_s = 0.6$ e $\mu_d = 0.5$. Un filo (inestensibile e di massa trascurabile) può scorrere senza attriti su una carrucola e collega il corpo A ad un corpo B di massa $m_B = 3 \text{ kg}$, sospeso come in figura.

- (a) Si determini il valore minimo di m_A per cui il corpo, se in quiete, rimane fermo. Si supponga ora che sia $m_A = 2 \text{ kg}$ e che la velocità iniziale di B sia nulla. Si determinino:
- l'accelerazione di A (si usi il valore numerico $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$);
 - la velocità di B quando si è abbassato di $h = 30 \text{ cm}$.



11.

Una porzione di guida circolare di lunghezza pari a $3/4$ della circonferenza è posta in un piano verticale, appoggiata ad un piano orizzontale. Denotando con φ l'angolo misurato a partire dal punto di appoggio, in verso antiorario lungo la guida, quest'ultima ha un estremo A a $\varphi = -90^\circ$, come in figura. La guida è liscia e incernierata al punto di appoggio, con raggio $R = 40 \text{ cm}$. Un corpo di massa $m = 2 \text{ kg}$ cade, con velocità iniziale nulla, da un'altezza $h = (7/4)R$ dal piano d'appoggio, verticalmente sopra A, inserendosi poi in A nella guida. Si determinino:

- la velocità del corpo in A;
- l'espressione analitica per la velocità $v(\varphi)$ del corpo ad un generico angolo φ ;
- la reazione vincolare esercitata dalla guida a $\varphi = 45^\circ$;
- il modulo dell'accelerazione \vec{a} del corpo a $\varphi = 90^\circ$;
- l'angolo φ_0 a cui il corpo si stacca dalla guida.

12.

Un corpo si muove con velocità $v_0 = 10 \text{ m s}^{-1}$ su un piano orizzontale privo di attrito finché incontra un piano inclinato di 45° sull'orizzontale e coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.2$. Determinare (usando per l'accelerazione di gravità il valore numerico $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$):

- la quota verticale massima raggiunta rispetto al piano orizzontale di partenza;
- la velocità v_1 con cui il corpo ritorna sul piano orizzontale di partenza.

13.

Un cubo di densità $\rho = 1200 \text{ kg m}^{-3}$ e lato di lunghezza $L = 50 \text{ cm}$ poggia su un piano orizzontale con coefficiente di attrito statico $\mu_s = 0.33$. Al cubo è applicata una forza orizzontale \vec{F}_o di modulo 400 N .

- Si determini la forza peso agente sul cubo.
- Si dimostri che il cubo nelle condizioni indicate non si muove.
- Si determini qual è il valore massimo del modulo di un'ulteriore forza \vec{F}_v , agente sul cubo in direzione verticale verso l'alto, affinché il cubo rimanga fermo.

Per l'accelerazione di gravità si assuma il valore numerico $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$.

14.

Un corpo di massa $m = 20 \text{ kg}$ è lanciato verso l'alto lungo la superficie di un piano inclinato di un angolo $\theta = 30^\circ$, con velocità iniziale $v_0 = 5 \text{ m s}^{-1}$. Il corpo raggiunge un'altezza verticale massima h rispetto alla quota iniziale, dissipando un'energia di 50 J per attrito nel moto lungo la superficie, fino al raggiungimento dell'altezza massima.

- Si determini h .
- Qual è la distanza d percorsa dal corpo tra l'istante iniziale e quello in cui si arresta?
- Che distanza d' percorrerebbe il corpo nelle stesse condizioni se non ci fosse attrito?

Per l'accelerazione di gravità si assuma il valore numerico $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$.

15.

Un blocco di massa $M = 5 \text{ kg}$, attaccato ad un'estremo di una molla di massa trascurabile, è libero di muoversi senza attrito su di una retta orizzontale. L'altro estremo della molla è fisso. Il blocco, che nella posizione di equilibrio della molla si trova in $x_* = 0$, viene portato in $x_0 = -10 \text{ cm}$ e poi lasciato libero con velocità iniziale nulla. Quando il blocco passa per x_* , la sua velocità è $v_* = 1.2 \text{ m s}^{-1}$.

- Si determini la costante elastica k della molla;
- si determini l'accelerazione a_0 del blocco nell'istante iniziale del moto.

L'esperimento viene ora ripetuto, sostituendo il piano privo di attrito con uno che ha un coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.3$.

- Si determini la velocità v'_* del blocco quando passa per la prima volta, in presenza di attrito, per x_* .

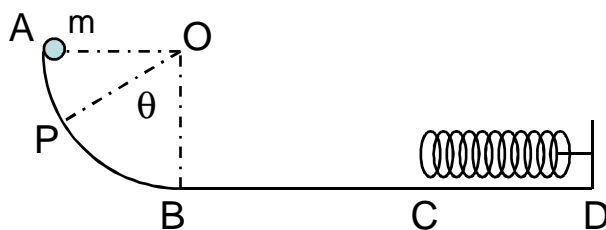
Per l'accelerazione di gravità si assuma il valore numerico $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$.

16.

È data una guida circolare verticale liscia di raggio $R = 1.15$ m e centro O come in figura. Al bordo superiore A (alla stessa quota di O) viene lasciata da ferma una sferetta assimilabile ad un punto materiale di massa $m = 2.5$ kg. Una volta arrivata in B la sferetta percorre un tratto orizzontale scabro con un coefficiente di attrito dinamico $\mu = 0.5$ fino ad arrivare nel punto C ($BC = d = 1.5$ m). Arrivata in C la sferetta viene frenata da una molla ideale di costante elastica k ancorata al punto D e di lunghezza a riposo $x_0 = 60$ cm (nel tratto CD il piano è liscio). Determinare:

- il lavoro W_{AB} fatto dalla reazione vincolare N nel tratto AB ;
- il lavoro W_{ad} fatto dalla forza di attrito nel tratto BC ;
- quanto deve valere la costante elastica k della molla se la sferetta riesce, prima di fermarsi, a comprimere la molla di un tratto pari a $1/3$ della sua lunghezza a riposo;
- il modulo della reazione vincolare N_1 durante la discesa nel punto P sulla guida determinato dall'angolo $\theta = 60^\circ$ rispetto alla verticale.

Si usi per il modulo dell'accelerazione di gravità il valore $g = 9.8$ m/s².



17.

Un punto materiale di massa $m = 0.2$ kg si muove su una circonferenza orizzontale di raggio $R = 15$ cm e viene sottoposto all'azione di una forza tangenziale di modulo $F_T(t) = At^{1/2}$, con $A = 3$ N/s^{1/2}. Al tempo $t = 0$ s il punto è fermo. Determinare:

- il modulo dell'accelerazione tangenziale $a_T(t)$ ad un generico istante di tempo t ;
- il modulo dell'accelerazione normale $a_N(t)$ e dell'accelerazione totale $a(t)$ ad un generico istante di tempo t ;

c) quanti giri compie in un tempo $t_1 = 1.5$ s;

Supponendo che il punto sia tenuto sulla traiettoria da un filo ideale e sapendo che il filo si spezza dopo 12 giri, determinare:

d) la tensione massima T_{max} che il filo può sopportare.

Si usi per il modulo dell'accelerazione di gravità il valore $g = 9.8$ m/s².

18.

Due oggetti 1 e 2, di masse rispettive $m_1 = 5 \text{ kg}$ ed m_2 ed assimilabili a punti materiali, sono collegati tramite un filo ed una carrucola ideali come mostrato in figura. L'oggetto 2 si trova ad una quota $h = 1.5 \text{ m}$ sopra il piano orizzontale, mentre il piano su cui si trova l'oggetto 1 è inclinato di un angolo $\theta = 30^\circ$. Supponendo che il piano inclinato sia scabro, con coefficienti di attrito statico $\mu_s = 0.25$ e dinamico $\mu_d = 0.15$, determinare:

a) il valore massimo della massa m_2 perché si possa mantenere una situazione di equilibrio statico.

All'istante $t = 0$ l'oggetto 2 è lasciato libero di muoversi. Posto $m_2 = m_1 = 5 \text{ kg}$ determinare:

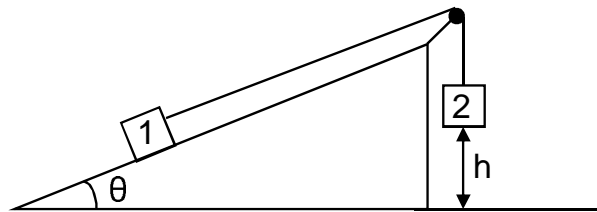
b) l'accelerazione dell'oggetto 2;

c) la velocità v^* dell'oggetto 1 all'istante t^* in cui l'oggetto 2 arriva al suolo;

d) l'istante t_1 a cui l'oggetto 1 si ferma;

e) la distanza percorsa sul piano inclinato dall'oggetto 1 nell'intervallo di tempo compreso fra t^* e t_1 .

(si usi per il modulo dell'accelerazione di gravità il valore $g = 9.8 \text{ m/s}^2$)



19.

Un punto materiale di massa $m = 10 \text{ kg}$, inizialmente fermo, è lasciato libero di scivolare lungo un piano inclinato di 30° rispetto all'orizzontale da un'altezza (verticale) $h = 2 \text{ m}$; il piano inclinato è scabro, con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.2$, e l'attrito statico non è sufficiente ad impedire il moto. Giunto alla base del piano il punto materiale percorre un tratto orizzontale liscio, in fondo al quale collide con una molla ideale comprimendola al massimo di $\Delta x = 0.75 \text{ m}$. Determinare:

a) il lavoro delle forze di attrito lungo il piano inclinato;

b) la velocità v_1 del punto materiale quando arriva alla base del piano inclinato;

c) la costante elastica della molla.

Successivamente la molla respinge indietro il punto materiale.

d) Qual è la velocità v_2 del punto materiale quando raggiunge nuovamente la base del piano inclinato?

e) Qual è l'altezza massima h_2 che raggiunge?

(si usi per il modulo dell'accelerazione di gravità il valore $g = 9.8 \text{ m/s}^2$)