

## Problemi di dinamica dei sistemi ed urti

### 1.

Un'asta sottile ed omogenea a sezione costante, di lunghezza  $d = 2\text{ m}$  e massa  $\mu = 8\text{ kg}$ , può ruotare senza attrito su un piano orizzontale, attorno ad un asse verticale fisso passante per un estremo. Inizialmente l'asta si trova in quiete. A partire da un certo istante viene applicata all'estremo libero dell'asta una forza  $F = 7.2\text{ N}$ , ortogonale sia all'asta che all'asse di rotazione. Determinare: (a) la velocità angolare di rotazione e l'energia cinetica dell'asta dopo  $0.4\text{ s}$ ; (b) il lavoro svolto dalla forza nell'intervallo considerato.

### 2.

Un disco di rame di spessore uniforme, di raggio  $R = 30\text{ cm}$  e massa  $M = 5\text{ kg}$ , gira intorno ad un asse fisso, passante per il centro e perpendicolare al suo piano, con velocità angolare costante  $\omega_0 = 80\text{ rad s}^{-1}$ . (a) Quanto valgono la quantità di moto totale, il momento della quantità di moto totale (calcolato rispetto al centro del disco in rotazione) e l'energia cinetica totale, nel sistema di riferimento del laboratorio? (b) Si immagini ora di fermare il disco facendone strofinare il bordo contro un blocchetto frenante, mantenuto fermo da un apposito supporto. Se il disco si arresta in 100 secondi con decelerazione angolare costante, qual è la forza (tangenziale al disco) che il blocchetto frenante esercita sul disco?

### 3.

Un oggetto di massa  $M = 2.25\text{ kg}$ , inizialmente a riposo nel sistema di riferimento del laboratorio, e sospeso ad un'altezza  $h = 4.9\text{ m}$  dal suolo, esplose in due frammenti di massa eguale, diretti orizzontalmente. Nell'esplosione non c'è perdita apprezzabile di massa e viene fornita (in totale) ai due frammenti un'energia cinetica  $E_k = 1800\text{ J}$ . Determinare: (a) il modulo della velocità di ciascuno dei due frammenti e la velocità del centro di massa subito dopo l'esplosione; (b) dopo quanto tempo i frammenti toccano terra, se l'accelerazione di gravità è  $g = 9.8\text{ m s}^{-2}$ .

#### 4.

Un blocco di massa  $M = 1.95 \text{ kg}$ , di dimensioni trascurabili, può scivolare su un piano orizzontale, con coefficiente di attrito dinamico  $\mu = 0.15$ , e si trova inizialmente in quiete. Un proiettile di massa  $m = 0.05 \text{ kg}$  e velocità  $v = 80 \text{ m s}^{-1}$ , diretta orizzontalmente, penetra nel blocco e vi rimane imprigionato, in un urto completamente anelastico. Determinare:

- la velocità del sistema (blocco + proiettile) subito dopo l'urto;
- l'energia meccanica dissipata nell'urto;
- il tempo che il sistema (blocco + proiettile) impiega per fermarsi dopo l'urto.

#### 5.

Un volano a forma di disco cilindrico pieno omogeneo, di raggio  $R = 0.6 \text{ m}$  e massa  $M = 2 \text{ kg}$ , è libero di ruotare senza attrito attorno al proprio asse di simmetria.

- Quanto vale il momento di inerzia  $I$  del volano rispetto all'asse di rotazione?
- Se il volano ruota inizialmente con velocità angolare  $\omega$  pari a 100 giri/minuto, e l'azione di un freno ne riduce la velocità angolare ad un valore  $\omega'$  pari a 50 giri/minuto, quanta energia viene dissipata nell'azione frenante?
- Se il disco ruotasse attorno ad un asse parallelo al precedente ma tangente alla superficie laterale del cilindro, quanto varrebbe il momento di inerzia  $I'$  rispetto a tale asse?

#### 6.

Due corpi "1" e "2", di dimensioni trascurabili, si muovono su un piano orizzontale privo di attrito. Inizialmente entrambi i corpi si muovono nel verso positivo lungo una medesima retta orientata, di origine  $O$  e coordinata  $r$ . Il corpo "1" ha massa  $m_1 = 2 \text{ kg}$  ed all'istante  $t = 0$  si trova nell'origine  $O$ , con velocità  $v_1 = 10 \text{ m s}^{-1}$ . Il corpo "2" ha massa  $m_2 = 5 \text{ kg}$  ed all'istante  $t = 0$  si trova in  $r_2(0) = 1.4 \text{ m}$ , con velocità  $v_2 = 3 \text{ m s}^{-1}$ . Sul retro del corpo "2", rivolta cioè verso il corpo "1", è fissata una molla di massa trascurabile e costante elastica  $k = 10 \text{ N cm}^{-1}$ . Si calcolino:

- La legge oraria dei corpi "1" e "2" prima che si urtino  $[r_1(t), r_2(t)]$ ;
- L'istante  $t^*$  a cui avviene l'urto, trascurando le dimensioni della molla;
- la velocità del centro di massa del sistema dopo l'urto tra "1" e "2";
- la differenza tra la lunghezza della molla a riposo e quella in condizione di compressione massima durante l'urto.

7.

Un'asta sottile ed omogenea di lunghezza  $L = 1.5$  m e massa  $M = 6$  kg è posta verticalmente su un piano orizzontale, incernierata al suo estremo inferiore con un perno girevole privo di attrito. Supponendo che essa cada con velocità iniziale nulla, ed usando per l'accelerazione di gravità il valore numerico  $g = 9.8$  m s<sup>-2</sup>, si determinino, all'istante in cui tocca il piano orizzontale (parallela a quest'ultimo):

- (a) l'energia cinetica;
- (b) la velocità dell'estremo libero;
- (c) la componente orizzontale dell'accelerazione dell'estremo libero.

8.

Una molla di costante elastica  $k = 300$  N m<sup>-1</sup>, disposta lungo l'asse  $x$  di un piano orizzontale privo di attrito, ha un'estremità fissata ad un punto di coordinata  $x$  negativa. All'altra estremità è attaccata una sfera di legno di densità  $\rho = 600$  kg m<sup>-3</sup> e raggio  $R = 6$  cm. Per denotare la posizione della sfera si faccia per esempio riferimento alla coordinata  $x$  del centro. Inizialmente la sfera si trova in equilibrio statico nel punto  $x = 0$ . All'istante  $t = 0$  un proiettile di massa  $m = 20$  g, che si muove lungo l'asse  $x$  con velocità  $v_x = -150$  m s<sup>-1</sup>, urta contro la sfera, ed in un tempo trascurabile vi penetra in direzione radiale e vi rimane conficcato. Si calcolino:

- (a) la velocità  $V_x$  del sistema (sfera+proiettile) subito dopo l'urto;
- (b) il massimo valore  $x_{max}$  della coordinata  $x$  del sistema nel moto successivo all'urto;
- (c) l'istante di tempo  $t^*$  in cui il sistema ripassa per la prima volta per  $x = 0$ ;
- (d) l'energia cinetica  $E_k^*$  del sistema all'istante  $t^*$ .

9.

Un carrello A di massa  $M = 5$  kg, che scorre su un binario orizzontale privo di attrito con velocità  $v_0 = 6$  m/s, urta elasticamente contro un identico carrello B, fermo lungo il binario e collegato, con una molla di costante elastica  $k = 125$  N/m, ad una parete fissa. Si calcolino:

- (a) le velocità  $v'_A$  e  $v'_B$  dei due carrelli immediatamente dopo l'urto;
- (b) la massima compressione  $\Delta x_{max}$  della molla;
- (c) quanto tempo  $\Delta t$  dopo l'urto i carrelli si incontrano nuovamente.

**10.**

Un'asta rigida, di massa  $m = 4$  kg e lunghezza  $d = 0.6$  m, può ruotare senza attrito in un piano orizzontale attorno ad un asse verticale fisso passante per un suo estremo. All'altro estremo dell'asta, inizialmente ferma, viene applicata una forza, orizzontale e sempre perpendicolare all'asta, di modulo  $F = 1.5$  N. Calcolare:

- (a) l'accelerazione angolare  $\alpha$ ;
- (b) la velocità angolare  $\omega$  dell'asta dopo  $n = 10$  giri;
- (c) il modulo  $a$  dell'accelerazione del centro di massa dopo  $n = 10$  giri.