Soluzioni dei problemi proposti

1.

$$a = -g \sin\theta - \frac{F_a}{M} = -(9.8\ \mathrm{m\,s^{-2}})(0.5) - (200\,\mathrm{N})/(200\mathrm{kg}) = -5.9\ \mathrm{m\,s^{-2}}$$

$$t = -\frac{v_0}{a} = \frac{(36\ \mathrm{km/ora})}{(5.9\ \mathrm{m\,s^{-2}})} = (10/5.9)\ \mathrm{s} = 1.7\ \mathrm{s}$$

$$s = v_0 t + (1/2)at^2 = -(1/2)(v_0^2/a) = (0.5)(100\ \mathrm{m^2 s^{-2}})/(5.9\ \mathrm{m\,s^{-2}}) = 8.5\ \mathrm{m}$$

2.

(a) Poiché il corpo ha velocità costante, la risultante delle forze agenti su di esso si annulla. La forza peso, $\vec{F}_{peso} = m\,\vec{g}$, è dunque eguale e opposta alla reazione vincolare $\vec{R} = -m\,\vec{g}$, che è appunto la forza totale che il piano inclinato esercita sul corpo. È diretta verticalmente e verso l'alto, ed il modulo vale

$$R = mg = (0.45\,\mathrm{kg})(9.8\ \mathrm{m\,s^{-2}}) = 4.41\ \mathrm{N}\,.$$

(b) Per entrambe, la componente normale al piano inclinato ha modulo $m\,g\,\cos\theta$, quella parallela $m\,g\,\sin\theta$. La potenza dissipata dalla forza di attrito è dunque

$$P = m\,g\,v\,\sin\theta = (0.45\,\mathrm{kg})(9.8\ \mathrm{m\,s^{-2}})(0.3\ \mathrm{m\,s^{-1}})(0.5) = 0.6615\ \mathrm{W}\,.$$

3.

$$[a] = [c] = [lunghezza/tempo] \leftrightarrow m\,s^{-1}\,, \qquad [b] = [lunghezza/(tempo)^2] \leftrightarrow m\,s^{-2}\,;$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = a + 2\,b\,t\,, \quad v_y = \frac{dy}{dt} = c + 2\,b\,t\,; \qquad a_x = \frac{dv_x}{dt} = 2\,b\,, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = 2\,b\,;$$

$$F_x = \frac{dv_x}{dt} = 2\,b\,m\,, \quad F_y = \frac{dv_y}{dt} = 2\,b\,m \qquad \Rightarrow \qquad |\vec{F}| = 2\sqrt{2}\,b\,m\,, \quad \theta = \frac{\pi}{4}\,;$$

$$W = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{s} = \int_A^B (F_x\,dx + F_y\,dy) = 2mb\left(\int_{x_A}^{x_B} dx + \int_{y_A}^{y_B} dy\right) = 2mb(x_B + y_B - x_A - y_A);$$

$$W = E_p(A) - E_p(B)\,, \qquad E_p = -2\,m\,b\,(x+y) + costante$$

4.

Sia z la coordinata lungo un asse verticale rivolto verso l'alto, con l'origine al suolo. La corda esercita la sua forza elastica solo per $z < z_0 = 10$ m. L'energia meccanica totale è la somma dell'energia cinetica, dell'energia potenziale della forza peso, e dell'energia potenziale elastica della corda, con:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}Mv^2 \quad E_{pot}^{(peso)} = Mgz \quad E_{pot}^{(el)} = \frac{1}{2}k(z-z_0)^2 \quad (z < z_0)$$

Allora:

$$E_{mec} = Mgz_1 = Mgz_{min} + \frac{1}{2}k(z_{min}-z_0)^2 = 31360 \ J$$

$$k = \frac{2Mg(z_1 - z_{min})}{(z_{min}-z_0)^2} = 1568 \ Nm^{-1}$$

L'energia cinetica sarà massima dove è minimizzata l'energia potenziale, ovvero dove la forza risultante di forza peso e forza elastica si annulla:

$$E_{pot} = Mgz + \frac{1}{2}k(z-z_0)^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{dE_{pot}}{dz} = Mg + k(z-z_0) = -(F_z^{peso} + F_z^{el})$$

$$z^* = z_0 - \frac{Mg}{k} = 9.5 \ m \qquad E_{pot}^* = Mgz^* + \frac{1}{2}k(z^*-z_0)^2 = 7644 \ J$$

$$E_{kin}^* = E_{mec} - E_{pot}^* = 23716 \ J \qquad v^* = \sqrt{\frac{2E_{kin}^*}{M}} = 24.35 \ ms^{-1}$$

5.

$$a = (\sin\theta - \mu_d \cos\theta)g = -1.89 \ m\,s^{-2}$$

$$s = -\frac{v_0^2}{2\,a} = 6.615 \ m$$

$$W = -\frac{1}{2}mv_0^2 - mgs\sin\theta = -\mu_d mg\cos\theta s = -89.83 \ J$$

6.

(a)

$$a = \frac{F}{m} = \frac{F_0 - bt}{m} \quad \Rightarrow \quad v(t) = v_0 + \frac{F_0 t - bt^2/2}{m}$$

Al tempo $t = 0$ l'accelerazione è positiva, mentre per tempi sufficientemente grandi diventa negativa. La velocità massima viene raggiunta quando $a = dv/dt = 0$, ovvero per $t_{max} = F_0/b$, corrispondente a:

$$v_{max} = v_0 + \frac{F_0^2}{2bm} = 4.25 \text{ ms}^{-1}$$

Il tempo impiegato per fermarsi è la soluzione $t^* > 0$ dell'equazione $v(t) = 0$, ovvero

$$t^* = \frac{F_0 + \sqrt{F_0^2 + 2bmv_0}}{b} \simeq 3.56 \text{ s}$$

(b)

$$s = x(t) - x_0 = v_0 t + \int_0^t v(t')\, dt' = v_0 t + \frac{F_0 t^2/2 - bt^3/6}{m}$$

da cui, per $t = t^*$, si ottiene $s \simeq 11.09$ m. Il lavoro compiuto dalla forza F_0 (non dalla forza risultante F!) è dato da

$$W = \int F_0 \, dx = F_0 \, s \simeq 66.54 \text{ J}$$

7.

(a)

Detto v_c il modulo della velocità in cima al piano inclinato, dalla conservazione dell'energia meccanica,

$$\frac{1}{2}k(l - l_0)^2 = \frac{mgd}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}mv_c^2$$

si ricava

$$v_c = \sqrt{\frac{k(l - l_0)^2 - \sqrt{2}dgm}{m}} \simeq 6.01 \text{ ms}^{-1}$$

da cui, scegliendo l'asse x orizzontale e l'asse y verticale e rivolto verso l'alto:

$$v_{cx} = v_{cy} = \frac{v_c}{\sqrt{2}} \simeq 4.25 \text{ ms}^{-1}$$

(b)

Dopo l'abbandono del piano inclinato, il moto è quello di un proiettile, e la quota massima viene raggiunta quando $v_y = 0$. Applicando la conservazione dell'energia, ed indicando con h l'altezza calcolata a partire dalla cima del piano inclinato

$$\frac{mgd}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}m(v_{cx}^2 + v_{cy}^2) = mg\left(\frac{d}{\sqrt{2}} + h\right) + \frac{1}{2}mv_{cx}^2$$

da cui

$$h = \frac{v_{cy}^2}{2g} \simeq 0.92 \text{ m}$$

8.

(a)

$$v = \omega\, R = \frac{\pi}{6} \cdot 1 \text{ ms}^{-1} \simeq 0.52\,\text{ms}^{-1}$$

La direzione è tangente alla traiettoria, il verso quello di θ crescente ($\omega > 0$), per individuarli serve

$$\theta(t_1) = \theta_0 + \omega\, t_1 = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} \cdot 36.5 = \frac{\pi}{3} + 6\pi \equiv \frac{\pi}{3}$$

Il vettore velocità $\vec{v}_1$ forma dunque con il semiasse di riferimento, corrispondente a $\theta = 0$, un angolo $\theta_{v_1} = \pi/2 + \theta(t_1) = \pi/2 + \pi/3$. In componenti:

$$v_{1x} = v_1\, \cos\theta_{v1} = -v\, \sin\frac{\pi}{3} = -v\frac{\sqrt{3}}{2} \simeq -0.45\,\text{ms}^{-1}\,,$$

$$v_{1y} = v_1\, \sin\theta_{v1} = v\, \cos\frac{\pi}{3} = v\frac{1}{2} \simeq 0.26\,\text{ms}^{-1}\,.$$

(b)

Nel piano del moto, l'unica forza agente sul punto materiale è la forza di attrito dinamico, $\vec{F}_{ad} = -\mu_d N \vec{u}_{\vec{v}}$. Da $N = mg$ e $\vec{F}_{ad} = m\vec{a}$ segue:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{ad}}{m} = -\mu_d g \vec{u}_{\vec{v}}$$

Avremo dunque un moto uniformemente accelerato, con:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}(t_1) + \vec{a}(t - t_1) = \vec{u}_{\vec{v}}[v - \mu_d g(t - t_1)]$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}(t_1) + \vec{v}(t_1)\,(t - t_1) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_1)^2 = \vec{r}(t_1) + v\vec{u}_{\vec{v}}(t - t_1) - \frac{1}{2}\mu_d g\vec{u}_{\vec{v}}(t - t_1)^2$$

Da

$$\vec{u}_{\vec{v}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{u}_x + \frac{1}{2}\vec{u}_y \qquad \vec{r}(t_1) = \frac{R}{2}\vec{u}_x + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{u}_y$$

segue allora l'equaziione della traiettoria:

$$y - \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{\sqrt{3}}\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

o, equivalentemente:

$$y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x + \frac{2}{3}$$

(c)

Utilizzando la legge oraria, oppure il teorema delle forze vive, si perviene a:

$$s = \frac{v_1^2}{2\,\mu_d\,g} \simeq 0.06 \text{ m}$$

9.

(a)

Applicando la conservazione dell'energia meccanica, si ricava:

$$v_1 = \sqrt{2g(z_2 - z_1)} \simeq 24.25 \text{ ms}^{-1}$$

Scegliendo l'asse x orizzontale e l'asse z verticale e rivolto verso l'alto:

$$v_{1x} = v_1 \cos\frac{\pi}{6} \simeq 21 \text{ ms}^{-1} \qquad v_{1z} = v_1 \sin\frac{\pi}{6} \simeq 12.12 \text{ ms}^{-1}$$

(b)

Scelta l'origine dell'asse x in modo tale che il dente del trampolino sia posto a $x = 0$, a partire dal punto $(x = 0, z = z_1)$ lo sciatore è in caduta libera. Risolvendo l'equazione del moto per ottenere l'equazione della traiettoria, oppure utilizzando ancora la conservazione dell'energia, si trova:

$$z_{max} = z_1 + \frac{v_{1z}^2}{2g} \simeq 1007.5 \text{ m}$$

(c)

Il punto in cui lo sciatore tocca nuovamente il pendio corrisponde all'intersezione tra il pendio, di equazione $z = z_1 - x$, e la traiettoria, di equazione $z = z_1 + (v_{1z}/v_{1x})x - (1/2)gx^2/v_{1x}^2$. Risolvendo il sistema, si ottiene:

$$z_{fin} = z_1 - \left(1 + \frac{v_{1z}}{v_{1x}}\right)\frac{2\,v_{1x}^2}{g} \simeq 858 \text{ m}$$

10.

$$(a) \qquad T - m_B\, g = 0 \qquad T - F_{as} = 0 \qquad N - m_A\, g = 0$$

$$|F_{as}| \leq \mu_s\, N \quad \Rightarrow \quad |m_B\, g| \leq \mu_s\, m_A\, g \quad \Rightarrow m_A^{min} = \frac{m_B}{\mu_s} = 5 \text{ kg}$$

$$(b) \qquad -T + m_B g = m_B a\,, \quad T - F_{ad} = m_A\, a\,, \quad N - m_A\, g = 0\,, \quad F_{ad} = \mu_d\, N \quad \Rightarrow$$

$$(m_A + m_B)a = (m_B - \mu_d m_A)\, g \quad \Rightarrow \quad a = \frac{m_B - \mu_d m_A}{m_A + m_B}\, g = \frac{2}{5} g \simeq 3.92\, \text{ms}^{-2}$$

$$(c) \qquad v = at\,, \quad h = \frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2ha} \simeq 1.53\, \text{ms}^{-1}$$

11.

$$(a) \qquad mgh = mgR + \frac{1}{2}mv_A^2 \quad \Rightarrow \quad v_A = \sqrt{\frac{3gR}{2}} \simeq 2.42\, \text{ms}^{-1}$$

$$(b) \qquad mgh = \frac{1}{2}mv(\varphi)^2 + mgR(1 - \cos\varphi) = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgR \quad \Rightarrow \quad v(\varphi) = \sqrt{gR[(3/2) + 2\cos\varphi)]}$$

(c) Proiettando l'equazione del moto in direzione radiale (centripeta) si ottiene:

$$N - mg\cos\varphi = \frac{mv(\varphi)^2}{R} \quad \Rightarrow \quad N = \frac{3mg(1+\sqrt{2})}{2} \simeq 71\, \text{kg}\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$$

$$(d) \qquad |a_T| = g\,, \quad |a_N| = \frac{v(\varphi)^2}{R} \quad \Rightarrow \quad |\vec{a}| = \sqrt{|a_T|^2 + |a_N|^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}\, g \simeq 17.7\, \text{m}\,\text{s}^{-2}$$

$$(e) \qquad N(\varphi_0) = 3mg[(1/2) + \cos\varphi_0] = 0 \quad \Rightarrow \quad \cos\varphi_0 = -\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \varphi_0 = 120^o$$

dopo aver scartato la soluzione fisicamente inaccettabile $\varphi_0 = -120^o$.

12.

Orientiamo per convenzione verso l'alto gli assi parallelo e normale al piano inclinato. La forza peso avrà componenti $-mg/\sqrt{2}$ in entrambe le direzioni. La componente normale della reazione vincolare varrà allora $N = mg/\sqrt{2}$. La forza di attrito dinamico sarà diretta lungo il piano inclinato, con verso opposto alla vellocità e modulo $|F_{ad}| = \mu_d\, N = \mu_d\, m\, g/\sqrt{2}$. La componente parallela al piano inclinato della forza risultante varrà allora:

$$F_{//} = -\frac{m\, g}{\sqrt{2}}\,(1+\mu_d) \qquad (moto\ \ ascendente)$$

$$F_{//} = -\frac{m\, g}{\sqrt{2}}\,(1-\mu_d) \qquad (moto\ \ discendente)$$

Detta s la coordinata lungo il piano inclinato con $s = 0$ nel punto di raccordo con il piano orizzontale, ed indicato con s_{max} il valore massimo raggiunto durante il moto, sfruttiamo il teorema delle forze vive, $W = \Delta\, E_k$, dove W è il lavoro della forza risultante. Per il moto ascendente:

$$\Delta\, E_k = -\frac{1}{2}\, m\, v_0^2 \qquad\qquad W = -\frac{m\, g}{\sqrt{2}}(1+\mu_d)\, s_{max}$$

da cui:

$$s_{max} = \frac{v_0^2}{\sqrt{2}\, g(1+\mu_d)} = 6\ \text{m} \qquad\qquad h = \frac{s_{max}}{\sqrt{2}} = 4.25\ \text{m}$$

Per il moto discendente:

$$\Delta\, E_k = \frac{1}{2}\, m\, v_1^2 \qquad\qquad W = \frac{m\, g}{\sqrt{2}}(1-\mu_d)\, s_{max}$$

da cui, sfruttando l'espressione di s_{max} ottenuta in precedenza:

$$v_1 = \sqrt{\frac{1-\mu_d}{1+\mu_d}}\; v_0 = 8.16\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$$

L'esercizio si può anche risolvere passando per la soluzione esplicita delle equazioni del moto. Il lavoro della forza peso può anche essere calcolato separatamente, sfruttando il fatto che si tratta di una forza conservativa (mentre l'attrito non lo è).

13.

$$M = \rho\, V = \rho\, L^3 = 150\,\text{kg} \quad \Rightarrow \quad F_p = M g = 1470\,\text{N}$$

$$F_{as}^{max} = \mu_s\, N = \mu_s\, M\, g = 485\,\text{N} > F_o = 400\,\text{N}$$

$$\mu_s(M\, g - F_v^{max}) = F_o \quad \Rightarrow \quad F_v^{max} = M\, g - \frac{F_o}{\mu_s} = 258\,\text{N}$$

14.

$$\Delta E_k = W_p + W_a \qquad \Delta E_k = -\frac{1}{2}mv_0^2 \quad W_p = -\Delta E_{pot} = -mgh \quad W_a = -50\,\mathrm{J}$$

$$h = \frac{-\Delta E_k + W_a}{mg} = 1.02\,\mathrm{m}$$

$$d = \frac{h}{\sin\theta} = 2.04\,\mathrm{m}$$

$$d' = \frac{-\Delta E_k}{mg\sin\theta} = \frac{v_0^2}{g} = 2.55\,\mathrm{m}$$

15.

$$E = E_{k*} = E_{p0} = \frac{1}{2}\,k\,x_0^2 = 3.6\,\mathrm{J} \qquad k = \frac{Mv_*^2}{x_0^2} = 720\,\mathrm{kg\,s^{-2}}\ \ (\mathrm{N/m})$$

$$a_0 = -\frac{k\,x_0}{M} = 14.4\,\mathrm{m\,s^{-2}}$$

$$F_a = M\,g\,\mu_d = 14.7\,\mathrm{N} \qquad W_a = F_a\,x_0 = -1.47\,\mathrm{J}$$

$$E'_{k*} = E + W_a = \frac{1}{2}\,k\,x_0^2 + W_a = 2.13\,\mathrm{J}$$

$$v'_* = \sqrt{\frac{2E'_k}{M}} = 0.923\,\mathrm{ms^{-1}}$$

16.

(a)

Essendo la guida liscia, la reazione vincolare è sempre normale allo spostamento infinitesimo lungo la traiettoria, dunque:

$$W_{AB} = 0\ J$$

(b)

$$W_{ad} = -\mu\ N\ d = -\mu\ m\ g\ d = -18.375\ J$$

(c)

$$m\ g\ R + W_{ad} = \frac{1}{2}\ k\ (\Delta x)^2 = \frac{1}{18}\ k\ x_0^2$$

$$k = \frac{18\ m\ g\ (R - \mu\ d)}{x_0^2} = 490\ N/m$$

(d)

$$\frac{1}{2}\ m\ v_P^2 = m\ g\ R\ \cos\theta \quad \Rightarrow \quad \frac{v_P^2}{R} = 2\ g\ \cos\theta$$

$$N_1 - m\ g\ \cos\theta = 2\ m\ g\ \cos\theta \quad \Rightarrow \quad N_1 = 3\ m\ g\ \cos\theta = 36.75\ N$$

17.

(a)

$$a_T = \frac{F_T}{m} = \frac{A}{m}\ t^{1/2}$$

(b)

$$v = \frac{A}{m}\int_0^t t^{1/2} dt = \frac{2\ A}{3\ m}\ t^{3/2}$$

$$a_N = \frac{v^2}{R} = \frac{4\ A^2}{9\ m^2\ R}\ t^3$$

$$a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2} = \frac{A}{m} t^{1/2}\sqrt{1 + \frac{16\ A^2\ t^5}{81\ m^2\ R^2}}$$

(c)

$$x = \frac{2\ A}{3\ m}\int_0^t t^{3/2} dt = \frac{4\ A}{15\ m}\ t^{5/2}$$

$$N_1 = \frac{x}{2\ \pi\ R} = \frac{2\ A}{15\ m\ \pi\ R}\ t_1^{5/2} = 11.7$$

(d)

$$x = \frac{4\ A}{15\ m}\ t^{5/2} = N_{br}\ 2\ \pi\ R \qquad v = \frac{2\ A}{3\ m}\ t^{3/2}$$

$$t = \left(\frac{90\ m\ \pi\ R}{A}\right)^{2/5}$$

$$T_{max} = \frac{m\ v^2}{R} = \frac{4\ A^2}{9\ R\ m}\left(\frac{90\ m\ \pi\ R}{A}\right)^{6/5} = 464\ N$$

18.

Le forze risultanti agenti su 1 e 2 sono (finché il filo è teso):

$$\vec{F}_1 = \vec{T}_1 + \vec{R} + m_1\,\vec{g}\,, \qquad \vec{F}_2 = \vec{T}_2 + m_2\,\vec{g}\,,$$

dove $\vec{T}_1$ e $\vec{T}_2$ sono la tensione del filo in corrispondenza ad 1 e 2 ($|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| \equiv T$ nel seguito), $\vec{R}$ è la reazione vincolare. Possiamo proiettare l'equazione per 1 su un asse perpendicolare ed uno parallelo al piano inclinato, entrambi orientati verso l'alto. Possiamo proiettare l'equazione per 2 su un asse verticale orientato verso il basso. Altre convenzioni sono possibili, purché usate consistentemente. Nelle convenzioni prescelte, e nelle situazioni fisiche considerate nel problema proposto:

$$F_{1,par} = T - F_a - m_1\,g\,\sin\theta\,, \qquad F_{1,perp} = N - m_1\,g\,\sin\theta\,, \qquad F_{2,vert} = m_2\,g - T\,,$$

dove T, F_a e N sono i moduli di tensione, forza di attrito e componente normale della reazione vincolare, rispettivamente. Inoltre, se l'oggetto 1 resta sempre apppoggiato alla superficie del piano inclinato, $F_{1,perp} = 0$ implica $N = m_1\,g\,\cos\theta$.

(a)

Nel caso statico, $F_{1,par} = F_{2,vert} = 0$ implica $T = m_2\,g$ e $F_{as} \le \mu_s\,N$, dove $F_{as} = T - m_1\,g\,\sin\theta$. Sostituendo si ottiene:

$$m_2 \le m_1(\sin\theta + \mu_s\,\cos\theta) = 3.58\,\mathrm{kg}\,.$$

(b)

Nel caso dinamico, posto $m_1 = m_2 = m$ ed osservato che con filo teso $a_{2,vert} = a_{1,par} \equiv a$:

$$T - F_a - m\,g\,\sin\theta = m\,a\,, \qquad m\,g - T = m\,a\,,$$

da cui, usando $F_a = \mu_d\,N = \mu_d\,m\,g\,\cos\theta$:

$$a = \frac{g}{2}(1 - \mu_d\,\cos\theta - \sin\theta) = 1.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}\,.$$

(c)

L'oggetto 2 si muove di moto uniformemente accelerato, con accelerazione a e velocità $v_0 = 0$ all'istante $t = 0$. Dunque:

$$t^* = \sqrt{\frac{2\,h}{a}} = 1.29\,\mathrm{s}\,, \qquad v^* = \sqrt{2\,h\,a} = 2.33\,\mathrm{m\,s^{-1}}\,.$$

(d)

All'istante $t^* = 1.29\,\mathrm{s}$ l'oggetto 1 ha velocità v^*. All'istante successivo t_1 in cui si ferma avrà ovviamente velocità $v_1 = 0$. In questa fase la tensione del filo non agisce, e l'accelerazione è:

$$\tilde{a} = -\frac{F_a}{m} - g\,\sin\theta = -g(\mu_d\,\cos\theta + \sin\theta) = -6.17\,\mathrm{m\,s^{-2}}\,.$$

Allora

$$t_1 = t^* - \frac{v^*}{\tilde{a}} = t^* + \frac{v^*}{|\tilde{a}|} = 1.66\,\mathrm{s}\,.$$

(e)

$$d = v^*(t_1 - t^*) + \frac{1}{2}\tilde{a}(t_1 - t^*)^2 = -\frac{1}{2}\frac{(v^*)^2}{\tilde{a}} = \frac{1}{2}\frac{(v^*)^2}{|\tilde{a}|} = 0.44\,\mathrm{m}\,.$$

19.

(a)

$$W_{ad} = -F_{ad}\,s = -\mu_d\,m\,g\,h\,\cot\theta = -67.9\,\mathrm{J}\,.$$

(b)

$$v_1 = \sqrt{2\,g\,h\,(1 - \mu_d\,\cot\theta)} = 5.06\,\mathrm{m\,s^{-1}}\,.$$

(c)

$$k = \frac{m\,v_1^2}{\Delta x^2} = \frac{2\,m\,g\,h\,(1 - \mu_d\,\cot\theta)}{\Delta x^2} = 455\,\mathrm{N\,m^{-1}}\,.$$

(d)

$$v_2 = -v_1 \qquad (|v_2| = |v_1|\ \textit{accettata})\,.$$

(e)

$$h_2 = h\,\frac{1 - \mu_d\,\cot\theta}{1 + \mu_d\,\cot\theta} = 0.97\,\mathrm{m}\,.$$